This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le françai̧s, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

B 1,063,868

Library of the University of Michigan
Bought with the income
of the
Ford - Messer
Bequest

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES

118886

Années MDCCLXXXVI—LXXXVII.

L. Lavi *L. Valperga del. et Sculp. Taurini*

A TURIN

CHEZ JEAN-MICHEL BRIOLO
IMPRIMEUR-LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE
MDCCLXXXVIII.

TABLE

DES MÉMOIRES

Sur la couleur noire des feuilles exposées à l'air inflammable des marais. Par M. le Comte MOROZZO . . . . . Pag. 1

Analyse des eaux médicinales de Casteletto Adorno & de S. Genis ; ainsi que de quelques autres fontaines & puits du Piémont. Par M. le Marquis DE BREZÉ 7

Description d'un monstre humain à double tête de sept mois. Par M. PENCHIENATI . 97

Méthode très-sure de préparer un excellent kermès minéral. Par M. FONTANA . . 103

Observations sur les effets de l'eau de laurier-cerise, faites sur les cadavres de deux personnes mortes à Turin, le 22. janvier 1785. Par M. PENCHIENATI 108

De l'orbite d'Herschel ou Uranus, avec de nouvelles tables pour cette planète. Par M. l'Abbé DE CALUSO 113

Examen des phénomènes que présente la réduction de quelques chaux métalliques. Par M. le Comte DE SALUCES 149
Examen de la prétendue absorption du charbon dans les vases clos. Par le même . 180
Méthode pour sommer les séries réciproques de sinus ou co-sinus d'arcs en progression arithmétique. Par M. le Chevalier LORGNA . . 215
Description particulière du duché d'Aoste, suivie d'un Essai sur deux minières des anciens Romains, & d'un supplément à la théorie des montagnes & des mines. Par M. le Chevalier NICOLIS DE ROBILANT 245
Examen physico-chimique des couleurs animales. Par M. le Comte MOROZZO . . . 275
Fœtus octimestris in quo maxilla inferior immobilis, uvula exerta, lingulata, osque necessario apertum cum lingua bifida inclusa inveniebantur, descriptus a Joanne Petro Maria DANA . . 303
Ejusdem *Descriptio Foetus absque pene, & vulva ultra biennium viventis, obscurique sexus ideo habiti* 309
Mémoire sur la nature de la terre du spath fusible. Par M. MONNET 317
Addition. Extrait des mémoires de M. MONNET *sur ce même sujet, insérés dans le Journal de Physique pour les mois d'Avril & de Mai de cette année* 1787. Par M. le Comte DE SALUCES 327

Mémoire sur la formation des minéraux. Par M. MONNET 337
Mémoire sur les mines de plomb antimoniées, & sur leur fonte en grand, ou la manière d'en obtenir le métal le plus promptement sans déchet & avec le moins de dépense possible. Par le même 357
Mémoire sur une nouvelle substance minérale trouvée dans les mines de Braunsdorff près de Freyberg en Saxe, en 1770. Par le même . 371
Observations sur quelques combinaisons de l'acide muriatique oxygené. Par M. BERTHOLLET 385
Expériences chimiques sur la bile de Bœuf. Par M. FONTANA 397
Théorie d'une nouvelle espèce de calcul fini & infinitésimal. Par M. le Chevalier LORGNA 409
Expériences sur la fiole de Bologne. Par M. le Comte MOROZZO 449
Examen de quelques espèces de bois de pins; de la térébenthine; de l'huile ou larme de sapin; de la poix-noire ou navale; de la résine de pin. Par M. SCOPOLI 465
Rélation d'une violente détonnation arrivée à Turin le 14 *Décembre* 1785 *dans un magasin de farine; suivie d'une notice sur les inflammations spontanées.* Par M. le Comte MOROZZO . 478
Des différentes manières de traiter cette partie des Mathématiques que les uns appellent calcul diffé-

rentiel & les autres méthode des fluxions. Par M. l'Abbé DE CALUSO 489
Moyens d'augmenter la récolte des olives par la destruction du chiron ou cairon. Par M. PENCHIENATI 591
Observations anatomiques sur les vésicules séminales tendantes à en confirmer l'usage. Par M. BRUGNONE 609
Analyse chimique & comparée de la plupart des sels marins qu'on distribue au public dans les États de S. M. Par M. le Docteur BONVOISIN 645

MÉMOIRES DES CORRESPONDANS

Expériences physico-chimiques relatives à la propagation du son dans quelques fluides aériformes. Par M. PEROLLE, Docteur en Médecine de Montpellier I
Venus lithophaga descripta ab Andrea Joanne RETZIO, Professore Lundensi . 11

MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES
DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

Années 1786-1787.

SUR LA COULEUR NOIRE
DES FEUILLES EXPOSÉES A L'AIR INFLAMMABLE DES MARAIS.

PAR M. LE COMTE MOROZZO.

Le hasard présente souvent des phénomènes, qui donnent lieu à des observations très-intéressantes; c'est ce qui m'arriva vers la fin de Septembre 1785. En chassant aux bécassines dans le Novarois, je fus frappé à la vue des feuilles noires d'une quantité d'arbrisseaux, qui bordant une rizière formoient sur le terrain marécageux, comme une demi-voûte de la hauteur d'environ deux pieds. Ce qu'il y avoit de plus remarquable, c'est qu'au delà de cette hauteur la même plante ne montroit plus aucune feuille noircie, & que les feuilles inférieures ne l'étoient que dans la partie qui regarde la terre.

Lu le 8 janv. 1786.

Ces arbrisseaux étoient de petits saules de l'espèce des osiers, *salix minor viminalis*; j'ai eu lieu d'observer ensuite la même couleur noire dans les feuilles d'autres espèces de plantes exposées, comme les petits saules, à la vapeur des marais, & surtout dans quelques espèces de joncs & de *blaches*.

La substance noire dont les feuilles de ces petits saules étoient chargées, ressembloit au noir de fumée; la couche en étoit assez abondante; trois feuilles suffisoient ordinairement pour m'en donner un grain.

Curieux de savoir la cause de cette noirceur, j'examinai attentivement les feuilles qui en étoient enduites; je commençai par y découvrir quelques insectes; mais je m'aperçus d'abord qu'ils étoient étrangers à cette matière. Il étoit naturel de penser que si elle avoit été produite par cette espèce d'insectes, les deux surfaces des feuilles en auroient été également attaquées.

Ma première idée fut que cette substance pouvoit fort bien être produite par l'air inflammable qui se développe continuellement des marais: cette conjecture étoit d'autant plus fondée, que l'évaporation de ce principe inflammable dut être très-abondante cette année-là, qu'il ne plut presque point de tout l'été, & que les grandes chaleurs qui régnèrent pendant le mois de Septembre, c'est-à-dire après la coupe des riz, avoient séché toutes les rizières; mais c'étoit à l'expérience à vérifier mes soupçons.

Je commençai par observer en brûlant de ces feuilles, qu'elles jetoient une flamme vive, surtout du côté noir, où le feu se communiquoit aussi très-rapidement; j'observai encore, quand j'en brûlois beaucoup dans un pot de terre, que quelques-unes avant de s'enflammer prenoient une couleur bronzée, semblable à celle de l'acier qu'on expose au feu.

Je pétris avec de l'eau environ 20 grains de cette poussière noire, après qu'elle fut sèche je l'allumai avec une lentille; le feu s'y communiqua promptement, & elle brûla comme de l'amadou.

Les cendres de ces feuilles lixiviées me donnèrent un sel alkali extrêmement caustique, & j'obtins de la terre du filtre, dissoute par l'acide vitriolique, une sélénite soyeuse.

La poussière noire ne fit point d'effervescence avec les acides minéraux.

Voici les produits que ces feuilles noircies me donnèrent par la décoction dans l'eau distillée & mêlée avec les différentes substances qui suivent.

Avec l'alkali fixe non caustique, j'obtins un précipité couleur de noisette.

Avec l'alkali caustique, un précipité fauve qui avoit l'odeur des fleurs de pêcher, comme l'alkali phlogistiqué. Ayant mêlé de cette dissolution avec une solution de vitriol, j'eus un précipité bleuâtre, c'est-à-dire une espèce de bleu de Prusse.

Avec la dissolution de vitriol martial, une couleur noire, savoir une espèce d'encre (*a*).

Avec la solution mercurielle, un précipité blanc très-abondant.

Avec l'eau de chaux, un précipité blanc.

Avec la solution d'alun, un précipité blanc qui avoit une pellicule à la surface.

Avec les acides minéraux, un précipité blanc.

(*a*) Nous savons que le saule est une des plantes qui contiennent des principes astringens: après le chêne c'est peut-être la plante qui en contient davantage.

La teinture de tournesol a été rougie.

Je voulus voir ensuite par le moyen de la distillation les produits aériformes que me donneroient ces feuilles, soit seules, soit avec l'eau distillée.

J'en mis 2 onces dans un matras avec 4 d'eau distillée, & au moyen du feu, par l'appareil pneumato-chimique, j'en retirai les produits aériformes suivans:

1° L'air de la capacité, moins bon cependant que celui de l'atmosphère:

2° De l'air fixe mêlé avec de l'air inflammable:

3° De l'air inflammable avec très-peu d'air fixe, mais avec de l'air phlogistiqué qui répandoit une odeur empyreumatique très-forte.

Ces feuilles traitées seules de la même façon me donnèrent de l'air inflammable, mêlé d'air fixe & d'air phlogistiqué, dont l'odeur étoit plus empyreumatique encore.

La poussière noire que j'avois soigneusement ramassée de ces feuilles, me donna seule à peu près les mêmes produits.

Comme il est très-difficile de faire, par les moyens jusqu'à présent connus, une analyse exacte des végétaux, quant aux principes fugaces, tels que ceux des substances aériformes, à cause qu'ils sont extrêmement altérés par le feu, ou même entièrement changés de nature, je crus devoir faire l'expérience suivante.

Je mis 20 de ces feuilles dans un gros flacon rempli d'eau très-pure, & l'ayant renversé, je le laissai exposé au soleil pendant 8 heures. J'en examinai l'air par l'introduction d'une bougie; elle s'y éteignit: je répétai l'expérience en faisant passer cet air à travers l'eau de chaux; il ne la troubla point, mais

il éteignit également la bougie; ce qui me prouva que c'étoit de l'air phlogistiqué.

Nous savons par les très-belles expériences de MM. Senebier & Ingen-housz, que les feuilles traitées de cette façon donnent toujours de l'air pur.

Au lieu de 8 heures, je laissai ces feuilles exposées au soleil pendant deux jours, & l'air examiné par la bougie s'enflamma légérement.

Si je laissois quelques jours de plus le flacon exposé au soleil, je ne trouvois plus d'air inflammable; c'étoit alors de l'air déphlogistiqué très-pur, qui étoit dû sans doute à l'eau, comme je l'ai prouvé ailleurs.

Ce qui prouve évidemment que cet air inflammable est dû à la partie noire de ces feuilles, c'est qu'en ayant traité de la même manière que celles qui avoient été recueillies dans un terrain sec, & qui n'avoient pas cette poussière noire, j'en obtins toujours de l'air très-pur, c'est-à-dire de l'air déphlogistiqué.

Une autre expérience semble le confirmer; c'est qu'ayant mis dans un flacon rempli d'air déphlogistiqué, une de ces feuilles, qui avoient la poussière noire, & que j'avois allumée à un bout, elle s'enflamma dans l'instant, & causa une assez forte détonnation.

D'après ces expériences je crois être en droit de conclure que cette substance noire, attachée aux feuilles, est due à l'émanation continuelle de l'air inflammable des marécages & des rizières, & que cet air agit sur ces feuilles, comme le phlogistique.

Ne pourroit-on pas soupçonner que cette émanation est un des moyens, dont se sert la nature pour convertir en tourbe les végétaux, en hâtant leur décomposition? Nous sa-

vons que c'est des détrimens des animaux & des végétaux que se forme la terre végétale ; mais leur nature éprouve différens changemens, selon qu'ils se décomposent à l'air, ou dans l'eau. En effet, ceux qui périssent à l'air, perdent la plus grande partie des principes inflammables, & se réduisent en terreau ; tandis que ceux qui tombent dans les marais, ne subissant qu'une fermentation lente, & conservant leurs principes combustibles, se changent avec le tems en tourbe (*b*).

Ce qu'il y a de plus incontestable dans mes observations, c'est qu'elles sont une nouvelle preuve de l'insalubrité de l'air des rizières ; aussi la nature paroît-elle avoir donné une livrée particulière à ces contrées : le règne végétal vient de nous le faire voir dans les feuilles noires de ces espèces d'arbrisseaux.

On remarque encore la même chose dans les autres règnes. Les métaux en portent des marques visibles : les cloches des églises placées dans les rizières prennent une couleur verdâtre très-forte ; le fer qui reste quelque tems exposé à cet air, se charge d'une couche de rouille très-épaisse ; l'on voit dans sa surface des boursouflures, qui ne sont qu'une espèce de cristallisation de vitriol martial. Les habitans n'en sont pas exempts : ils ont communément une couleur olivâtre & un teint blême, & ils montrent bien à ces caractères extérieurs l'air infect & mal-sain qu'ils respirent.

(*b*) On peut consulter là-dessus l'article *terre végétale* de *l'histoire des minéraux* de M. De Buffon.

ANALYSE DES EAUX MÉDICINALES DE CASTELETTO ADORNO ET DE S. GENIS, AINSI QUE DE QUELQUES AUTRES FONTAINES ET PUITS DU PIÉMONT.

PAR M. LE MARQUIS DE BREZÉ.

DISSERTATION I.

§. I.

DE L'EAU MINÉRALE DE CASTELETTO ADORNO

L'eau dont il s'agit ici a été envoyée de Casteletto Adorno à M. le Marquis de Barol à Turin dans une petite dame-jeanne parfaitement bien bouchée. M. le Marquis me remit cette eau en me priant d'en faire l'analyse. Il y joignit deux écrits qui renfermoient le sentiment de deux personnes du pays, où jaillit cette source, sur la nature des substances étrangères contenues dans cette eau. Une de ces personnes est un Médecin, & l'autre un Apothicaire.

M. le Docteur Jean-Baptiste Barberis, auteur du premier écrit, nomme cette eau *salso-sulfureuse*, & jusque-là il peut avoir raison; mais lorsqu'il ajoute qu'elle contient, outre le sel marin & le soufre, du nitre, du vitriol & du mercure, il se trompe très-fort.

Il fait ensuite l'énumération des maladies auxquelles cette eau peut être curative. » Elle est bonne, dit-il, pour les » maladies chroniques qui proviennent de la foiblesse des fi- » bres de l'estomac & de l'épaississement des humeurs, pour » les rhumatismes invétérés, pour les sables des reins, &

» pour la pierre, pour les maladies cutanées, ainsi que pour
» toutes sortes de maladies de la peau appelées communément *sels*, pour les maladies du poumon, pour l'asthme, pour le crachement de sang, pour la phthisie, pour le scorbut, pour les squirres, pour les maladies vénériennes, pour les obstructions invétérées, pour l'hydropisie, pour la paralysie, & pour les maladies articulaires.

Il n'y a pas de doute que si la nature nous eût fourni une source d'eau aussi miraculeuse, ce ne fût un don infiniment plus précieux que les plus riches mines d'or & de diamans; mais si M. le Docteur fonde les vertus curatives de cette eau sur les principes qu'il suppose qu'elle contient, il faut, ma foi, qu'il en rabatte de beaucoup, & on en sera, je pense, convaincu, lorsqu'on aura lu l'analyse que je donnerai ci-après.

Venons maintenant à l'autre écrit de M. Jules Bava, Apothicaire de Capriata.

» Cette eau, dit ce *Pharmacien*, est solutive, & abonde de beaucoup de sels; j'en ai évaporé deux bocaux (a), qui m'ont donné une once & plus de sel. Les principes qui y abondent sont le soufre & des particules d'antimoine «. Il ajoute ensuite que son sentiment est que cette eau (dont la source se trouve au pied d'une colline) passe par une mine d'antimoine, & ce qui le fonde dans cette opinion, c'est qu'au fond du cratère, où cette eau jaillit, on trouve, dit-il, un *bitume noir & pesant. Or donc*, continue-t-il, en raisonnant toujours de la même force; *or donc, comme l'antimoine*

(a) Environ 3 liv. poids de marc.

est parmi les métaux le seul qui ait la vertu solutive, cette eau ne peut avoir acquis cette vertu, qu'en traversant une mine d'antimoine. Ensuite il répète encore une fois qu'il en a évaporé une certaine quantité, afin d'en extraire les sels, & il ajoute qu'il a fait plusieurs expériences pour connoître les principes constitutifs du résidu; cependant il avoue de bonne foi que malgré ses efforts, il n'a pu en venir à bout, & je l'en crois sur sa parole. Mais je n'ai garde de m'arrêter plus longtems sur ces chimères; je n'ai même rapporté les opinions erronées de ces Messieurs sur cette eau, que pour faire voir combien on est encore en arrière dans certains pays, sur une partie aussi intéressante que celle qui regarde l'analyse des eaux minérales.

Cependant, puisque la nature nous en fournit si abondamment, & que leur usage utile & salutaire dépend absolument de la connoissance parfaite des principes qu'elles contiennent, loin de les abandonner à une pratique aveugle, comme on ne fait que trop souvent, on ne doit les administrer qu'autant que ces principes sont entièrement connus. Voilà comme elles peuvent opérer la guérison, ou du moins le soulagement d'une infinité de maux qui nous affligent.

§. 2.

Analyse de l'eau de Casteletto Adorno.

Ses qualités apparentes.

Cette eau, qui jaillit au pied d'une colline dans la province d'Aqui, est limpide & transparente à sa source, mais pour

peu qu'elle soit en contact de l'air, elle blanchit tant soit peu; ce qui provient apparemment de la décomposition de l'air hépatique qu'elle contient, qui est composé de soufre, uni à la matière de la chaleur par l'intermède du phlogistique. Or l'air pur qui se trouve dans l'atmosphère s'empare avec avidité de ce dernier, & l'enlève (*b*). Par cette séparation, le soufre ne pouvant plus se tenir en dissolution, une très-petite partie se précipite dans l'eau, la blanchit & la trouble, le reste s'envole & s'attache aux corps froids environnans qu'il rencontre.

Cette eau a encore une odeur très-forte de foie de soufre, quoiqu'elle n'en contienne pas un atome.

Sa saveur qui approche assez de celle des œufs pourris, est en même tems très-salée, & fort désagréable au goût, ce qui provient du mélange de différens sels, & du gaz hépatique qu'elle contient, car pour du bitume, il n'y en a absolument point.

§. 3.

Effets des réactifs sur cette eau.

Voici comment je m'y suis pris, afin de pouvoir bien distinguer l'effet des réactifs sur l'eau dont il s'agit. J'ai pris plusieurs verres de forme conique & tous de la même capacité; j'ai versé dans chacun 4 onces d'eau, ensuite j'ai fait usage de mes réactifs l'un après l'autre, en observant attentivement les changemens qu'ils y occasionoient.

(*b*) Voy. Bergm. opusc. chimiq.

(A) Une pièce d'argent mise dans un de ces verres, prit en moins de ¼ d'heure, une espèce de fausse dorure, sans avoir beaucoup noirci; ce qui m'indiqua que cette eau contenoit du soufre.

(B) Quelques gouttes d'acide de vinaigre versées dans un second verre n'ont rien précipité; marque certaine que cette eau ne contient point de foie de soufre, mais simplement un gaz hépatique.

(C) La teinture de noix de galle à l'esprit de vin, versée dans un autre verre, n'y a occasioné ni couleur pourpre, ni formé de l'encre, pas même après en avoir évaporé les quatre cinquièmes; preuve certaine que cette eau ne contient ni fer, ni vitriol martial, comme on l'a avancé très-mal à propos.

(D) L'alkali prussien, ou phlogistiqué, n'a non plus rien précipité, quoiqu'on ait laissé tomber dans l'eau quelques gouttes d'acide. Il est donc absurde de dire aussi que cette eau contient du mercure, ou de l'antimoine en dissolution.

(E) Deux grains d'acide de sucre ajoutés à cette eau, ont fait paroître sur le champ des stries blanches, & 24 heures après la chaux sucrée étoit précipitée au fond du verre; ce qui indique que cette eau contient de la terre calcaire, ou libre, ou engagée dans quelques acides.

(F) Quelques gouttes de dissolution de sel marin barotique y ont fait paroître des stries blanches; ce qui prouve que cette eau contient quelques sels vitrioliques.

(G) Les alkalis fixes aérés ou caustiques, ainsi que l'al-

kali volatil aéré, précipitent une terre blanche, qu'on reconnoît à l'inspection pour calcaire (*c*).

(H) L'eau de chaux versée dans cette eau la blanchit sur le champ, & il s'y forme un précipité calcaire; marque que cette eau contient de l'acide aérien libre.

(J) Cependant la teinture de tournesol n'est point rougie par cette eau; bien plus, lorsqu'on a fait passer cette teinture au rouge par une goutte d'acide de vinaigre, cette eau lui restitue sa première couleur, ce qui pourroit faire croire qu'elle contient quelque alkali libre; mais, comme dans cette eau il y a de la sélénite (§. 3. F.), elle ne peut pas tenir en même tems de l'alkali libre. C'est la chaux qui s'y rencontre, qui se combinant avec l'acide de vinaigre, rend la couleur bleue au tournesol, ou pour mieux dire, détruit la couleur rouge (*d*).

(*c*) Peut-être se précipite-t-il aussi un peu de magnésie; cependant ayant fait calciner ce précipité dans un petit creuset, & l'ayant ensuite jeté dans l'eau, tout fut dissous. Il ne m'a pas été possible non plus de former du sel d'Epsom, en y ajoutant un peu d'acide vitriolique.

(*d*) Une personne très-instruite m'a fait une objection sur cette expérience. Elle m'a dit qu'elle doutoit fort que la chaux en s'unissant à l'acide du vinaigre pût détruire la couleur rouge qu'avoit prise la teinture de tournesol, & qu'il en falloit peut-être chercher la cause ailleurs, parce que la chaux qui se trouvoit dans cette eau, ne pouvoit être que de la chaux aérée, vu qu'il se trouvoit dans cette eau un peu d'acide aérien libre. Or, disoit-elle, au moment que l'acide du vinaigre s'unit à la terre calcaire, il ne peut à moins que d'en extraire l'acide aérien, lequel doit conserver en qualité d'acide la couleur rouge à la teinture du tournesol. De mon côté, je lui observai 1° que l'acide aérien qui étoit dégagé par l'acide du vinaigre, étoit en si petite quantité, qu'il n'étoit probablement pas suffisant pour donner une teinte rouge sensible à la couleur bleue du tournesol: 2° que cette chaux aérée étant également distribuée dans toutes les parties de l'eau, l'acide du vinaigre ne l'attaquoit que pro-

(K) La dissolution de nitre lunaire versée dans cette eau, y produit sur le champ un précipité très-abondant, qu'on reconnoît être en grande partie de l'argent corné, mais qui noircit bientôt, à raison du soufre que cette eau contient. L'effet de ce réactif prouve donc évidemment que cette eau contient des sels muriatiques, qu'elle en contient une assez grande quantité, & qu'elle contient en même tems du soufre (§. 3. A. B.).

(L) Un petit morceau d'alun jeté dans cette eau y est décomposé après quelque tems, & il s'y fait un précipité assez sensible. Cela provient de la chaux aérée qui se trouve dans cette eau, & qui s'empare de l'acide de l'alun, ou peut-être aussi cet effet est-il produit par le sel marin à base

---

gressivement; qu'ainsi l'acide aérien, à mesure qu'il étoit dégagé, se portoit à la surface de la liqueur, & se dissipoit, de façon qu'il ne pouvoit jamais s'en amasser une quantité suffisante pour changer en rouge la couleur bleue du tournesol.

Mais tout cela n'étoit qu'un raisonnement; & un raisonnement, quelque plausible qu'il soit, ne suffit pas pour démontrer une vérité, surtout en Physique; il faut appuyer le raisonnement par l'expérience, si l'on veut convaincre & persuader.

Voici donc l'expérience que j'ai faite pour étayer mon opinion. J'ai fait passer dix-huit pouces d'acide aérien bien pur dans 38 onces d'eau distillée, renfermées dans une bouteille de verre; j'y ai ajouté 4 grains de spath calcaire pulvérisé très-fin, qui y ont été parfaitement dissous. D'autre côté, j'ai mis dans un verre à boire, de la teinture bleue de tournesol délayée avec de l'eau distillée. J'ai fait passer au rouge cette teinture, en y ajoutant une goutte de vinaigre, après cela j'ai versé une partie de l'eau que j'avois préparée dans le verre qui contenoit la teinture. Je n'avois pas versé deux onces de cette eau, que la couleur rouge avoit entièrement disparu; j'ajoutai de nouveau une goutte de vinaigre, & la couleur rouge reparut, laquelle fut encore effacée par l'addition d'une nouvelle partie de cette eau. Il me paroît que cette expérience est convaincante.

terreuse; mais dans ce dernier cas le précipité seroit moins visible, parce qu'il n'y auroit qu'un changement de base par double affinité. Peut-être aussi que dans le cas présent, soit la chaux, soit le sel terreux contribuent-ils également à la décomposition de l'alun.

Maintenant, si nous considérons avec attention tous les effets produits dans cette eau par ces différens réactifs, il nous sera très-facile de connoître à peu près les matières étrangères qu'elle contient. Il est sûr qu'elle contient 1° du soufre (§. 3. A. B.); 2° de la chaux aérée & de la sélénite (§. 3. E. F. G.); 3° du sel marin à base d'alkali minéral, & du sel marin à base terreuse (§. 3. I.); 4° une petite quantité d'acide aérien (§. 3. H.); pour du gaz ou de l'air hépatique, cela n'est pas douteux (§. 3. A. K.).

Connoissant donc à peu près les matières hétérogènes que cette eau contient, il nous sera désormais facile d'en faire la séparation, & d'en fixer les quantités, & c'est ce que je vais entreprendre.

§. 4.

Principes de cette eau recueillis par l'évaporation.

1° Mon premier objet fut d'y chercher le soufre. A cet effet, je mis deux livres, poids de marc, de cette eau dans un matras qui avoit un très-long col; je le plaçai sur de la braise, & fis bouillir l'eau pendant 20 minutes, ayant soin de tenir frais l'orifice du matras, en l'humectant de tems en tems avec de l'eau, afin que le gaz hépatique qui s'élevoit, venant en contact avec l'air, pût se déposer, ce qui me réussit assez

bien, car le soufre tapissa bientôt les parois intérieures, au haut du col du matras, & cela m'auroit suffi pour me convaincre de la présence du soufre dans cette eau. Mais le célèbre Bergman nous ayant enseigné une méthode exacte de déterminer la quantité de soufre, qu'une quantité donnée d'eau imprégnée de gaz hépatique peut contenir, je ne pouvois mieux faire que de marcher sur ses traces.

A cette fin, je versai deux pintes de Paris de cette eau dans un verre de forme conique, & j'y ajoutai sur le champ, mais peu à peu, jusqu'à deux gros d'acide nitreux bien concentré *(e)*. Le soufre se fit bientôt voir, l'eau blanchit, mais la précipitation du soufre ne fut entière qu'au bout de trois jours. Lorsque l'eau fut claire, je la soutirai en grande partie, au moyen d'un petit siphon, ayant attention qu'il n'y passât point de soufre. Il resta au fond du verre avec le soufre deux à trois pouces d'eau que je fis évaporer au soleil, ayant eu soin de couvrir le vase qui la contenoit avec une cloche de verre ouverte au sommet. Lorsque l'eau fut entièrement évaporée, & le soufre bien sec, je le détachai avec attention, & l'ayant pesé à de petites balances, j'en trouvai à peu près $\frac{61}{100}$ de grain. Peut-être qu'en opérant à la source on pourroit en tirer quelque peu davantage.

2° Connoissant la quantité de soufre que contenoient les deux pintes d'eau, sur lesquelles j'avois expérimenté, il me restoit à déterminer la quantité de gaz hépatique, qu'elles

(*e*) Il faut que l'acide nitreux soit bien concentré, & qu'il soit ajouté à l'eau au moment même qu'on la verse dans le verre, où l'on veut faire la précipitation.

pouvoient contenir. Je versai donc deux autres pintes de nouvelle eau dans un matras, au col duquel j'attachai une vessie bien propre, & je fis bouillir l'eau durant une demi-heure; lorsque la vessie cessa d'enfler, je comprimai le fluide aériforme au fond de la vessie, & je la liai bien fort avec une ficelle; alors je détachai la vessie du matras, & je laissai refroidir. Ayant ensuite mesuré le gaz renfermé dans la vessie, il occupoit un espace d'environ 13 à 14 pouces cubiques *(f)*. Je liai de nouveau le bout de la vessie au col d'un autre matras, dans lequel j'avois versé 4 onces d'eau de chaux; alors renversant le matras, je fis couler l'eau dans la vessie, & ensuite de la vessie je la fis repasser dans le matras. Dans ce passage, la chaux s'étant unie à l'acide aérien qui se trouvoit mêlé avec le gaz hépatique, troubla & blanchit l'eau. Je versai cette eau dans un tube de verre de $\frac{1}{4}$ de pouce de diamètre, que j'eus soin de bien boucher, afin de le priver du contact de l'air. Je laissai le tout en repos se précipiter; ensuite ayant soutiré l'eau avec un petit siphon, je fis sécher le résidu qui me donna à la balance 11 grains $\frac{3}{4}$ de chaux aérée. De là je jugeai que les deux pintes d'eau soumises à l'expérience, pouvoient contenir environ 7 pouces cubiques d'air hépatique, 4 à 5 pouces d'acide aérien libre, & environ un pouce, ou un pouce $\frac{1}{2}$ d'air atmosphérique.

3° Voulant ensuite séparer les principes fixes contenus dans cette eau, j'en ai fait évaporer deux pintes de Paris, dans une de ces jattes de grès de la fabrique de *Wedgwood*,

---

(f) Déduit l'air du matras.

que l'on peut pousser au feu sans risque de les faire éclater. J'ai eu soin d'entretenir la chaleur un peu au-dessous du 80e degré pour empêcher l'eau de bouillir, parce que, lorsqu'on pousse la liqueur à une trop forte ébullition, on risque toujours de perdre quelque chose, qui est emporté par les vapeurs qui s'élèvent trop rapidement.

L'odeur de soufre disparut bientôt, & il ne s'étoit pas évaporé une cinquième partie de l'eau, que la précipitation commença; & à mesure que l'évaporation avançoit, les matières contenues dans l'eau se déposèrent au fond du vaisseau.

Ne jugeant pas à propos de séparer les matières à mesure qu'elles se déposoient, parce que cette méthode m'a toujours paru longue & embarrassante, outre que l'on risque d'en perdre, à cause des nombreuses filtrations qu'on est obligé de faire, j'ai préféré de pousser à sec le résidu, lequel après avoir été exactement recueilli, pesoit 6 gros, 19 grains & $\frac{25}{100}$.

4° J'ai mis tout de suite ce résidu sec dans une petite bouteille de verre, & afin de séparer les sels déliquescens, j'ai versé dessus 2 onces d'alkool ou esprit de vin très-rectifié, j'ai agité à plusieurs reprises la matière, & ensuite filtré à travers d'un filtre de papier sans colle, dont je connoissois le poids & le degré de siccité. Dès que le filtre & le résidu resté dessus furent au même degré de sécheresse qu'auparavant, je pesai & je reconnus que l'esprit de vin en avoit pris 1 gros, 17 grains & $\frac{25}{100}$ qui étoit de sel marin à base terreuse *(g)*. Restoient donc 5 gros, 2 grains de matière sèche, que l'esprit de vin n'avoit pu dissoudre.

(g) Quoique l'esprit de vin fût très-rectifié, & que je ne l'aie pas laissé long-tems sur le résidu; cependant il n'a pas laissé que de dissoudre un peu

5° Ce second résidu sec fut mis dans un petit matras avec deux onces d'eau distillée qui fut versée en deux fois. Je pris cette précaution afin de ne prendre par l'eau que le sel marin que je savois y être, sans toucher aux autres sels, ce qui seroit arrivé, si j'avois mis trop d'eau à la fois. Je laissai séjourner les deux tiers de cette eau pendant trois ou quatre heures, durant lesquelles je secouai de tems en tems le matras. Après cela, je filtrai à travers d'un filtre, comme ci-devant, & le reste de l'eau servit à laver le dépôt qui restoit sur le filtre. J'en versai même petit-à-petit, au delà des deux onces, & jusqu'à ce que l'eau passât tout-à-fait insipide. Après avoir séché & pesé, je reconnus que l'eau distillée avoit dissous 3 gros, 60 grains de sel commun.

6° Le résidu sec qui n'avoit pas été dissous, ni par l'esprit de vin, ni par l'eau distillée, fut mis à son tour dans un petit matras, & j'y versai dessus du vinaigre distillé, que je tins 3 heures en digestion à la chaleur de l'eau bouillante, ensuite je filtrai & je lavai le résidu qui restoit sur le filtre avec un peu d'eau distillée, comme ci-dessus.

Lorsque le tout fut bien sec, je pesai, & je reconnus que le vinaigre avoit pris 50 grains $\frac{25}{100}$ de terre calcaire.

7° Il me restoit encore après cela 35 grains $\frac{75}{100}$ de résidu sec, que je reconnus pour de la sélénite, que les réactifs m'avoient déjà indiquée (§. 3. E. F.). Mais dans cette sélénite on voyoit de petites particules qui n'en étoient pas, &

de sel marin à base d'alkali qu'il a entraîné avec lui, & que j'ai ensuite séparé & pesé avec le suivant.

que je jugeois être de la poussière de silex; afin de m'en assurer, je fis dissoudre ce résidu dans plus de six cents fois son poids d'eau distillée. La sélénite fut entièrement dissoute, & il se précipita au fond du vase une poussière grise très-fine. Après quelque repos, je soutirai en grande partie l'eau, & je jetai le reste sur le filtre qui retint 1 grain $\frac{10}{100}$ de cette poudre, qui ne paroissoit être qu'un sable très-fin. L'eau avoit donc dissous 34 grains $\frac{21}{100}$ de sélénite.

8° Pour reconnoître si ce grain $\frac{10}{100}$ de résidu étoit entièrement du silex pur, je les fis digérer dans quatre fois autant d'acide vitriolique que je fis évaporer dessus jusqu'à siccité, ensuite je délayai le tout dans l'eau distillée, je filtrai, & je vis que l'acide n'avoit pris que $\frac{61}{100}$ de grain que je présume, sans crainte de me tromper, n'être que de l'argile.

9° Ainsi les $\frac{62}{100}$ de grain restans, qui avoient résisté à toutes les épreuves, ne sont que de la poussière de silex très-fine; mais pour mieux m'en assurer encore, je les mis sur une cuiller d'argent avec un peu d'alkali minéral, & y ayant soufflé dessus avec le chalumeau la pointe de la flamme d'une chandelle, il y eut effervescence & fusion.

10° Après avoir fait cristalliser & sécher toutes ces substances, je les ai pesées, & j'ai reconnu que cette eau contenoit chaque deux pintes de Paris *(h)*:

(h) Deux bouteilles, ou 5 liv. 4 onces, poids de Piémont.

	Gros	Grains	
De soufre	—	—	$\frac{61}{100}$.
De sel marin à base terreuse . . .	1	17	$\frac{21}{100}$.
De sel marin à base d'alkali minéral .	4	5	$\frac{21}{100}$.
De chaux aérée	—	50	$\frac{21}{100}$.
De sélénite	—	34	$\frac{81}{100}$.
De poussière de silex	—	—	$\frac{62}{100}$.
D'argile	—	—	$\frac{61}{100}$.
Total	6	36	$\frac{88}{100}$.

Nous avons ici, comme on voit, une augmentation de poids de 17 grains, puisque notre premier résidu sec des deux pintes évaporées (N.° 3) en y ajoutant $\frac{61}{100}$ de grain de soufre (N.° 1) ne va qu'à *6* gros, 19 grains $\frac{88}{100}$. Mais si l'on fait attention que l'eau de cristallisation évaporée lors du dessèchement du premier résidu, est reprise ensuite par le sel marin, lorsqu'on le fait cristalliser, on verra que cette eau est la seule cause de l'augmentation du poids. En effet, le sel marin cristallisé contient *6* liv. d'eau par quintal, & le célèbre Bergman nous avertit que dans l'analyse des eaux, il faut la compter, puisque c'est ainsi que le sel existe dans l'eau. Or si on ajoute ici l'eau que comporte la cristallisation de 4 gros, 5 grains $\frac{21}{100}$ de sel marin que nous avons retiré (N. 5) on verra par le calcul que les matières étrangères contenues dans cette eau, prises & pesées séparément, répondent parfaitement avec le poids du premier résidu sec, à quelques 100^{mes} de grain près. A la vérité le sel marin calcaire auroit été aussi dans le même cas, mais l'ayant tou-

jours pesé en parité de circonstances, c'est-à-dire, aussi sec qu'on peut l'avoir, j'ai donné son poids tel que je l'ai vérifié aux balances ; il nous suffit de savoir que ce sel contient 25 livres d'eau par quintal, c'est-à-dire, le quart de son poids.

Outre ces matières fixes, nous avons vu (N.° 2) que cette eau contient environ 7 pouces cubiques d'air hépatique, 4 à 5 pouces d'acide aérien libre, & environ 1 pouce & demi d'air atmosphérique.

§. 5.

De la pesanteur spécifique de cette eau.

La pesanteur spécifique de cette eau, le thermomètre de Réaumur à + 20 degrés, est à celle de l'eau distillée comme 317 à 313 $\frac{1}{2}$.

Sa température à la source est à . . . .

J'ignore si elle conserve dans toutes les saisons la même température.

DISSERTATION II.

ANALYSE DE L'EAU DE S. GENIS

Voici la troisième fois que j'entreprends l'analyse de cette eau, que des occupations relatives à mon état m'ont toujours empêché de terminer. Celle qu'on va lire a été faite sur les lieux mêmes, du moins pour ce qui concerne les principales expériences, & j'ai eu tout le tems nécessaire pour la perfectionner; de façon que s'il s'y est glissé quelques erreurs, elles me doivent être entièrement imputées.

§. 1.

Situation de la fontaine.

Cette fontaine se trouve à environ 4 lieues Est de Turin, à mi-côte d'une colline appelée la montagne de *Castagnero*. Le chemin qui y conduit en partant de cette capitale, suit toujours à peu de distance la rive droite du Po. Ce chemin est assez bon jusqu'au pied de la colline, & on pourroit encore le rendre meilleur à très-peu de frais. Du pied de cette colline jusqu'au village de s. Genis, c'est à peine une demi-heure de montée. Arrivé à ce village on descend environ 300 pas pour aller à la fontaine.

Un hasard malheureux a fait que l'on a choisi, pour diriger les réparations qu'on a voulu y faire, un homme apparemment trop peu instruit dans la partie qui concerne les eaux, lequel, au lieu de faire attention, avant de rien entreprendre, à toutes les circonstances locales & physiques, tant du terrain que de la source, pour en tirer tout le parti possible, ne s'est oc-

cupé que du pur mécanisme de l'ouvrage, & a fini par construire une misérable pissotière, de façon que l'on peut dire qu'il a manqué entièrement le but, puisque le canal par où l'eau coule, au lieu d'en donner une certaine quantité, comme on avoit lieu de s'y attendre, vu l'abondance de cette source, ne la laisse sortir que goutte à goutte; aussi n'y faut-il pas moins de 18 minutes pour en remplir une bouteille de pinte. On sent assez quel inconvénient c'est pour les personnes qui font usage de cette eau, que d'être obligées, ou de se servir les unes après les autres, ce qui exige un tems infini, ou bien de prendre l'eau qui s'amasse dans le bassin, qui ne peut à moins que d'être détériorée, vu qu'elle contient des principes très-volatils.

Mais par bonheur l'eau de cette fontaine en suivant les lois immuables imprimées aux fluides, a rompu les barrières que l'art a cru lui opposer, & elle s'est ainsi frayée une autre route, par laquelle nous la recevons meilleure & en plus grande abondance, de façon qu'il y a maintenant deux sources.

Ces deux sources se trouvent sous le même toit, & à peu de distance l'une de l'autre. La moins riche, c'est-à-dire celle qui dégoutte par le canal, je l'appellerai, pour éviter toute confusion, celle de la gauche, parce qu'elle se trouve de ce côté en entrant, & j'appelerai l'autre celle de la droite. Celle-ci est la meilleure & la plus abondante.

Le petit édifice qui les renferme est adossé à une colline qui court de l'Ouest à l'Est. Cette colline est composée de toute sorte de débris, on y trouve de la pierre à chaux, des grès sablonneux, des pierres ollaires dures, & jusqu'à des cail-

loux, & toutes ces pierres sont roulées. Cette colline est encore très-bien cultivée, ainsi que toutes les autres qui l'entourent. La vigne, le mûrier & le froment y fructifient également bien. Dans les petites vallées que forment ces collines, il s'y trouve de belles prairies qui donnent un excellent fourrage. Mais en voilà assez pour donner une idée topographique de l'endroit où se trouve la fontaine dont il est question; car mon dessein n'est pas de donner ici une description pittoresque de tout ce pays. La tâche que je me suis imposée, est de faire connoître par une analyse exacte le caractère ainsi que la quantité des matières hétérogènes contenues dans l'eau de cette fontaine, afin que les Médecins mieux éclairés puissent juger plus sainement des vertus curatives de cette eau.

§. 2.

Qualités apparentes de cette eau.

Quoique les deux sources soient, ainsi que je l'ai déjà dit, très-près l'une de l'autre, cependant elles diffèrent essentiellement entr'elles, soit par la quantité d'eau qu'elles fournissent, soit par la dose des principes qu'elles contiennent.

Celle du canal, ou de la gauche, tombe goutte à goutte, de façon que pour en amasser une certaine quantité il faudroit une journée entière; celle de la droite au contraire est beaucoup plus abondante, & il est sûr qu'elle en donne plus dans un jour que l'autre en deux semaines. Celle de la gauche, on ne peut jamais l'avoir transparente, car elle blanchit à me-

sure qu'elle dégoutte; l'autre au contraire, on la puise aussi transparente que le cristal. La raison de cette différence est, que quoiqu'elles contiennent toutes les deux du gaz hépatique, la première tombant goutte à goutte présente une grande surface à l'atmosphère, qui en raison de l'air pur qu'elle contient, décompose le gaz hépatique, en s'emparant du phlogistique, alors le soufre qui en fait partie, ne pouvant plus se tenir en dissolution, se précipite & blanchit l'eau. L'autre source dont l'eau s'écoule plus rapidement, & presque toujours à couvert, excepté le trou par où on la puise, est très-limpide & transparente: si l'on goûte successivement ces eaux, on trouvera aussi une très-grande différence entr'elles. Celle de la gauche étant beaucoup moins chargée de parties étrangères, a un goût moins fort, quoique prise à la source, en certain tems de l'année, elle conserve encore assez le goût d'œuf pourri, ce qui est produit par le gaz hépatique qu'elle contient. Ce goût est beaucoup plus fort dans celle de la droite qui a aussi beaucoup plus d'énergie, & une saveur infiniment plus salée, & elle conserve aussi ses vertus plus long-tems.

L'odeur de soufre dans la première est assez foible & ne dure pas long-tems; dans la seconde elle est beaucoup plus forte, & dure plusieurs jours, quoiqu'on ait eu occasion d'ouvrir plusieurs fois le flacon.

Un phénomène très-singulier & bien digne de remarque dans ces eaux, & dont il ne sera pas facile de rendre raison, c'est qu'ayant rempli un grand flacon de l'eau de la source à gauche, elle étoit si blanche lorsque je la pris qu'elle paroissoit du petit lait, & qu'ayant bien bouché le flacon avec

un bouchon de liége, enfoncé dans le goulot à toute force, de façon qu'en le renversant on n'y voyoit pas monter la moindre bulle d'air; elle devint, non obstant ces précautions, parfaitement limpide dans deux jours, sans qu'il y eût au fond un atome de soufre précipité. J'ai d'abord pensé que l'eau avoit redissous le soufre; pour m'en assurer j'y versai de l'acide nitreux concentré; mais il n'y a pas eu un seul atome de soufre précipité, & l'eau ne fut pas même troublée. Qu'est donc devenu le soufre qui blanchissoit cette eau? Car ce blanchiment ne pouvoit pas être produit autrement que par le soufre, parce que toute autre matière qui en eût été la cause, ou on l'auroit trouvée précipitée, ou bien elle seroit restée suspendue dans l'eau. Je ne vois point de moyen d'expliquer ce phénomène, à moins qu'on ne veuille supposer qu'il y avoit encore dans l'eau assez de gaz hépatique pour redissoudre le peu de soufre qui s'étoit précipité, & qu'ensuite le tout s'est envolé par les pores du bouchon.

Un autre fait encore digne de remarque, touchant l'autre source, qui est celle de la droite, c'est qu'ayant versé deux livres de cette eau dans un grand verre de forme conique, & que l'ayant exposé à l'air pendant 3 fois 24 heures, l'eau a à peine blanchi; ce qui prouve bien le sentiment du grand Bergman, qui assure que le gaz hépatique ne se décompose qu'hors de l'eau, à moins qu'elle ne contienne elle-même de l'air pur. Cependant j'ai toujours observé, que quelque peu de soufre y retombe, probablement c'est celui qui est rendu libre tout-à-fait à la surface de l'eau. J'ajouterai encore ici qu'il m'a paru avoir

remarqué quelque différence parmi ces eaux gazo-hépatiques. Il en est de celles qui blanchissent plus, & d'autres moins, ou à peine; je ne saurois pour le présent rendre raison de ce phénomène *(i)*.

§. 3.

Des gaz contenus dans cette eau.

On peut dire que cette eau renferme 4 fluides aériformes différens. Elle contient 1° du gaz hépatique: 2° de l'acide aérien: 3° un peu d'air atmosphérique: 4° du gaz inflammable. Pour de l'air pur elle n'en contient pas; car cette source, comme je l'ai déjà dit, donne une eau très-limpide; ce qui ne seroit pas, si elle contenoit de l'air pur. Je me réserve de dire dans la suite comment j'ai séparé les 3 premiers fluides volatils. Je ne dirai ici que deux mots concernant le gaz inflammable.

Je sais qu'il n'est pas bien rare de rencontrer des fontai-

(*i*) Ayant été informé depuis, que l'eau qui coule du canal, malgré son peu d'énergie, ne conserve pas même dans tous les tems la même force, j'ai voulu reconnoître par moi-même sur les lieux ce qu'il en étoit. J'y avois été pour la dernière fois le 20 Juin 1786; alors cette eau étoit telle que je viens de la décrire, & la proportion des principes étrangers qu'elle contenoit, étoit à celle de l'autre source à peu près comme d'1 à 6. Mais au commencement d'Octobre de cette même année, ayant plu 3 jours de suite un peu fort, je m'y transportai de nouveau. Je fus très-surpris de la trouver limpide & presque entièrement privée de goût, & n'ayant plus qu'une très-foible odeur de soufre; aussi a-t-elle à peine noirci l'argent. Le fait est, que lorsqu'il pleut quelques jours de suite, il s'y mêle de l'eau étrangère qui l'affoiblit extrêmement. Ainsi vu l'inconstance de cette source, mon analyse n'aura pour objet que la source de la droite, qui est la plus abondante, la meilleure & la plus constante.

nes qui exhalent de ce gaz; j'en ai moi-même observé plusieurs *(k)*, mais la situation de celle-ci, & différentes autres circonstances, la rendent assez remarquable, pour mériter qu'on s'y arrête un moment.

D'abord cette fontaine se trouve à mi-côte d'une colline assez élevée, elle est à couvert sous un petit édifice, où l'on n'aperçoit ni plante ni insecte qui puisse se décomposer & y pourrir; le fond même est très-peu fangeux. Cependant l'air inflammable s'y dégage continuellement & en assez grande quantité, sans qu'il soit nécessaire de toucher au fond pour en presser, ou remuer la vase. J'en ai obtenu 8 pouces cubiques dans moins de 20 minutes, & je les ai enflammés en approchant une bougie allumée à l'orifice de la bouteille qui les renfermoit. Au moment de l'inflammation, il s'est fait une explosion, & j'ai vu une petite flamme bleue lécher l'orifice de la bouteille, mais elle n'a duré qu'un instant. Si l'on approche la bougie des bulles, à mesure qu'elles gagnent la surface de l'eau, elles s'enflamment avec une légère explosion. M. Boisset, Docteur en Médecine, & moi avions déjà aperçu ces phénomènes, quand nous entreprimes en commun l'analyse de cette eau, qui fut interrompue par son départ, & dont je fus aussi détourné par quelques autres affaires. Je les ai constatés ensuite plusieurs fois, lorsque j'ai de nouveau entrepris cette analyse.

(*k*) Voyez la dernière note, à l'art. *Aria infiammabile* du Dictionnaire de M. Scopoli, où ce Savant rapporte en grande partie les observations du célèbre M. Volta, sur l'origine & les variétés de ce gaz.

§. 4.

Analyse de la vase

Qui se trouve au fond, à l'endroit où sort le gaz inflammable.

Curieux de savoir d'où provenoit le gaz inflammable qui s'exhale de cette source, je dirigeai vers cet objet mes recherches. J'ai déjà dit que c'est par un trou que l'on en puise l'eau. Ce trou n'a que 2 pieds 5 lignes de longueur, sur 1 pied 4 lignes de largeur, & c'est-là seulement qu'on voit se dégager en grosses bulles le gaz inflammable, tandis que l'eau va toujours son train sans s'arrêter, & qu'elle s'enterre aussitôt pour ne plus reparoître qu'au loin vers le bas de la colline, où l'on n'aperçoit plus aucun vestige de gaz inflammable.

Je ne voyois pas d'autres moyens pour arriver à mon but que d'examiner avec attention la nature de la vase qui se trouve au fond. La profondeur de ce trou, prise de la surface de l'eau jusqu'au terrain ferme & solide du fond, est de 11 pouces, dont 7 pouces, 6 lignes d'eau, & 3 pouces, 6 lignes d'un limon noir, qui quoique mêlé de sable fin & de petites particules de mica, est néanmoins encore un peu liant & tenace.

Afin d'être à même de bien examiner cette vase j'en ai ramassé une quantité suffisante que j'ai emportée dans un pot pour l'analyser à mon aise.

Une partie fut lavée à plusieurs reprises avec de l'eau dis-

tillée, & ensuite bien séchée. L'autre partie, je la fis sécher sans la laver, ensuite je divisai toute cette matière en autant de quintaux fictifs de 400 grains chacun.

Un quintal de la terre qui avoit été lavée fut mis dans un verre, & je versai dessus de l'acide marin délayé. Il y eut d'abord effervescence, mais elle ne dura pas long-tems; j'ajoutai un peu d'eau, & je goûtai la liqueur qui avoit encore le goût acide. Je laissai ainsi cette matière durant 6 heures en l'agitant de tems en tems avec une petite baguette de verre. Après ce tems écoulé je goûtai derechef la liqueur, & je la jugeai à peu près au même degré d'acidité que la première fois.

Alors j'ajoutai encore d'autre eau, & je jetai le tout sur le filtre. Dès que la liqueur fut passée j'eus soin d'arroser le résidu avec de nouvelle eau, & jusqu'à ce qu'elle passât tout-à-fait insipide. La liqueur claire qui avoit passé, fut précipitée avec l'alkali Prussien, qui me donna du beau bleu de Prusse, lequel après avoir été bien lavé & séché pesoit 4 grains; ce qui indiqua $\frac{66}{100}$ de grain de fer contenu dans les 400 grains de cette vase soumise à l'expérience.

Comme il ne me paroissoit nullement probable que ce fer fût tenu en dissolution dans l'eau, & voulant pourtant m'en assurer, je pris un quintal de la terre qui n'avoit point été lavée, je l'étendis sur une longue feuille de papier, & je fis usage du barreau aimanté qui ne manqua pas d'attirer plusieurs parcelles de fer. Ainsi je m'assurai par cette expérience, que le fer contenu dans cette vase n'y existoit que mécaniquement divisé.

Cependant pour en acquérir une certitude complète, car

on pouvoit toujours en soupçonner aussi quelque peu de dissous dans l'eau, & pour ne rien laisser à désirer, j'ai pris un autre quintal de cette terre, je l'ai mis dans un verre, j'ai versé dessus de l'eau de la source, & après avoir fait passer la liqueur par le filtre, j'ai fait usage de la noix de galle & de l'alkali Prussien, j'ai ajouté même deux gouttes d'acide, mais inutilement, car je n'ai jamais eu le moindre indice de fer.

Afin de connoître si cette vase receloit quelques sels, un quatrième quintal de cette terre non lavée fut traité avec l'eau distillée comme ci-devant, ensuite ayant fait évaporer l'eau, il resta un résidu sec pesant un grain $\frac{22}{100}$. J'ai redissous ce résidu dans de nouvelle eau, ensuite ayant versé environ un tiers de cette liqueur dans de la teinture de violette, elle la fit passer sur le champ au verd. Sur une autre partie de cette eau, je laissai tomber deux gouttes de nitre lunaire, & il se précipita un peu de lune cornée, mais le peu de précipité qu'il y eut, fut entouré d'un nuage jaunâtre que je jugeai être d'abord un peu de mucilage; mais y ayant versé dessus un peu d'esprit de vin, il se dissipa tout de suite, & on ne vit plus dans la liqueur, que quelques petites parcelles éparses de lune cornée qui se rassemblèrent bientôt au fond du verre.

Le reste de la liqueur fut encore délayé avec quelques gouttes d'eau. Ensuite j'y versai un peu de dissolution de sel marin barotique, qui ayant troublé l'eau m'indiqua l'acide vitriolique; mais comme cet acide ne pouvoit être uni ni avec la terre calcaire, ni avec la magnésie, vu que dans la liqueur il y avoit de l'alkali libre, il est par conséquent

certain que ce phénomène est dû au sel de Glauber, dont l'acide s'étant uni à la terre barotique, forma du spath pesant. D'ailleurs ni l'eau de chaux, ni l'acide du sucre n'ont rien précipité.

La terre qui restoit intacte sur le filtre fut examinée à part. Elle étoit presque sèche, lorsque j'y mis la main; en l'examinant, on y voyoit plusieurs petites parcelles luisantes, qu'on reconnoissoit très-bien pour du mica. On jugeoit aussi à l'inspection, que la plus grande partie de cette vase étoit du sable très-fin, & on jugeoit encore à un certain liant qu'elle conservoit, qu'il y avoit aussi de l'argile.

Voulant séparer ces matières pour juger de leurs quantités respectives, je fis usage du lavage, à grande eau. Par ce moyen je séparai d'un côté 39 grains d'argile qui parut d'abord noire, mais qui devint grise en séchant *(l)*, & de l'autre j'eus 357 grains d'un sable gris très-fin, mêlé d'une infinité de points de mica blancs & brillants.

Ainsi pour couper court, 400 grains de cette vase contiennent

(*l*) Cette argile ne laissoit pas que d'être encore mêlée d'un peu de sable très-fin & de quelques atomes de mica : ces matières étoient restées suspendues dans l'eau des lavages, à la faveur de leur ténuité.

		Grains	
D'un mélange d'alkali, de sel marin & de sel de Glauber, au plus	. . . .	1	$\frac{20}{100}$.
De fer mécaniquement divisé	. . . .	—	$\frac{66}{100}$.
D'argile un peu phlogistiquée	. . . .	39	—
De sable gris très-fin, mêlé de mica blanc		357	—
	Total	397	$\frac{86}{100}$.

Environ 3 grains se sont perdus dans les lavages, ou bien cette perte doit être attribuée à un reste d'humidité qui étoit restée dans le premier résidu. J'aï oublié de dire que lorsque j'ai fait sécher au feu la portion de la vase qui n'avoit point été lavée, je m'aperçus qu'elle contenoit du soufre, soit à l'odeur qui s'exhaloit, soit à une fausse dorure dont fut imprimée l'assiette d'argent sur laquelle on l'avoit posée pour la sécher. Au reste il étoit tout naturel qu'il s'y rencontrât un peu de soufre, puisque cette vase étoit imprégnée d'une eau *gazo-hépatique*.

Quant au gaz inflammable qui se dégage dans cet endroit de la source, on peut raisonnablement croire qu'il est dû en grande partie au fer qui se trouve mélangé dans la vase avec l'argile & le sable.

§. 5.

Des effets des différens gaz introduits dans cette eau.

Au risque même d'être prolixe, je ne veux point passer sous silence les expériences que j'ai faites en introduisant différens gaz dans cette eau.

Tous les Chimistes savent le sentiment du grand Bergman sur l'état du soufre contenu dans les eaux hépatiques. Il étoit tout naturel en me rappelant ce que j'avois lu dans les opuscules de ce célèbre Chimiste de l'effet de l'air pur contenu dans l'atmosphère, sur le gaz hépatique qui s'élève des eaux, il étoit tout naturel, dis-je, qu'il me vînt dans l'esprit de tenter quelques expériences relatives à cet objet, d'autant plus que j'avois l'avantage d'être sur les lieux où la source jaillit, & que rien ne me manquoit pour faire ces expériences tout à mon aise.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE

J'ai versé avec toute la précaution possible, dans une bouteille de cristal, 2 liv. poids de marc, de cette eau qui la remplirent entièrement. La bouteille fut renversée dans l'eau même de la source, & au moyen d'un appareil propre à ces expériences, j'ai introduit 12 pouces cubiques d'air pur, lequel avoit été dégagé du nitre, & ensuite lavé. Le soufre ne tarda pas à se précipiter, & l'eau à blanchir. Elle prit la couleur du petit lait qui n'a pas été clarifié. Cette bouteille, ainsi qu'une autre préparée de même, après avoir été bien bouchées, furent replongées dans l'eau, le goulot en bas, & on les lais-

sa en repos toute la nuit; le lendemain j'examinai l'eau de mes bouteilles, & je la trouvai déjà beaucoup plus claire, mais il me paroissoit encore y apercevoir du soufre suspendu. Je remis les bouteilles à leur place sans y toucher. Deux jours après, l'eau avoit acquis une telle transparence, qu'elle surpassoit celle qu'elle a naturellement, & il ne parut plus y exister du soufre. Alors je jugeai que le meilleur moyen de m'en assurer, étoit de filtrer l'eau; mais comme il m'importoit avant tout de connoître l'état de l'air que j'avois introduit, j'eus l'attention, en débouchant la première bouteille, d'y introduire une allumette, qui n'avoit plus qu'une foible étincelle de feu au bout.

Au moment de l'immersion il se forma une très-belle & longue flamme. Je répétai cette expérience plusieurs fois & toujours avec le même succès; de là je conclus que cet air avoit conservé son caractère d'air déphlogistiqué. L'eau fut ensuite passée à un filtre de papier, mais il n'y resta dessus aucune trace de soufre; dès que le filtre fut bien sec, je le brûlai, & je ne sentis non plus aucune odeur de soufre *(m)*.

L'autre bouteille, dont l'eau s'étoit aussi conservée très-claire, fut à son tour soumise à l'expérience. En la débouchant dans l'eau, j'observai qu'il n'y eut point d'absorption; j'y introduisis une allumette comme ci-dessus, avec l'attention de ne l'enfoncer que de quelques lignes, afin de ne point détériorer mon eau, elle s'enflamma aussitôt. Comme je te-

(*m*) J'avois même pris la précaution de mettre au fond du vase qui recevoit l'eau du filtre, une pièce d'argent parfaitement décapée; je l'y laissai 2 fois 24 heures, & elle ne fut point attaquée.

nois tout prêt de l'acide nitreux concentré, j'en versai sur le champ à discrétion dans cette eau, afin de voir s'il s'y précipitoit du soufre, mais il ne s'y en précipita point, & l'eau ne fut pas seulement troublée. Avant de mettre l'acide nitreux j'avois goûté cette eau, & je trouvai aussi qu'elle avoit entièrement perdu son goût d'hépar sulfureux, & que l'odeur s'étoit dissipée.

D'après tous ces faits, il me paroît que l'on peut dire que l'air pur introduit dans cette eau s'est d'abord emparé d'une partie du phlogistique, qui, uni à la matière de la chaleur, tenoit le soufre en dissolution, & que par-là un peu de soufre a dû se précipiter & troubler l'eau. Tel paroît être du moins le sentiment du grand Bergman, & l'expérience semble le confirmer. Mais comment expliquer ensuite que le soufre ait pu non seulement se redissoudre, mais être encore rendu volatil jusqu'à pouvoir s'échapper par les pores du bouchon ?

SECONDE EXPÉRIENCE

Une autre bouteille de même capacité fut remplie de l'eau de cette source. J'y fis passer au moyen de mon appareil 12 pouces cubiques de gaz inflammable bien lavé dans l'eau *(n)*; mais il ne s'est rien précipité, au contraire l'eau s'est éclaircie, & deux jours après, elle avoit encore acquis une plus grande transparence. L'ayant ensuite débouchée, en la tenant plongée dans l'eau, au lieu d'une absorption à laquelle je m'at-

---

(*n*) Ce gaz avoit été tiré du fer par l'acide vitriolique.

tendois, le gaz se dilata & fit sortir un peu d'eau de la bouteille.

La quantité d'eau qui fut chassée, & par conséquent de la dilatation du gaz, fut de 2 lignes. La bouteille étoit cylindrique & du diamètre de 2 pouces 8 lignes. Je ne puis guère attribuer cet effet à la raréfaction du gaz, car le degré de chaleur de l'atmosphère étoit ce jour-là de 3 degrés moins, que lorsque j'avois introduit le gaz 3 jours auparavant.

Cette augmentation subite de froid étoit due à une quantité de neige qui étoit tombée la veille 31 Octobre. Ajoutez que le tems s'étoit éclairci le soir, & que le ciel fut serein toute la nuit, de façon que le lendemain on aperçut de la glace. Mes mains étoient aussi très-fraîches, lorsque j'opérois; d'ailleurs je laissai encore quelque tems la bouteille renversée dans l'eau, sans qu'il s'ensuivît la moindre variation.

Ayant ensuite retiré la bouteille, après l'avoir bouchée, je la mis debout, & afin de connoître si le gaz inflammable avoit subi quelque variation, j'allumai une petite bougie, & j'en approchai la flamme du goulot de la bouteille au moment d'en ôter le bouchon. Le gaz s'enflamma subitement avec une légère explosion, ensuite il brûla tout doucement avec une belle flamme bleue, jusqu'à entière consommation.

Une autre bouteille, préparée de même, fut soumise aux mêmes expériences, & j'eus les mêmes résultats, à cela près que je n'allumai point le gaz, crainte de détériorer l'eau, mais j'en versai dans un verre pour la goûter, & vérifier si elle avoit retenu son odeur, ainsi que son goût d'hépar sulfureux. Je la trouvai à peu près comme elle étoit lorsque je la renfermai dans la bouteille.

Une autre quantité de cette eau fut versée dans un autre verre, au fond duquel j'avois mis une pièce d'argent; vingt-quatre heures après, la pièce se trouva noircie.

Comme il me restoit encore dans la bouteille les deux tiers de l'eau, j'y versai tout de suite de l'acide nitreux concentré, & l'eau blanchit sur le champ; ce qui me prouva qu'elle contenoit encore du soufre en dissolution.

Maintenant à en juger par ces expériences, on pourroit dire que le gaz inflammable qui n'est presque que du pur phlogistique, ainsi que le pensent plusieurs célèbres Chimistes, a encore subtilisé le soufre qui est une des parties constituantes du gaz hépatique, & que par cette subtilisation l'eau a acquis une plus grande transparence; tandis que le gaz hépatique se trouvant, pour ainsi dire, surchargé de phlogistique, a dû se dilater, & par conséquent augmenter de volume, & par-là comprimer le gaz inflammable contre les parois supérieures de la bouteille, & que ce peut être par cette raison qu'au moment que l'on a débouché la bouteille, le gaz inflammable faisant ressort, a forcé l'eau d'en sortir.

TROISIÈME EXPÉRIENCE

L'illustre Chevalier Bergman nous apprend dans son excellente analyse de la blende de Dannemora, qu'ayant fait passer dans un petit flacon un volume égal de gaz nitreux & de gaz hépatique, ce dernier fut sur le champ décomposé & le soufre précipité.

A l'exemple de ce célèbre Chimiste, j'ai voulu voir quel effet produiroit le gaz nitreux sur le gaz hépatique contenu dans mon eau. A cet effet, j'ai fait passer 8 pouces cubi-

ques de gaz nitreux dans une bouteille de même capacité que les précédentes. Dès que le gaz fut introduit, je bouchai la bouteille & je la suspendis renversée dans l'eau. D'abord cette eau parut s'éclaircir; bientôt après, elle commença à blanchir; 6 heures après, elle devint encore plus blanche, & on y voyoit le soufre en forme de serpenteaux nager dans l'eau. Le lendemain l'eau avoit pris la couleur du petit lait clarifié. Elle a conservé cette apparence deux jours & demi, ensuite elle est redevenue blanchâtre, & les serpenteaux ont disparu; mais l'on apercevoit comme une légère pellicule blanche adhérente aux parois intérieures de la bouteille. L'après midi du quatrième jour je pris la bouteille & je l'examinai attentivement au grand jour, en la tournant & retournant d'abord très-doucement, & puis un peu plus vivement; mais voyant que l'enduit blanc qui s'étoit appliqué sur les parois de la bouteille se détachoit difficilement, je pris le parti de secouer plus fort la bouteille, afin de pouvoir par l'agitation de l'eau, enlever entièrement cet enduit, ce qui me réussit. L'eau étoit alors devenue plus que jamais blanchâtre & trouble, mais on voyoit bien que c'étoit le soufre très-divisé qui la rendoit telle ; je filtrai cette eau à travers un filtre de papier sans colle, & quoique je l'aie fait passer jusqu'à 5 fois à travers le filtre, le soufre étoit si atténué, qu'il passa toujours avec l'eau, de façon qu'il n'en resta point sur le filtre. Il est vrai que lorsque je le brûlai, après l'avoir fait sécher, je sentis une odeur très-décidée de soufre, mais cette odeur provenoit des petites particules de soufre dont les pores du filtre étoient imprégnés.

L'eau qui avoit passé par le filtre, toujours trouble &

blanchâtre, fut abandonnée pour quelques jours, après lesquels j'observai qu'il s'étoit de nouveau déposé un peu de cet enduit blanc sur les parois intérieures du verre qui la contenoit. Alors je soutirai toute l'eau, & j'enlevai en raclant avec un petit morceau de bois coupé en spatule, autant que je pus de cette matière blanche que je jugeai d'abord n'être que du soufre; & en effet, ayant posé le bout de ma petite spatule sur un charbon ardent, j'observai un petit point bleu, & je sentis une forte odeur de soufre.

Il est donc très-certain que le gaz nitreux décompose le gaz hépatique, & qu'il en précipite le soufre, soit qu'on le mêle simplement avec ce gaz, soit qu'il le rencontre uni avec l'eau.

Pour compléter les expériences que je m'étois proposées sur cet objet, il me restoit encore à examiner l'état de l'eau, ainsi que celui du gaz nitreux, après leur mélange. Une autre bouteille préparée de même, & en même tems que la première, fut donc de nouveau renversée & suspendue dans l'eau. Étant dans cet état, j'en ôtai le bouchon, & j'observai qu'il se fit une absorption à peu près de 2 lignes. On pouvoit soupçonner que cet effet provenoit de ce qu'un peu de gaz nitreux étoit passé à l'état d'acide nitreux, parce qu'il y avoit lieu de croire que cette eau recéloit un peu d'air atmosphérique *(o)*.

(*o*) Cependant pour dire ce que j'en pense, c'est avec peine que j'assigne cette absorption à la reproduction d'une partie du gaz nitreux occasionée par le peu d'air pur ou atmosphérique contenu dans l'eau de la bouteille, parce que dans ce cas il me paroît que cette reproduction étant presque instantanée, l'absorption devoit avoir lieu au moment que je faisois passer le gaz ni-

Si mon eau n'avoit pas contenu de l'alkali libre (*p*), il m'auroit été très-facile de le vérifier, sans même déplacer la bouteille, ce qui étoit dans cette circonstance une précaution indispensable. Je n'avois qu'à soutirer, au moyen d'un siphon adapté à cela, un peu d'eau de la bouteille, alors, soit en la goûtant, soit en la recevant dans la teinture de tournesol, j'aurois tout de suite reconnu s'il s'étoit formé d'acide nitreux; mais comme mon eau contenoit de l'alkali libre, & que cet alkali ne pouvoit à moins que d'avoir saturé le peu d'acide nitreux qui pouvoit s'être produit, cette expérience me devenoit totalement inutile.

Cependant puisqu'il me restoit à vérifier si l'eau avoit conservé ses premières qualités, & qu'il m'étoit presqu'impossible d'en verser dans un verre à part pour l'examiner sans risque d'y introduire de l'air atmosphérique qui auroit produit sur le champ de l'acide nitreux, je fis usage de mon siphon dont une branche s'élevoit fort haut dans la bouteille, & au moyen duquel je soutirai quelques pouces d'eau que je reçus dans un verre bien propre. En goûtant cette eau je trouvai qu'elle avoit perdu le goût d'œuf pourri qu'elle avoit, & qu'ont toutes les eaux qui contiennent du gaz hépatique, mais elle avoit acquis une odeur plus forte de soufre qui ressembloit assez à celle que l'on sent lorsqu'on frotte un peu fort un bâton de soufre. D'ailleurs cette eau ne changea point

treux dans la bouteille, d'autant plus que la quantité de gaz nitreux introduite étoit assez grande pour absorber sur le champ le peu d'air pur que pourroit contenir l'eau de cette bouteille. Ainsi cette absorption pourroit bien être l'effet de quelqu'autre cause.

(*p*) Voy. ci-après (§. VII. I).

en rouge la teinture de tournesol, ainsi que je l'avois prévu & qu'il devoit être.

Restoit encore à examiner le gaz qui se tenoit au haut de la bouteille; le moyen le plus expéditif de connoître si ce gaz avoit conservé son caractère de gaz nitreux, étoit de faire passer de l'air pur dans la bouteille, & ce fut aussi celui que je préférai.

J'y fis donc passer un pouce d'air pur, & dans l'instant parurent les vapeurs rouges; l'absorption eut lieu, & l'eau monta dans la bouteille. Enfin tout se passa comme on sait qu'il arrive toujours lorsqu'on mêle le gaz nitreux avec l'air pur.

Lorsque tout le gaz nitreux fut absorbé, à force d'y faire passer une à une des bulles d'air pur, il resta au haut de la bouteille environ deux pouces d'un fluide aériforme, sur lequel l'air pur n'avoit plus d'action.

Je dois ici terminer mes expériences au sujet des gaz, que l'examen seul de l'eau de cette fontaine m'a donné lieu de faire. Je m'abstiendrai même de rapporter quelques autres expériences que j'ai faites à ce sujet, ainsi que d'entamer aucune théorie sur divers phénomènes que j'ai eu lieu d'observer en opérant; premièrement, parce que je m'écarterois trop de mon sujet; en second lieu parce qu'étant bien éloigné d'avoir lu & de me rappeler tout ce qu'ont écrit tant de célèbres Physiciens & Chimistes sur l'article des gaz, je pourrois très-bien, en continuant, me rencontrer avec quelques-uns de ces Messieurs, sans le savoir & sans qu'il me fût possible de les citer & de leur rendre le tribut d'éloge que méritent à tous égards leurs travaux; ainsi je prendrai le parti

de me taire, pour ne pas m'exposer à jouer le rôle de la corneille de Phèdre, qui s'étant emparée des plumes d'autrui, s'en vit bientôt dépouillée.

§. 6.

De l'extraction & de la séparation des gaz contenus dans cette eau.

Pour extraire & séparer les fluides aériformes contenus dans cette eau, je m'y suis pris de deux façons.

1° J'ai fait faire une cornue de verre qui contenoit 2 livres ½ d'eau (q), dont le col étoit assez long, mais fort étroit; cette cornue avoit été choisie exprès d'une médiocre grandeur, afin qu'il n'y restât qu'autant d'espace qu'il en falloit pour faire bouillir l'eau que je voulois soumettre à l'expérience, & qu'en même tems le volume d'air atmosphérique qui resteroit dans la cornue fût aussi le moindre possible; l'extrémité du col de cette cornue étoit un peu recourbée de manière à pouvoir le placer commodément sous le récipient destiné à recevoir les gaz (r).

D'un autre côté j'arrangeai un appareil au mercure, qui consistoit en une cuvette, du mercure, & un récipient de verre jaugé. Mais comme ce récipient devoit être d'une certaine capacité, vu la quantité des fluides aériformes qu'il devoit recevoir, & vu encore les embarras qu'il y a à manier

(q) 65 pouces cubiques.

(r) On peut voir dans les opuscules de M. de Bergman tom. 1 pl. 2 fig. 2 la figure à peu près de cette cornue.

ces grands récipiens de verre, lorsqu'une fois ils sont remplis de mercure; voici comment je m'y pris.

Je choisis un récipient de forme cylindrique un peu renforcé & de la contenance de 34 pouces cubiques justes. J'y fis percer tout-à-fait au sommet un trou rond du diamètre d'une ligne & demie.

L'ouverture inférieure fut fermée avec un bon bouchon de liége, ensuite je l'enfonçai d'un demi-pouce dans le mercure, & je l'y tins assujetti au moyen d'un bras de potence bien solide; après cela je me servis d'un entonnoir de verre pour y faire couler tout doucement du mercure jusqu'à ce qu'il fût entièrement plein. Alors avec un morceau de cire, je bouchai parfaitement le petit trou, par lequel j'avois introduit le mercure. Dans cet état j'ôtai le bouchon de liége qui fermoit l'ouverture inférieure du récipient.

Mon appareil ainsi préparé à deux pas de la source, il ne me restoit plus qu'à y arranger la cornue. J'y versai le plus vîte possible, au moyen d'une mesure jaugée exprès, deux livres d'eau de cette source qui occupèrent l'espace de 52 pouces cubiques, de façon que le volume d'air atmosphérique contenu dans cette cornue n'étoit plus que de 13 pouces. Alors, sans perdre un instant, la cornue fut placée sur un bain de sable, le bec engagé sous le récipient. Je chauffai ensuite par degré jusqu'à faire bouillir l'eau, que j'entretins dans cet état aussi long-tems que je vis qu'il ne s'élevoit plus de bulles d'air. Cela fait je dégageai avant tout de la cuvette le bec de la cornue, crainte de quelque accident.

Après avoir laissé refroidir quelque tems l'appareil, j'observai que le mercure avoit baissé de 26 pouces & $\frac{1}{2}$. Mainte-

nant si on en prélève 13 d'air atmosphérique, qui étoit la portion contenue dans la cornue, il nous restera 13 pouces & $\frac{1}{2}$ pour les gaz qui se sont élevés des deux livres d'eau.

Lorsque j'eus pris note du résultat de mon expérience, je bouchai le récipient & je fis passer les gaz qu'il renfermoit dans un autre contenant 36 pouces cubiques d'eau de chaux. Dans ce passage des gaz dans l'eau de chaux, leur volume diminua de 5 pouces $\frac{1}{4}$. Cette diminution ne doit cependant pas être entièrement assignée à l'acide aérien qui fut absorbé par la chaux, car après avoir ramassé par le filtre la chaux aérée qui s'étoit précipitée, & après l'avoir fait sécher, son poids ne fut que de 11 grains $\frac{71}{100}$. Ainsi je ne doute point que dans le passage des gaz dans l'eau, il ne se soit aussi absorbé un peu de gaz hépatique.

Les autres 21 pouces $\frac{3}{4}$ de gaz restans [compris les 13 d'air commun qui étoient montés de la cornue] je les fis passer aussitôt dans un autre récipient plein d'eau distillée; je secouai ensuite bien fort ce récipient pour faire prendre à l'eau tout le gaz hépatique. Cependant à l'ouverture de ce récipient sous l'eau, l'absorption n'alla pas au delà de 6 pouces $\frac{1}{4}$. Il est vrai que le jour que je fis ces expériences (c'étoit le 20 Juin) la température de l'air étoit le matin, lorsque je commençai, à + 15 degrés, & qu'ensuite le thermomètre monta successivement jusqu'à + 19. Il faut encore ajouter à cela, que mes mains, quoique je les trempasse souvent dans l'eau, conservoient encore un degré de chaleur assez considérable, & qu'ainsi la raréfaction des gaz peut aussi avoir empêché l'ascension de l'eau dans le récipient.

Voici la seconde expérience que j'ai faite, & qui peut venir à l'appui de la première. Le procédé en est aussi simple que connu, & j'en ai souvent fait usage comme étant fort commode. Je pris un matras dont le col étoit long & fort étroit, de la capacité de 62 pouces cubiques. Je versai dans ce matras deux livres de cette eau, qui occupèrent un espace de 52 pouces cubiques. Ainsi l'air atmosphérique du matras fut réduit à 10 pouces. Je liai dans l'instant au bout de ce matras une vessie mouillée, bien propre & exactement vide d'air. L'endroit lié fut encore recouvert d'un bon lut.

Le matras ainsi préparé fut placé sur un bain de sable, ensuite je chauffai par degré l'eau, jusqu'à pleine ébullition, qui fut soutenue 20 minutes. La vessie ayant cessé d'enfler, c'étoit une preuve certaine que les fluides aériformes avoient fini de monter. Avant d'ôter le matras du feu je comprimai les gaz au fond de la vessie, que je liai une seconde fois bien fort; ensuite l'ayant détachée du matras, je la laissai refroidir quelque tems, après quoi ayant mesuré l'espace que contenoient les gaz, je le trouvai de 15 pouces cubiques, déduit l'air commun; ainsi la différence n'est, comme on le voit, entre la première & la seconde expérience que d'un pouce & demi.

D'après tous ces faits, on peut conclure que 2 livres, poids de marc, de l'eau de cette fontaine contiennent 7 pouces cubiques d'air hépatique, 5 d'acide aérien, & environ un pouce & demi d'air atmosphérique.

§. 7.

Effet des réactifs sur cette eau.

Toujours constant à ma méthode dans l'emploi des réactifs, je commence toujours par-là l'analyse des eaux que j'entreprends. L'avantage que j'en retire, c'est que connoissant d'avance les matières étrangères qu'elles contiennent, je veille ensuite avec plus d'attention à la séparation que je dois en faire (*s*).

Ainsi en me portant à la source de cette fontaine je m'étois muni d'une quantité de verres pareils, soit pour la forme, soit pour la capacité (*t*).

La quantité d'eau fixée pour chaque expérience fut toujours de 4 onces, & toutes les expériences ont été faites & répétées à la source.

(A) Après avoir placé au fond d'un verre une pièce d'argent bien décapée, j'ai versé dessus la dose d'eau indiquée. Une demi-heure après, la pièce avoit déjà pris une espèce de fausse dorure. Le lendemain je la trouvai entièrement noircie. Cette expérience met hors de doute l'existence du soufre dans cette eau.

(B) Quelques gouttes d'acide vitriolique, que j'ai laissé tomber dans un autre verre, y ont provoqué quelques bulles d'air, mais n'y ont rien précipité. Ce n'est donc pas un

---

(*s*) Voy. *Analyse de l'eau de Casteletto Adorno*.
(*t*) Idem.

foie de soufre que cette eau contient, mais un gaz, ou air hépatique (§. 1.).

(C) La teinture de noix de galle, le prussite de potasse, versés dans cette eau n'ont rien précipité. Il est donc certain qu'elle ne contient ni fer, ni autres métaux dans quelqu'état que l'on veuille les supposer (*v*).

(D) L'acide du sucre ajouté à cette eau n'y produisit d'abord aucun effet. Ce ne fut que vingt-quatre heures après que j'y aperçus un léger précipité de chaux sacrée.

(E) Le muriatte-barotique, ou sel marin à base de terre pesante, ajouté à cette eau donne quelque foible indice d'acide vitriolique, puisqu'on y aperçoit, en regardant bien attentivement, quelques stries blanches de spath pesant.

(F) Aucun alkali, en quelqu'état qu'il se trouve, ne produit des effets visibles dans cette eau. Elle ne doit donc pas contenir des sels à base terreuse. Quant aux métalliques, nous avons déjà prouvé qu'il ne s'y en trouve point (C).

(G) Lorsqu'on y laisse tomber quelques gouttes de dissolution de nitre lunaire, il s'y forme sur le champ un précipité, qu'on reconnoît d'abord pour de la lune cornée; mais si on continue à y ajouter de cette dissolution jusqu'à ce qu'il ne se précipite plus rien, le précipité change de nature, & l'on est presque étonné de la quantité qu'il s'en forme. Ce-

---

(*v*) Je n'ignore pas que le fer tenu en dissolution par l'intermède de l'air hépatique, n'est point précipité par l'alkali Prussien, mais la noix de galle ne laisse pas que de l'indiquer. D'ailleurs lorsque l'on reprend avec un acide le résidu de l'évaporation, alors le prussite en donne des indices certains.

pendant une personne un peu exercée aux expériences connoîtra bientôt que tout ce précipité n'est pas dû à l'acide marin, mais en partie à l'alkali qui se trouve dans l'eau; ce qui suit le mettra en évidence.

(H) Dès-qu'un petit morceau d'alun jeté dans cette eau eut gagné le fond du verre, on ne tarda pas long-tems à voir s'élever de petites bulles d'air, & en même tems sa base se précipiter progressivement. Ainsi d'après ces effets, & ceux produits ci-devant par les autres réactifs, on peut hardiment conclure que cette eau contient de l'alkali aéré. En voici encore une autre preuve décisive; c'est que si l'on y verse de l'acide vitriolique, il n'y occasione aucun précipité; mais si l'on fait évaporer la liqueur, on a du sel de glauber.

(I) A peine une cuillerée de teinture de violette, versée dans un de ces verres, eut-elle touché l'eau, que sa couleur fut changée en verd.

(K) Si l'on instille du vinaigre de Saturne dans cette eau, il y produit sur le champ un précipité blanc très-abondant qui annonce l'acide marin.

(L) La dissolution de nitre mercuriel produit aussi dans cette eau un précipité blanc très-abondant, mais qui jaunit légérement à sa base. Cette couleur est due à l'alkali minéral.

(M) Si l'on verse de cette eau, même assez abondamment dans la teinture de tournesol, elle n'y donne aucune teinte rouge.

(N) Au contraire si l'on fait passer cette teinture au rouge par l'addition d'une légère goutte de quelqu'acide, cette eau lui rend sur le champ sa première couleur (x).

(x) Voy. *Analyse de l'eau de Castelletto Adorno.*

(O) Le papier teint en bleu par la teinture de tournesol, si on le fait passer au rouge en le trempant dans une eau un peu acidulée, non seulement recouvre sa première couleur lorsqu'on le plonge dans l'eau de cette fontaine, mais sa couleur devient encore plus foncée. Cet effet est produit par l'alkali, & quelquefois aussi il est dû à la chaux aérée (y).

(P) Enfin, à l'exemple de notre célèbre Docteur Gioanetti (z), j'ai versé sur deux livres d'eau de cette source, trois onces d'eau de chaux récemment préparée, ensuite j'ai bouché exactement le vase qui contenoit ces liqueurs. Vingt-quatre heures après j'ai filtré, séché, pesé, & j'ai retiré 28 grains & ½ de chaux aérée. Or comme la chaux aérée contient 34 pour cent d'acide aérien (*aa*), son poids indiqueroit 10 pouces au moins de ce gaz dans les deux livres d'eau soumises à l'expérience. Cependant ci-devant, à l'article de la séparation des gaz, je n'en ai jamais eu que 5 pouces d'un même volume d'eau. Voici la raison de cette différence, c'est que cette eau contient beaucoup d'alkali aéré, & que la chaux enlève à cet alkali son gaz acide, tandis que le degré de chaleur de l'eau bouillante n'a pas suffi pour le faire monter dans le récipient. Il est donc tout naturel que la chaux s'étant emparée du gaz de l'alkali, il se précipite une plus grande quantité de terre calcaire dans le cas présent, que lorsque j'ai fait passer les gaz par l'eau de chaux.

Ainsi lorsqu'on voudra se servir du procédé indiqué par

(y) Idem.

(z) *Analyse de l'eau de S. Vincent.*

(*aa*) *Bergman opusc.*

notre savant Chimiste, pour évaluer la quantité d'acide aérien contenu dans une eau, il faudra avoir l'attention de défalquer la portion que la chaux peut ravir à d'autres substances contenues dans l'eau.

Quelles sont donc, après les gaz, les matières étrangères contenues dans cette eau que nous devons extraire, séparer & peser à part? Ce seront celles que les réactifs nous ont indiquées.

Comptons-les: 1° le soufre §. 7 (A): 2° quelques atomes de chaux aérée (D): 3° une quantité inappréciable de quelque sel vitriolique (E): 4° du sel marin (G): 5° de l'alkali en abondance (G H I K &c.)

Ce n'est donc que pour le silex, qui se trouve quelquefois aussi dans les eaux, que je ne connois aucun réactif qui puisse me l'indiquer.

On peut juger maintenant si ma méthode de commencer par explorer, au moyen des réactifs, la nature des eaux que je traite, n'est pas aussi simple que sûre pour en faciliter & en assurer l'analyse, puisque connoissant d'avance les matières hétérogènes qu'une eau contient, rien ne peut plus nous échapper lors de la séparation.

§. 8.

Principes de cette eau recueillis par l'évaporation.

C'est une bien grande satisfaction pour un Chimiste que de voir combien est exact le procédé que nous a enseigné le grand Bergman, pour précipiter le soufre des eaux gazo-hépatiques. On sait que jusqu'à lui cette séparation a fait le

tourment des plus célèbres Chimistes. On le sentoit, on le goûtoit, on voyoit les traces qu'il imprimoit sur l'argent, & plusieurs autres indices encore en constatoient la présence ; mais on ne pouvoit l'avoir séparé du gaz dont il fait une des parties constituantes, que lorsque l'air pur contenu dans l'atmosphère l'avoit précipité, & qu'il se déposoit sur les corps environnans.

Dans l'endroit de notre source, on n'en voit point, ni de déposé à la voûte, ni autour des murs de l'enclos, on ne le voit que sur les bords du canal qui sert de gouttière à la petite source, & l'on en voit aussi quelque peu de précipité sur les bords du trou par où j'ai dit que l'on puise l'eau de l'autre source.

La raison par laquelle on en trouve si peu, c'est qu'il ne s'en dégage qu'une très-petite quantité dans l'endroit, vu que l'eau de la petite source ne sort que goutte à goutte, & que dans l'autre source plus abondante l'ouverture par où on la puise est trop étroite, & que l'eau s'écoule trop rapidement pour donner le tems à l'air de décomposer le gaz.

(1) J'avois déjà constaté plusieurs fois l'expérience de l'illustre Chimiste tant de fois cité dans cet écrit, lorsque j'en fis usage à l'occasion que je recommençai l'analyse que je présente aujourd'hui.

En opérant je m'étois cependant aperçu de quelque différence, assez légère si l'on veut, sur la quantité de soufre qu'on retireroit, dépendante de la façon dont on s'y prenoit pour le précipiter; à savoir que lorsqu'on versoit dans cette eau l'acide nitreux goutte à goutte jusqu'à ce qu'il ne se précipitât plus de soufre, on en avoit toujours moins que lors-

qu'on le versoit tout à coup. J'ai donc cru devoir m'en tenir à cette dernière méthode.

J'ai pris deux flacons égaux de cristal, & j'ai versé dans chacun, à l'endroit de la source, deux livres d'eau. J'y ai ajouté tout d'un coup environ un gros & demi d'acide nitreux concentré, & j'ai bouché exactement les flacons. La plus grande quantité du soufre s'est précipitée dans l'instant & a fait prendre à l'eau une couleur tout-à-fait approchante de celle du lait de soufre.

J'ai fait porter les deux flacons à la cave, où je les ai laissés deux jours. Au troisième jour voyant que le soufre étoit entièrement précipité j'ai préparé deux filtres de papier sans colle parfaitement égaux; je les ai fait sécher selon la méthode de M. Bergman, c'est-à-dire, je les ai tenus avant de m'en servir 5 minutes à la chaleur de l'eau bouillante dans un vaisseau de verre fait exprès, après quoi j'ai filtré à part l'eau des deux flacons. L'une & l'autre liqueur ont passé parfaitement claires, & le soufre est resté sur les filtres. Ceux-ci furent d'abord desséchés à une douce chaleur, ils furent ensuite remis dans le vaisseau de verre, où ils restèrent encore exposés durant 6 minutes à une chaleur de 60 degrés. Cela fait, je pesai exactement les filtres, & je trouvai que l'un & l'autre avoit retenu la même quantité de soufre à un $\frac{2}{100}$ de grain près, de façon que le poids du soufre retiré de 4 liv., poids de marc, d'eau a été dans l'un d'un grain & demi, & dans l'autre d'un grain $\frac{12}{100}$.

Cette expérience a été répétée, soit avant, soit à l'occasion de la présente analyse plus de dix fois, ainsi que sur différentes quantités d'eau, & les résultats n'ont jamais varié,

soit en plus, soit en moins, au delà de $\frac{1}{100}$ de grain. Ainsi on ne peut se tromper de beaucoup en fixant à 1 grain & $\frac{1}{2}$ le poids du soufre contenu dans 4 liv. d'eau.

(2) Pour avoir les matières fixes contenues dans cette eau j'en ai fait évaporer 4 livres dans une jatte de grès d'Angleterre. J'ai poussé la chaleur au commencement jusqu'à faire bouillir l'eau, parce que j'étois bien aise de me débarrasser du soufre. A mesure que l'évaporation avançoit, j'ai diminué le degré de chaleur, afin de pouvoir observer ce qui se passoit dans la jatte. L'eau étoit déjà réduite à la huitième partie de son volume, que rien ne s'étoit encore précipité. Comme je m'y attendois, je n'en fus point surpris. Alors je goûtai l'eau; elle avoit un goût salé & lixiviel en même tems. Je continuai l'évaporation jusqu'à parfaite siccité.

Lorsque la jatte fut assez refroidie, j'enlevai avec soin tout le résidu, & après l'avoir exactement pesé, je trouvai que son poids étoit de 116 grains $\frac{76}{100}$.

(3) Comme je ne doutai nullement que cette matière ne fût presqu'entièrement du sel marin & de l'alkali, je la mis dans un verre, & j'y versai dessus 4 onces d'eau distillée. Elle fut totalement dissoute à quelques petites parcelles près que l'on voyoit nager dans la liqueur, qui étoit assez dense pour les soutenir quelque tems. Afin de séparer ce peu de matière qui nageoit dans la liqueur, je la fis passer à travers un filtre préparé comme ci-dessus; après que la liqueur eût passé parfaitement claire, j'eus soin d'ajouter de nouvelle eau pour bien laver le filtre & le peu de matière qui restoit dessus.

Le filtre desséché, selon la méthode ordinaire, fut pesé & je trouvai son poids augmenté d'un grain & 3 quarts. Comme le résidu qu'il contenoit étoit parfaitement sec, je le détachai très-facilement du filtre, & l'ayant pesé à part, son poids n'étoit que d'un grain & demi. Apparemment que ce quart de grain excédant du filtre étoit dû à un peu de matière de la liqueur, qui malgré les lavages étoit restée dans les pores du filtre.

(4) Ce peu de résidu fut mis sur un verre de montre, & je versai dessus quelques gouttes d'acide marin délayé qui excita sur le champ une légère effervescence. Comme la liqueur étoit fortement acide, j'y laissai tomber encore quelques gouttes d'eau, & je plaçai le verre sur des cendres chaudes, où je le laissai 8 à 10 minutes. Voyant que l'acide n'avoit plus aucune action sur cette matière, je versai le tout dans un verre à liqueur, & j'y ajoutai de l'eau à foison. Alors je vis se précipiter au fond du verre un peu de poussière grise. Lorsqu'elle fut toute précipitée, je décantai doucement l'eau dans un autre verre à part. Ce résidu insoluble dans l'eau & dans les acides, après avoir été bien lavé & bien séché, pesoit $\frac{27}{100}$ de grain. En l'examinant je ne doutai point que ce ne fût un sable silicieux très-fin. Pour m'en assurer je le mis avec un peu d'alkali minéral sur une cuiller d'argent, & je soufflai dessus avec le chalumeau la pointe de la flamme d'une chandelle. Il fut sur le champ attaqué par l'alkali avec bouillonnement. L'eau que j'avois mise à part, fut évaporée, & elle laissa pour résidu un peu de sel déliquescent qui avoit de l'amertume; c'étoit du sel marin à base terreuse formé par l'acide marin, qui avoit dissous la partie calcaire du résidu.

J'ai redissous dans l'eau ce peu de sel terreux, que j'ai précipité ensuite avec un peu d'alkali aéré. Il se précipita un peu de terre blanche qui fut dissoute avec deux gouttes d'acide vitriolique délayé, avec lequel elle forma de la sélénite, qui dissoute en grande eau, n'a point été précipitée par l'eau de chaux. Donc le grain & demi de résidu resté sur le filtre est composé d'un grain $\frac{21}{100}$ de chaux aérée, & de $\frac{27}{100}$ de poussière de silex.

(5) Revenons maintenant à notre première eau qui a dissous presque tout le résidu obtenu des quatre livres d'eau évaporées.

Je savois, à n'en pas douter, qu'à la reserve d'un peu de sel de glauber, que le barote-muriatique m'avoit décélé (F), tout le reste qui avoit été dissous étoit de l'alkali & du sel marin. D'ailleurs cette eau contenant de l'alkali marin libre, il ne pouvoit guère s'y trouver des sels à base terreuse. Ayant laissé tomber quelques gouttes de dissolution de barote-muriatique, elles me décélèrent derechef le peu de sel de glauber que l'eau contenoit. Je filtrai de nouveau la liqueur pour séparer la petite quantité de spath-pesant qui s'étoit formé. A son mince volume je jugeai qu'elle avoit été produite par l'acide vitriolique que peut contenir un grain de sel de glauber.

(6) Il ne me restoit plus pour terminer mon analyse qu'à séparer les deux sels, l'alkali & le sel marin, qui étoient encore confondus dans l'eau.

Je n'ignorois pas les difficultés qu'on rencontre lorsqu'on veut en faire une exacte séparation, ainsi que l'impossibilité de les séparer par la cristallisation. Je m'étois déjà

exercé plus d'une fois là-dessus, & j'avois employé pour y réussir différens moyens, qu'il seroit inutile de rapporter ici, puisque je n'en ai jamais été entièrement satisfait.

D'ailleurs il ne me suffisoit pas dans le cas où je me trouvois, d'avoir seulement le poids d'un des deux sels, afin de juger ensuite de la quantité de l'autre; il me falloit, pour opérer exactement, les séparer l'un de l'autre afin d'avoir leur poids à part. La raison en étoit que, quoique j'eusse poussé le premier résidu aussi sec qu'il m'avoit été possible de le faire dans une jatte, je n'étois cependant pas sûr d'avoir chassé entièrement toute l'eau que ces sels contiennent. Il ne m'étoit donc pas possible de savoir au juste la quantité qui pouvoit être restée (*bb*).

Dès lors je ne m'occupai plus que d'avoir les quantités respectives des sels, aussi exactement qu'il étoit possible, car au bout du compte c'étoit-là l'objet principal & le plus essentiel de mon analyse.

J'avois eu lieu d'observer d'après quelques expériences que j'avois tentées, que lorsqu'on jette un morceau d'alun dans une dissolution aqueuse de sel marin, si l'alun est bien pur & récemment cristallisé, il se dissout tranquillement, &

(*bb*) Les résidus d'une même quantité d'eau varient toujours quelque peu. Sur cinq différentes évaporations que j'ai faites de 4 liv. d'eau chacune, prises en même tems à la source, voici les résultats que j'en ai eus. Le 1er résidu pesoit 120 grains, le 2d 116 $\frac{17}{100}$, le 3e 117 $\frac{44}{100}$, le 4e 118 $\frac{8}{100}$, le 5e qui après avoir été exactement ramassé, fut derechef exposé à une forte chaleur dans la même jatte où l'eau avoit été évaporée, & fut réduit à 115 grains $\frac{12}{100}$. Mais toutes ces variations ne sont dues qu'à un dessèchement inégal des sels contenus dans cette eau.

sans qu'il en succède aucun précipité. Mais si on ajoute de l'alkali aéré à la dissolution de sel marin, alors, lorsqu'on y jette un morceau d'alun, il s'élève une infinité de petites bulles qui se succèdent assez rapidement, & il se forme en même tems un précipité de terre d'alun toujours proportionné à la quantité d'alkali qui se trouve dans l'eau.

D'après cette expérience je me suis déterminé de me servir de ce sel vitriolique pour connoître la quantité d'alkali qui se trouvoit dans mon eau, bien sûr que lorsque ce sel attaqueroit l'alkali par son acide, il ne pourroit à moins que de laisser aller une partie de sa base proportionnée à la quantité d'acide qui se dégageroit, & qu'alors le poids du précipité alumineux connu me feroit connoître en même tems & la quantité d'acide qui se seroit dégagée de l'alun, & la quantité d'alkali libre qu'il y avoit dans l'eau.

Mon expérience eut tout le succès possible, car 24 heures après que j'eus versé dans la liqueur une suffisante dose de dissolution d'alun, il se forma un précipité argileux qui après avoir été bien lavé & bien séché pesoit 20 grains $\frac{97}{100}$. Ce qui m'indiqua que mon eau contenoit 24 grains $\frac{62}{100}$ d'alkali minéral pur (*cc*); mais comme dans l'eau ce sel existe uni à l'aci-

(*cc*) En voici la démonstration. L'alun contient par quintal 18 parties d'argile, 38 d'acide, 44 d'eau. Or si on ajoute ce sel dans une eau qui contienne de l'alkali minéral libre, ce dernier décomposera une portion d'alun plus ou moins grande en raison de la quantité de l'alkali qui se trouvera dans l'eau, & par cette union il se formera du sel de glauber, qui contient par quintal 15 parties d'alkali minéral, 27 d'acide, 58 d'eau, & en même tems il se précipitera une quantité plus ou moins grande d'argile, qui par son poids connu donnera la quantité d'alkali que l'on cherche. Or dans le cas présent j'ai eu 20 grains $\frac{97}{100}$ d'argile bien sèche, qui en se précipitant n'a pu à moins que de laisser échap-

de aérien, il faut donc le lui ajouter ici, & évaluer son poids quarante-quatre grains $\frac{10}{100}$, qui est la quantité contenue dans 4 livres d'eau de cette source.

(7) Ayant constaté, de la manière qu'on vient de le voir, le poids de l'alkali aéré que cette eau contenoit, j'ai fait évaporer & cristalliser la liqueur qui avoit passé par le filtre, & j'en ai eu du sel marin, mêlé de sel de glauber, formé par l'union de l'acide vitriolique avec l'alkali de l'eau, souillé d'un peu d'alun que j'avois mis par excès.

Après avoir tenté quelque procédé pour faire la séparation de ces sels, dont je ne fus pas satisfait, je me rappelai que le célèbre Monnet en indiquoit un, qui auroit pu me réussir.

Ce Chimiste a observé le premier que l'acide marin avoit dans certaines circonstances une plus grande affinité avec l'argent qu'avec l'alkali, de façon que si l'on verse de la dissolution de nitre d'argent dans une eau qui contienne du sel marin & de l'alkali, pourvu que l'on ne verse de la dissolution lunaire qu'autant qu'il en faut pour dégager l'acide du sel commun, il ne se précipitera que de la lune cornée, sans être aucunement mélangée d'argent précipité par l'alkali.

Ainsi dans le cas, où je me trouvois, je ne pouvois mieux faire que de suivre le procédé indiqué par cet habile Chimiste.

---

pei 44 grains $\frac{27}{100}$ d'acide vitriolique, qui pour être dégagé de l'alun exigeroit 24 grains $\frac{68}{100}$ d'alkali pur qui est la quantité contenue dans cette eau. Si l'on veut procéder avec plus d'exactitude, on peut faire digérer le précipité argileux dans l'alkali volatil, afin de le dépouiller entièrement d'un reste d'acide qu'il peut avoir entraîné avec lui.

Mais afin de mettre les choses en parité de circonstances, je n'ai pas voulu me servir du même résidu dont j'avois déjà saturé l'alkali, & qui se trouvoit mélangé de différens sels ; j'ai mieux aimé en prendre un autre sur lequel je n'avois point encore opéré, d'autant plus que je l'avois sous la main, car je faisois toutes mes expériences à double. Il étoit également le produit de l'évaporation de 4 liv. d'eau de cette source. Lorsque je l'enlevai de la jatte il pesoit à la vérité environ trois grains de plus que le premier résidu, mais l'ayant encore exposé à un degré de chaleur suffisante il avoit été réduit au même poids.

Après avoir traité ce second résidu en tout point comme le premier, & en avoir reçu la liqueur dans un verre, je me suis servi de la dissolution nitreuse d'argent, pour dégager l'acide du sel marin. Mais me méfiant de mon adresse à n'en verser que la juste dose qu'il y falloit, pour prendre tout juste au sel marin son acide, sans toucher à l'alkali, j'ai pris le parti d'en verser jusqu'à ce qu'il ne se fît plus de précipité, de façon qu'il s'est non seulement précipité la quantité de lune cornée que comportoit l'acide de sel marin, mais aussi la quantité d'argent précipité par l'alkali libre qui se trouvoit dans l'eau.

Alors pour séparer la lune cornée de l'argent, j'ai ramassé exactement tout le précipité, & je l'ai fait bouillir dans l'acide nitreux, qui a repris l'argent & a laissé la lune cornée intacte, laquelle, après avoir été lavée avec toute la précaution possible, c'est-à-dire, en n'y versant dessus qu'une cuillerée à caffé d'eau à la fois, & la décantant aussitôt, ce qui a été répété jusqu'à ce que la lune cornée fût entièrement dessalée, je l'ai

ensuite bien desséchée & pesée, & j'ai trouvé que son poids étoit juste 136 grains. Or en prenant le quart de ce poids pour l'acide marin, on aura 34 grains, qui indiquent 65 grains $\frac{35}{100}$ de sel marin cristallisé.

Si nous récapitulons maintenant les quantités des matières étrangères extraites, nous trouverons que 4 liv. d'eau de la fontaine de S. Genis, prises à la bonne source, contiennent

	Grains	
De soufre faisant partie constituante du gaz hépatique	1	$\frac{50}{100}$.
D'alkali minéral aéré	44	$\frac{30}{100}$.
De sel marin cristallisé	65	$\frac{35}{100}$.
De chaux aérée	1	$\frac{23}{100}$.
De sel glauber au plus	1	—
De poussière de silex	—	$\frac{27}{100}$.
Total	113	$\frac{65}{100}$.

Il manque, comme on voit, au poids du premier résidu sec, près de 4 grains, qu'il faut sans doute assigner à un reste d'eau retenu par l'alkali minéral. On sait, d'après l'illustre Bergman, que ce sel alkalin contient par quintal 20 parties d'alkali, 16 d'acide aérien, 64 d'eau. Or ce sel, qui laisse aller assez facilement à un degré de chaleur un peu fort une grande partie de son eau, en retient opiniâtrément les dernières parties, lesquelles se confondant ensuite dans la liqueur causent ce déchet aussi incertain qu'inévitable.

Outre ces matières fixes, 4 livres d'eau de cette source contiennent 14 pouces cubiques d'air hépatique, 10 pouces d'acide aérien, & environ 2 pouces d'air atmosphérique.

§. 9.

De la pesanteur spécifique de cette eau.

Sa pesanteur spécifique est à celle de l'eau distillée comme 315 $\frac{1}{2}$ à 313 $\frac{1}{2}$, le thermomètre de Réaumur à + 17 degrés $\frac{1}{4}$.

Sa température étoit le 20 juin à + 11 degrés. Celle de la petite source étoit ce jour-là à 13 $\frac{1}{4}$; mais celle-ci suit ordinairement les vicissitudes du tems.

L'autre est plus constante, & conserve toute l'année, à ce que l'on m'a dit, à peu près la même température.

DE LA SYNTHÈSE, OU RECOMPOSITION

DE L'EAU DE S. GENIS.

Il est hors de doute que lorsqu'on est parvenu à déterminer, par une analyse exacte, le caractère & la quantité de chacune des matières étrangères contenues dans une eau, il est hors de doute, dis-je, qu'on peut la recomposer, en ajoutant d'une manière convenable à une eau très-pure une égale dose de ces matières.

Voici ce que dit à ce propos l'illustre Bergman. „ Quelques-uns sont intimément persuadés que la nature emploie „ dans la production des eaux médicinales je ne sais quelle „ fermentation cachée, que l'art, disent-ils, ne peut jamais

» imiter. Ceux qui sont plus instruits en jugent tout diffé-
» remment. Il ne s'agit réellement que de bien connoître les
» substances qu'elles contiennent, & de les unir ensuite
» d'une manière convenable à l'eau pure. Peu importe que
» cette eau les trouve dispersées çà & là en parcourant les
» différentes couches de la terre, ou que l'art les lui four-
» nisse à une juste dose. La main qui les lui apporte n'y
» ajoute assurément rien. « *(dd)*.

Le célèbre M. de Morveau ajoute, dans une note à l'endroit cité: » Il y a partout des ignorans à prétentions, & ce
» sont surtout ceux-là qui affectent d'accréditer cette erreur,
» pour décrier ce qui leur plait d'appeler des opérations de
» laboratoire, comme si un laboratoire étoit réellement hors
» du domaine de la nature, ou comme si l'homme pouvoit la
» forcer de suivre là d'autres loix, d'autres affinités, de pro-
» duire les mêmes phénomènes avec d'autres instrumens, ou
» des effets différens avec les mêmes substances *(ee)*. «

Il faut donc convenir que deux eaux, qui à volume égal contiendront les mêmes principes à dose égale, seront sans contredit parfaitement semblables, auront les mêmes vertus, & produiront les mêmes effets.

Voyons maintenant quelle est la difficulté qui pourroit nous arrêter dans la recomposition de l'eau de S. Genis.

Nous avons vu que 4 livres de cette eau contiennent 14 pouces cubiques d'air hépatique (§. 6.)

(dd) *Bergman. opusc.*

(ee) Trad. franç. des opér. de Bergm. T. I.

Quelle difficulté trouvera-t-on que je ne puisse introduire un égal volume de ce gaz dans une égale quantité d'eau très-pure, & de l'en imprégner au moyen de l'agitation? N'en sera-t-il pas de même à l'égard de 10 pouces d'acide aérien (§. *6*) ainsi que d'un peu d'air atmosphérique (§. *6*) que cette eau contient, s'il me plait de l'introduire?

Que l'on verse après cela dans cette eau environ un gros d'acide nitreux concentré, & on en précipitera un grain & demi de soufre, à quelque centième de grain plus ou moins. Si l'on y verse de l'eau de chaux, on précipitera de la terre calcaire, en proportion de l'acide aérien que l'on y aura introduit. Que l'on fasse ensuite la même opération sur une égale quantité d'eau de la source, & on aura les mêmes résultats.

S'il n'est aucune difficulté à l'égard de l'introduction des fluides aériformes, il ne s'en trouvera certainement pas à l'addition des sels contenus dans la même eau.

Voici donc comment je m'y suis pris pour recomposer cette eau. J'ai rempli d'eau distillée un flacon de cristal *(ff)* qui en contenoit 4 livres, & je l'ai suspendu renversé dans l'eau *(gg)*.

D'un autre côté j'ai fait fondre dans un creuset trois parties de limaille de fer, avec deux parties de soufre. J'ai coulé

(ff) J'avois eu la précaution de jauger ce flacon pour savoir au juste la quantité de pouces d'air hépatique que l'eau absorberoit.

(gg) Il faut bien faire attention aussi que l'eau, dont on se sert pour la sinthèse, ne contienne point d'air atmosphérique, car s'il s'en trouve, il se précipitera un peu de soufre qui blanchira l'eau.

cette matière dans un mortier de fer. Lorsqu'elle a été un peu refroidie, je l'ai pulvérisée & j'en ai mis une dose suffisante dans le flacon de mon appareil. J'y ai versé dessus de l'acide vitriolique qui a sur le champ dégagé le gaz hépatique, lequel fut reçu à la dose de 30 pouces cubiques dans l'eau du premier flacon *(hh)*. Cela fait, je l'ai exactement bouché, & l'ayant ôté de sa place je l'ai agité durant 5 ou 6 minutes pour bien imprégner l'eau de ce gaz.

J'ai ensuite replongé dans l'eau mon flacon renversé, & j'en ai ôté le bouchon. Alors l'eau y est montée, presque tout à coup, onze pouces & demi. Voyant qu'il manquoit encore à mon eau 2 pouces & ½ de gaz pour avoir la quantité qu'en contenoit l'eau de la source, j'ai remis le bouchon, & secoué encore quelques instans le flacon. Lorsque l'eau eut pris la juste dose d'air hépatique, je bouchai le flacon & je le laissai plongé dans l'eau. Restoit à y faire passer l'acide aérien. J'aurois pu suivre pour cela le procédé indiqué par M. Bergman, qui consiste à mêler avec le foie de soufre le quart ou le huitième de son poids de craie, parce qu'alors, en versant dessus l'acide vitriolique, on imprègne l'eau des deux gaz à la fois. Je m'y suis cependant pris différemment, car je m'étois proposé de mettre la dernière exactitude en tout. Ainsi, comme avec les dix pouces cubiques d'acide aérien, que je devois faire passer dans mon eau, je me proposois d'y introduire en même tems la chaux aérée qu'elle devoit contenir, pour être en tout semblable à celle de la source, j'ai à cette fin saturé deux livres d'eau distillée, à égal volume d'acide

(*hh*) Voy. Berg. opusc. diss. VII.

aérien, dans lesquelles j'ai fait dissoudre 5 grains de spath calcaire bien pur, de façon que les deux livres d'eau, faisant 52 pouces cubiques, contenoient par chaque pouce $\frac{9}{100}$ & $\frac{1}{2}$ de grain de chaux aérée, & un peu moins d'un pouce de gaz crayeux. J'ai versé 12 pouces cubiques de cette eau dans le premier flacon. Alors mon eau se trouva imprégnée de la juste dose des deux gaz & de sa portion de chaux aérée (§. 8.).

Pour en achever donc la synthèse, il ne me restoit plus qu'à ajouter à cette eau la quantité requise des sels. J'y mis 44 grains $\frac{10}{100}$ d'alkali minéral aéré & récemment cristallisé, 66 grains $\frac{11}{100}$ de sel marin bien propre, & un grain de sel de Glauber (§. VIII. 6. 7.). J'ajoutai ensuite 4 pouces d'eau distillée pour achever de remplir le flacon. Après l'avoir bien bouché, je le fis mettre à la cave, où je le laissai 24 heures sans y toucher. Ce tems écoulé, j'en examinai l'eau que je trouvai parfaitement limpide, & elle avoit aussi le même goût & la même odeur que celle de la source. Elle se comporta aux essais en tout point comme celle-ci. Enfin aux $\frac{27}{100}$ de grain de silex près, elle étoit absolument telle que l'eau naturelle de la source.

Une chose que je ne passerai point sous silence à l'égard de cette eau artificielle, c'est qu'en ayant fait évaporer 4 livres j'en ai bien eu un résidu blanc de même nature que celui de l'eau de la source, mais quoique dans cette eau artificielle il ne se trouvât ni faux natrum, ni chaux, ni autre matière étrangère qui pût mettre obstacle à la séparation du sel marin, & de l'alkali par cristallisation, j'ai cependant rencontré les mêmes difficultés, sans jamais pouvoir en venir à bout.

Le fait est que lorsque ces deux sels sont une fois confondus ensemble dans une dissolution aqueuse, il est impossible de les séparer parfaitement par la cristallisation.

Je finirai cet écrit par avertir ceux qui voudroient entreprendre cette analyse de faire bien attention à la pureté des réactifs qu'ils emploîront, de faire les expériences concernant la précipitation du soufre, ainsi que toutes celles qui regardent les gaz, de les faire, dis-je, à l'endroit même de la source. Il est impossible sans cela qu'ils puissent répondre de l'exactitude de leur analyse, parce que les principes aériformes contenus dans cette eau sont si volatils qu'ils s'échappent sans qu'on s'en aperçoive, de façon que la moindre négligence à verser l'eau dans les flacons, à les bien boucher après, à opérer à un degré de chaleur plus ou moins fort, tout cela ne peut qu'influer sur les résultats des expériences.

Je rappellerai ici encore une fois que c'est de l'eau qui coule à la droite en entrant dans le petit édifice, dont j'entends parler, & de laquelle il faut se servir, parce qu'elle est la plus abondante, la plus énergique & la plus constante dans toutes les saisons de l'année.

De l'utilité de l'eau de cette source.

Sans entrer dans un long détail sur les vertus curatives de cette eau, & sans vouloir la donner pour une vraie panacée, j'observerai seulement qu'elle doit être classée au nombre des meilleures eaux. En effet nous avons vu qu'elle ne contient aucun principe nuisible. La chaux aérée & la sélénite, qui se rencontrent presque toujours dans les eaux médicinales, &

quelquefois même en assez forte dose, n'existent point dans notre eau. Les principes qu'elle contient sont des plus efficaces, tels que l'air hépatique, dont le soufre est une des parties constituantes, le gaz acide aérien, la soude, ou alkali minéral aéré, & le sel marin. Ainsi c'est aux maîtres de l'art à juger maintenant de l'emploi que l'on peut faire de ces puissans agens.

Il est certain que cette eau est reconnue excellente pour les maladies de la peau, pour les obstructions invétérées, pour faire disparoître les goîtres, lorsqu'ils ne proviennent pas d'un défaut naturel d'organisation.

Enfin, s'il est vrai que les eaux de Carslbad en Bohême ont été reconnues excellentes pour remédier aux maladies occasionées par l'arsenic, à raison de l'alkali minéral aéré qu'elles contiennent, notre eau qui en recèle (comme on l'a vu) une certaine quantité, jouira sans doute des mêmes avantages.

DISSERTATION III.

ANALYSE DE L'EAU DE LA FONTAINE DU VALENTIN.

§. 1.

Qualités apparentes de cette eau.

Cette fontaine se trouve au pied d'une maison de plaisance du Roi, qui est à une très-petite distance de Turin *(ii)*.

La source, qui est très-abondante, jaillit à 50 pas de la rive gauche du Po, où elle va se jeter, dirigeant son cours de l'Ouest à l'Est.

L'eau en est limpide & transparente, sans odeur & sans saveur, & très-agréable à boire.

Nombre d'habitans de la Capitale en font usage, & il s'en trouve même plusieurs parmi eux qui soutiennent qu'elle leur est fort salutaire. Cependant elle ne contient aucun des principes actifs qui donnent de la célébrité aux eaux minérales. Elle est simplement claire, légère, agréable au goût, & assez pure, comme on le verra par l'analyse suivante.

(ii) Environ 3000 pas hors de la Porte neuve.

§. 2.

Effets des réactifs sur cette eau.

(A) Sur deux livres poids de marc de cette eau, j'ai versé une quantité suffisante d'eau de chaux. La liqueur a blanchi tout de suite, & au bout de 24 heures il s'est précipité 5 grains $\frac{25}{100}$ de chaux aérée, ce qui provient de l'acide aérien que l'eau de cette fontaine contient.

(B) Cette eau versée dans la teinture de tournesol n'y produit aucun changement; mais si l'on a fait passer cette teinture au rouge par une goutte d'acide quelconque, elle rétablit sur le champ sa couleur à raison de la chaux aérée qu'elle contient.

(C) Les alkalis fixes aérés ou caustiques y précipitent une terre blanche.

(D) L'alkali prussique & la noix de galle n'y produisent aucun effet.

(E) L'acide du sucre y forme des stries blanches, & il s'y précipite, après quelque tems, de la chaux sucrée.

(F) Le sel marin barotique ou à base de terre pesante ne forme qu'au bout de 24 heures un léger précipité, ce qui annonce que cette eau n'est pas absolument exempte de sels vitrioliques.

(G) La dissolution de nitre d'argent produit un précipité un peu noirâtre, ce qui est produit, je pense, par quelques atomes de matière mucilagineuse, que cette eau contient.

(H) Le vinaigre de Saturne rend tout de suite cette eau

laiteuse, & le précipité qui se forme est presque totalement repris par le vinaigre.

(I) Une seule goutte de nitre mercuriel y forme sur le champ un précipité assez abondant.

(K) La dissolution d'alun trouble cette eau, & la terre alumineuse se précipite.

(L) Le savon de Venise mousse, & s'y dissout parfaitement bien.

§. 3.

Principes de cette eau recueillis par l'évaporation.

(I) Quatre livres poids de marc de cette eau ayant été mises à évaporer, à mesure que l'évaporation avançoit on voyoit une terre blanche se séparer & se précipiter au fond du vase. L'opération achevée, j'ai recueilli 9 grains $\frac{75}{100}$ de matière sèche.

(II) J'ai fait bouillir durant 20 minutes ce résidu dans le vinaigre distillé; il en a pris 9 grains.

(III) Ayant fait évaporer le vinaigre, il est resté un sel acéteux de craie, cristallisé en aiguilles, qui étoit amer & s'effleurissoit à l'air (§. 2. D).

(IV) Les $\frac{75}{100}$ de grain de matière restante étoient de la sélénite, puisque les ayant dissous dans une suffisante quantité d'eau, & y ayant ensuite instillé quelques gouttes de dissolution de sel marin barotique, il s'est formé du spath pesant qui s'est précipité au fond du vase.

Il résulte de ces expériences que 4 livres poids de marc de cette eau contiennent

	Grains	
De chaux aérée	9	—
De sélénite	—	$\frac{75}{100}$.
De matière mucilagineuse une quantité inappréciable	—	—
Total	9	$\frac{75}{100}$.

La quantité d'acide aérien libre que 4 livres de cette eau contient, est à peu près de 5 pouces. Elle contient encore 1 pouce à 1 pouce $\frac{1}{4}$ d'air atmosphérique.

§. 4.

De la pesanteur spécifique de cette eau.

La pesanteur spécifique de cette eau, le thermomètre de Réaumur à + 19 degrés $\frac{1}{2}$, est à celle de l'eau distillée comme 314 à 313 $\frac{1}{2}$.

Sa température à la source étoit à + 10 degrés $\frac{1}{4}$, tandis que celle de l'air extérieur étoit à + 20. En hiver elle est à environ + 9 degrés.

par l'addition de cette eau; au contraire si l'on en verse dans de la teinture que l'on a fait passer au rouge par l'addition d'une très-petite goutte d'acide de vinaigre, elle lui restitue sa première couleur.

J'ai déjà expliqué ailleurs la raison de ce phénomène (*kk*).

(B) L'alkali Prussien, non plus que la noix de galle, n'ont rien indiqué de métallique dans cette eau.

(C) Les alkalis fixes, tant aérés que caustiques, n'ont produit qu'un léger précipité.

(D) L'acide de sucre, ce réactif si puissant pour dévoiler les moindres traces de chaux en quelqu'état qu'elle se trouve, cet acide, dis-je, mis dans 4 onces d'eau, n'a formé qu'au bout de 24 heures un léger précipité de chaux sucrée.

(E) Une parcelle d'alun jetée dans cette eau a été décomposée au bout de quelque tems, & la terre alumineuse s'est précipitée au fond du verre.

(F) Deux gouttes de dissolution de nitre lunaire, que j'y ai laissé tomber, ont produit un léger précipité, qui au bout de quelques jours a un peu noirci, ce qui m'a fait juger que cette eau contenoit quelques sels muriatiques, mais en très-petite quantité.

(G) Le vinaigre de Saturne y forme un nuage blanc, mais il faut opérer sur une certaine quantité d'eau, lorsqu'on veut obtenir un précipité un peu abondant, & ce précipité se redissout entièrement dans l'acide du vinaigre.

(H) Le nitre mercuriel est, de tous les réactifs que j'ai employés, celui qui forme un précipité plus abondant, & il est

---

(*kk*) Voyez *l'Analyse de l'eau de Casteletto Adorno*

d'un blanc tirant un peu sur le jaune. Ce précipité est produit par la chaux aérée qui se trouve dans l'eau, & qui précipite le mercure.

(I) La dissolution de sel marin barotique, versée dans 4 onces de cette eau, a donné à peine quelque léger indice d'acide vitriolique, & encore faut-il être bien attentif pour le remarquer.

(K) Ayant mis deux livres poids de marc de cette eau dans un récipient de verre, & y ayant versé tout de suite une quantité suffisante d'eau de chaux, & ensuite bien bouché le récipient, la liqueur a blanchi, & il s'est précipité 7 grains de chaux aérée.

(L) J'ai mis 12 grains de savon de Venise dans 3 onces de cette eau, & j'ai secoué un moment le flacon qui les contenoit. L'eau a beaucoup moussé, & le savon a été entièrement dissous; indice certain de la bonté de cette eau.

Le peu d'effet des réactifs sur cette eau nous prouve que les principes étrangers qui y sont contenus sont en très-petite quantité.

§. 3.

Principes de cette eau recueillis par l'évaporation.

1. Ayant fait évaporer 2 pintes de Paris de cette eau à un degré de chaleur un peu au-dessous de l'eau bouillante, elles n'ont laissé qu'un résidu sec du poids de 3 grains $\frac{21}{100}$.

2. Comme la dissolution de nitre lunaire m'y avoit fait soupçonner du sel marin (§. 2. F), j'ai versé sur ce résidu, que j'avois mis sur un verre de montre, 10 grains d'eau dis-

tillée, j'ai égoutté l'eau claire dans un petit verre à liqueur, & j'ai ajouté encore un peu d'eau; ensuite j'ai instillé deux gouttes de dissolution de nitre d'argent, & il s'est tout de suite précipité un peu de lune cornée, qui étant exposée au soleil a noirci en peu de tems. J'ai jugé par le poids du précipité que la quantité d'eau soumise à l'évaporation pouvoit contenir un demi grain de sel marin.

3. Il me restoit 2 grains $\frac{75}{100}$ de résidu. J'ai versé dessus du vinaigre distillé, qui a produit de l'effervescence par le dégagement de l'acide aérien. J'ai fait digérer quelque tems, & ensuite j'ai passé à un petit filtre, & lavé avec quelques gouttes d'acide de vinaigre, étendu avec de l'eau distillée. Le vinaigre a pris 2 grains $\frac{11}{100}$ de chaux aérée.

4. Les $\frac{62}{100}$ de grain restans étoient de la sélénite, car il m'a fallu presque 4 gros d'eau pour les dissoudre entièrement. Il est resté d'indissoluble quelque peu de poussière de silex, qui ne pouvoit pas aller à $\frac{2}{100}$ de grain qu'on peut bien négliger.

Par le poids de ces différentes substances, on trouve que cette eau contient, chaque deux pintes de Paris

		Grains
De sel marin	—	$\frac{50}{100}$.
De chaux aérée	2	$\frac{11}{100}$.
De sélénite	—	$\frac{62}{100}$.
Poussière de silex, à peu près . :	—	$\frac{2}{100}$.
Total	3	$\frac{27}{100}$.

Outre ces matières fixes, cette quantité d'eau soumise à l'évaporation contient encore environ 4 pouces d'acide aérien libre, & 1 à 2 pouces d'air atmosphérique.

DISSERTATION IV.

ANALYSE DE L'EAU DU PUITS DE L'HOTEL BAROL.

§. 1.

Ses qualités apparentes.

L'eau de ce puits est limpide, transparente & sans odeur; mais on ne peut pas la dire sans saveur; car un palais délicat & exercé à goûter avec attention les eaux, lui trouvera un goût un peu austère, provenant des sels terreux que cette eau contient.

§. 2.

Effets des réactifs sur cette eau.

(A) Ni l'alkali phlogistiqué, ni la noix de galle n'y apportent aucun changement, ce qui prouve qu'elle ne contient rien de métallique.

(B) Le papier qui a reçu la teinture de tournesol, & celui qui a reçu celle de *terra-merita*, n'ont souffert non plus aucun changement, indice certain que cette eau ne contient aucun alkali libre.

(C) Un très-petit cristal d'acide de sucre jeté dans cette eau y a d'abord décidé un précipité abondant de chaux sucrée, preuve qu'elle contient, ou de la chaux aérée libre, ou engagée avec quelques acides.

(D) Une goutte de dissolution de sel marin barotique y a sur le champ produit des stries blanches, ce qui indique que cette eau contient des sels vitrioliques.

(E) Les alkalis fixes, aérés ou caustiques précipitent de cette eau une terre blanche, qu'à l'inspection on reconnoît pour calcaire.

(F) Les acides minéraux n'y précipitent d'abord rien de visible, mais si l'on y met quelques gouttes d'acide vitriolique, & que l'on fasse ensuite évaporer les deux tiers de la liqueur, il se précipite de la sélénite. Avec les autres acides il faut évaporer à sec.

(G) L'eau de chaux versée dans cette eau la blanchit sur le champ, & il y a un précipité calcaire assez abondant produit par l'union de la chaux avec l'acide aérien libre qui s'y trouve.

(H) Si l'on verse de l'eau de ce puits dans la teinture aqueuse de tournesol, il en résulte un effet quelconque, car elle la rougit un peu, mais l'effet est plus sensible si l'on verse un verre de cette teinture dans une quantité un peu grande de cette eau. Alors la teinture passe visiblement au rouge, ce qui prouve encore qu'elle contient une certaine quantité d'acide aérien libre.

Ces réactifs sont plus que suffisans pour nous faire connoître les principes étrangers que cette eau contient. Maintenant pour déterminer la quantité de chacun d'eux, j'ai fait les expériences suivantes.

§. 3.

Principes de cette eau recueillis par l'évaporation.

1. J'ai fait évaporer 4 liv. poids de marc de cette eau dans une bassine d'argent. Dès que l'eau eut acquis un certain degré de chaleur, il se forma une quantité de petites bulles qui se tenoient adhérentes au fond & sur les parois intérieures de la bassine.

2. A mesure que l'évaporation avançoit, il se faisoit un précipité qui gagnoit insensiblement le fond de la bassine.

3. Ayant continué l'évaporation jusqu'à siccité, j'ai recueilli 28 grains $\frac{1}{4}$ d'une terre blanche tirant sur le gris.

4. J'ai mis tout ce résidu dans un petit matras, & j'ai versé dessus deux fois du bon vinaigre distillé, que j'ai eu soin d'agiter à différentes reprises pendant plus de deux heures que je l'ai laissé en digestion, ensuite j'ai filtré à travers d'un papier sans colle, & j'ai trouvé que le vinaigre avoit dissous 23 grains & $\frac{25}{100}$ de ce résidu, puisque il ne m'est resté sur le filtre que 5 grains d'une poussière grise, que le vinaigre n'avoit pu attaquer.

5. Ayant fait évaporer la liqueur, il est resté un sel cristallisé en petites aiguilles, qui avoit de l'amertume, & qui s'effleurissoit à l'air; enfin c'étoit un vrai sel acéteux de craie.

6. Les 5 grains de poussière restés sur le filtre, & que le vinaigre n'avoit pu attaquer, les ayant examinés avec une loupe, j'y aperçus de petites parcelles brillantes qu'on distinguoit très-bien pour du mica en particules impalpables,

		Grains	
De chaux aérée *(ll)*	. . . .	23	$\frac{25}{100}$.
De sélénite	. . . .	3	$\frac{75}{100}$.
D'une terre talqueuse & silicieuse	. . . .	1	$\frac{25}{100}$.
	Total	28	$\frac{25}{100}$.

Elle contient outre ces matières fixes, 8 pouces au moins d'acide aérien libre, & à peu près 2 pouces d'air atmosphérique.

§. 4.

De la pesanteur spécifique de cette eau.

La pesanteur spécifique de cette eau, le thermomètre de Réaumur étant à + 19 degrés, est à celle de l'eau distillée comme 315 est à 313 $\frac{1}{2}$.

Sa température au sortir du puits est à + 10 degrés de Réaumur, tandis que celle de l'air extérieur étoit à + 20 degrés. Elle conserve toute l'année la même température.

La profondeur du puits est de 9 à 10 toises, & il y a ordinairement 4 à 5 pieds d'eau.

(*ll*) Souvent la plus grande partie de la chaux aérée qui se trouve dans une eau, n'y est pas dissoute, mais elle y est seulement suspendue à raison de sa ténuité. *Bergm. diss. 6.*

ANALYSE DE L'EAU DU PUITS

Qui se trouve à Envie, terre appartenante à M. le Marquis d'Osaz.

Cette eau m'a été envoyée par Madame la Marquise d'Osaz qui me fit savoir qu'elle souhaitoit en avoir une analyse exacte. Afin de répondre aux désirs de cette Dame respectable, j'ai entrepris l'analyse suivante.

§. I.

Qualités apparentes de cette eau.

La terre d'Envie appartenante à M. le Marquis d'Osaz se trouve dans la province de Saluces, à environ 15 lieues ouest de Turin. Elle n'est pas fort éloignée des grandes montagnes qui forment la chaîne des Alpes. Le puits qui fournit cette eau est dans la cour du château.

L'eau jaillit au fond du puits par la fente d'un rocher que je juge être de nature quartzeuse. Le filon d'eau qui sort de cette fente, on le dit de 4 pouces de diamètre, de façon qu'il est presqu'impossible de vuider ce puits, tant il est abondant: il est même difficile d'en diminuer l'eau sans un travail très-pénible. Cette eau est limpide, transparente, sans odeur & même sans saveur, & je ne l'ai jugée telle qu'après l'avoir goûtée long-tems & à plusieurs reprises, & après l'avoir comparée, soit avec l'eau distillée, soit avec l'eau de pluie. Ainsi, je le répète, je n'ai pu y distinguer la moindre saveur.

Cependant il est bon de remarquer ici que cette eau, étant absolument privée d'acide aérien, peut facilement tromper une personne qui a un palais délicat, parce qu'accoutumée aux eaux ordinaires, qu'il est très-rare de trouver entièrement dépourvues de cet acide, lorsqu'elle en fera la comparaison avec l'eau de ce puits, elle ne pourra à moins que d'y trouver une légère différence.

Cette eau est encore fort légère, car sa pesanteur spécifique est parfaitement égale à celle de l'eau de pluie, le thermomètre de Réaumur étant à 10 degrés & $\frac{1}{2}$.

§. 2.

Effets des réactifs sur cette eau.

(A) De tous les réactifs connus, nul n'a produit d'effet sensible sur cette eau, à la réserve de la dissolution de nitre lunaire, & de la dissolution de mercure dans le même acide.

La première a formé un léger nuage blanc qui a un peu noirci.

(B) La seconde a produit un précipité blanc un peu plus abondant, qui, après quelques instans, a pris une légère teinte de jaune.

(C) Une particularité très-remarquable de cette eau, & que je n'avois encore observée dans aucune autre, c'est que celle-ci ne contient pas un atome d'acide aérien libre. En voici la preuve.

(D) Sur deux livres de cette eau j'ai versé jusqu'à 8 onces d'eau de chaux; elle n'a produit absolument aucun effet.

L'eau est restée très-claire, & n'a point du tout blanchi. Ce ne fut qu'après plus de 24 heures de repos que l'eau s'est un peu troublée, & que j'ai recueilli en la filtrant environ un demi grain de chaux aérée. Apparemment que cet effet a été produit par la très-petite portion d'acide aérien qui, n'étant point saturé, tenoit en dissolution la quantité infiniment petite de chaux aérée contenue dans cette eau, comme on le verra ci-après, à moins qu'on n'aime mieux assigner la cause de ce précipité au peu d'acide aérien, que cette eau peut avoir absorbé de l'atmosphère au moment même de l'expérience.

(E) Si l'on verse de cette eau dans de la teinture de tournesol, que l'on a fait passer au rouge par une légère goutte d'acide, elle n'y restitue point sa première couleur, preuve certaine que cette eau ne contient ni alkali, ni terre calcaire, ni terre magnésienne, si ce n'est peut-être quelques atomes.

Le peu d'effet des réactifs sur cette eau m'ont fait juger sur le champ qu'elle devoit être très-pure, & on verra que je ne me suis point trompé.

§. 3.

Principes de cette eau recueillis par l'évaporation.

(1) J'ai mis 4 pintes de Paris de cette eau dans une jatte de grès, & je l'ai faite évaporer à un degré de chaleur bien au-dessous de l'eau bouillante. Dès le commencement de l'opération il s'est formé tout au tour des parois de la jatte un très-petit cercle noir d'une matière très-légère, & qui surnageoit l'eau. Cette substance noire étoit si légère & si déliée,

que je n'ai jamais pu en ramasser la moindre partie pour l'assujettir à quelques expériences. Si avec une cuiller d'argent j'aspergeois de la même eau de la jatte cette matière noire, elle disparoissoit en se dissolvant dans l'eau, & ne reparoissoit plus. Aussi la moitié de l'eau n'étoit pas évaporée, que tout avoit disparu, & rien ne s'étoit précipité au fond. D'ailleurs cette matière est en si petite quantité que je suis assuré que les 8 livres d'eau soumises à l'évaporation en contenoient à peine $\frac{2}{100}$ de grain.

(2) J'ai encore observé, durant le cours de l'opération, une multitude de petites bulles d'air adhérentes au fond du vase, & qui s'y tenoient opiniâtrément attachées. J'ai lieu de croire d'après quelques autres observations que j'ai rappelées à mon esprit, que lorsqu'une eau est entièrement privée d'acide aérien, l'air atmosphérique, qui s'y rencontre & qui n'a point de qualité acide, a beaucoup de peine à se dégager, & que les petites bulles qui se forment au fond du vase sont plus visibles, & semblent être assujetties à une plus forte attraction.

(3) Lorsque l'opération fut entièrement achevée, je ramassai avec le plus grand soin possible le peu de résidu sec resté au fond du vase, & après l'avoir exactement pesé, je reconnus que son poids n'étoit que $\frac{18}{100}$ de grain, ce qui ne revient pas à $\frac{1}{100}$ de grain par livre d'eau.

(4) Ce résidu bien sec étoit une terre blanche que je jugeai être de nature calcaire. Pour m'en assurer, je le mis dans un verre de montre, & j'y versai quelques gouttes d'acide marin délayé. Il y eut sur le champ effervescence par le dégagement de l'acide aérien, & la terre fut dissoute; cependant il y resta au fond un peu de matière noire qui ne fut pas at-

taquée par l'acide, mais comme cette matière pouvoit à peine aller à $\frac{2}{100}$ de grain; je n'ai pu la soumettre à d'ultérieures expériences.

(5) Afin de m'assurer si le peu de sel marin terreux, que j'avois obtenu par l'union de cet acide avec le résidu sec, étoit calcaire ou magnésien (car il pouvoit être l'un ou l'autre) j'y ai ajouté encore un peu d'eau distillée, & j'ai versé le tout dans un petit verre à liqueur, ensuite j'ai précipité la terre avec un peu d'alkali minéral aéré, j'ai filtré & puis saturé cette terre avec une goutte d'acide vitriolique délayé, & j'ai obtenu par l'évaporation un peu de sélénite.

Il résulte donc de cette analyse que 8 livres, poids de marc, de cette eau ne contiennent que $\frac{18}{100}$ de grain de chaux aérée, & pas au delà de $\frac{2}{100}$ de grain d'une matière noire que les acides à froid n'attaquent point, mais qui est en trop petite quantité pour pouvoir être soumise à d'autres expériences.

Nous avons déjà constaté que cette eau est entièrement privée d'acide aérien (§. 2. D) & qu'elle contient à peu près 2 pouces d'air atmosphérique (§. 3. N.° 2.) sur 8 livres d'eau.

Sa température au fond du puits est à + 9 degrés de Réaumur; celle de l'air extérieur étoit le jour de l'expérience à + 19. La profondeur du puits est de 39 à 40 pieds, & il s'y trouve toujours 7 à 8 pieds d'eau.

ANALYSE DE L'EAU DU PUITS DU COUVENT DE N. D. DES ANGES

Qui se trouve dans le quartier Sud de la ville de Turin.

§. 1.

Qualités apparentes de cette eau.

Ce puits se trouve dans une cour, proche de la porte d'entrée du Couvent. Sa profondeur est de 8 toises, & il y a continuellement 5 à 6 pieds d'eau. Cette eau est limpide & transparente, elle est encore très-agréable à boire, étant absolument sans odeur & sans saveur : elle est fort légère, car sa pesanteur spécifique est à celle de l'eau distillée comme 314 est à 313 $\frac{1}{2}$, le thermomètre de Réaumur étant à + 20 degrés.

L'eau de ce puits conserve toute l'année la même température qui est de + 10 degrés de Réaumur.

§. 2.

Effets des réactifs sur cette eau.

(A) Sur deux livres poids de marc de cette eau j'ai versé une quantité suffisante d'eau de chaux. Elle a tout de suite blanchi, & il s'est précipité au fond du vase qui la contenoit, après quelques heures de repos, 4 grains $\frac{75}{100}$ de chaux aérée,

effet produit par le peu d'acide aérien libre que cette eau contient.

(B) La teinture bleue de tournesol n'a point du tout été altérée en rouge par l'addition de cette eau, au contraire versée en dose suffisante dans une portion de cette teinture, qui a été rougie par un peu d'acide de vinaigre elle y a rétabli sa première couleur.

(C) Les alkalis fixes, en quelqu'état qu'ils se trouvent, y précipitent un peu de terre calcaire.

(D) L'acide du sucre y fait paroître sur le champ des stries blanches, & il s'y fait un précipité de chaux sucrée.

(E) Quelques gouttes de dissolution d'alun, instillées dans cette eau, la troublent, & la terre alumineuse se précipite.

(F) La dissolution de nitre lunaire la blanchit, & l'argent y est précipité.

(G) Le vinaigre de Saturne la blanchit aussi, & le précipité se soutient long-tems au-dessus de la liqueur. Après quelques jours de repos on le trouve adhérent aux parois intérieures du vase.

(H) Deux gouttes de dissolution de sel marin barotique, que j'y ai laissé tomber, ont produit en peu de minutes un léger nuage blanc formé par le spath pesant, qui est presque insoluble dans l'eau.

(I) Une seule goutte de dissolution de nitre mercuriel suffit pour produire sur le champ un précipité assez abondant qui est d'abord blanc, mais qui jaunit un peu, parce qu'il s'y forme aussi du turbith minéral.

(K) L'alkali phlogistiqué & la noix de galle ne troublent point cette eau.

(L) Le savon de Venise mousse très-bien dans cette eau, & s'y tient parfaitement dissous.

§. 3.

Principes de cette eau recueillis par l'évaporation.

(1) Deux pintes de Paris de cette eau, évaporées dans une jatte de grès à un feu modéré, ont laissé un résidu sec pesant 10 grains.

(2) Ce résidu, après avoir bouilli un bon quart d'heure dans une suffisante quantité de vinaigre distillé, a été jeté sur le filtre, qui en a retenu 1 grain $\frac{50}{100}$. Le vinaigre a donc dissous 8 grains $\frac{50}{100}$ de ce résidu, lesquels se sont trouvés être de chaux aérée, puisqu'ayant évaporé tout le vinaigre, il est resté un sel en aiguilles qui avoit de l'amertume & s'effleurissoit à l'air.

(3) Ce qui étoit resté sur le filtre, du poids d'1 grain $\frac{50}{100}$, je l'ai reconnu pour de la sélénite, aussi m'a-t-il fallu près d'une once & $\frac{1}{2}$ d'eau pour la dissoudre entièrement.

Cette eau contient donc chaque deux pintes de Paris (*mm*)

	Grains
De chaux aérée	8 $\frac{50}{100}$.
De sélénite	1 $\frac{50}{100}$.
Total	10

(*mm*) 4 liv. poids de marc.

Outre ces matières fixes cette eau contient encore environ 4 pouces d'acide aérien libre sous un même volume d'eau, & un pouce d'air atmosphérique.

Sa température au fond du puits est de + 10 degrés de Réaumur, tandis que celle de l'atmosphère étoit à + 20 degrés.

ANALYSE DE L'EAU DU PUITS DU COUVENT DE N. D. DE LA CONSOLA.

§. 1.

Qualités apparentes de cette eau.

Ce Couvent se trouve dans le quartier Nord de la ville de Turin. Le puits est dans l'intérieur du Couvent proche de la Sacristie. Il est placé sous une arcade exposée à l'Est. Sa profondeur jusqu'à la surface de l'eau est de 8 toises, 2 pieds, & il y a ordinairement 6 à 7 pieds d'eau. Cette eau est limpide & transparente comme le cristal, sans odeur & sans saveur, & fort agréable à boire. Plusieurs personnes en envoyent prendre, parce qu'ils la trouvent excellente & salutaire. Elle a même une légère vertu purgative, & quoique cette propriété soit assez générale à toutes les bonnes eaux bues en dose un peu forte, il y a cependant pour celle-ci une raison de plus de lui attribuer cette vertu; elle consiste en ce qu'elle contient un peu de sel d'Epsom, ainsi qu'on le verra par l'analyse.

§. 2.

Effets des réactifs sur cette eau.

(A) Cette eau ne rougit point la teinture de tournesol, ni le papier qui a reçu cette teinte; au contraire, si l'on fait passer au rouge l'un & l'autre par une légère goutte d'acide, cette eau leur restitue leur première couleur.

(B) Si l'on verse un verre d'eau de chaux sur quatre livres de cette eau, elle blanchit sur le champ, & il se dépose au bout de 24 heures 12 grains $\frac{50}{100}$ de chaux aérée, mêlée d'un peu de magnésie. Cet effet est dû en grande partie à l'acide aérien qu'elle contient.

(C) Les alkalis fixes, en quelqu'état qu'ils se trouvent, y précipitent une terre blanche.

(D) L'acide du sucre y forme des stries blanches, & il se précipite de la chaux sucrée.

(E) Le sel marin barotique forme sur le champ un nuage blanc, & le précipité est du spath pesant, ce qui indique que cette eau contient des sels vitrioliques.

(F) La dissolution de nitre d'argent forme aussi un précipité blanc qui noircit un peu.

(G) Le vinaigre de Saturne rend cette eau laiteuse, & si l'on fait cette expérience sur une quantité un peu grande d'eau, & qu'on en fasse évaporer les $\frac{3}{4}$ avant d'y verser le vinaigre de Saturne, le précipité qui se forme est alors plus abondant, & il n'est plus entièrement repris par l'acide de vinaigre, marque que dans ce précipité il y a du vitriol de plomb, lequel n'est presque point dissoluble dans cet acide.

(H) Le nitre mercuriel y décide sur le champ un précipité assez abondant.

(I) La dissolution d'alun, ou bien un petit morceau de sel, jeté dans cette eau, la trouble; le sel se décompose & sa base se précipite.

(K) L'alkali Prussique & la noix de galle n'y produisent aucun effet.

(L) Le savon de Venise mousse & se dissout assez bien dans cette eau, quoiqu'elle ne soit pas exempte de sels vitrioliques.

§. 3.

Principes de cette eau recueillis par l'évaporation.

(1) Quatre livres poids de marc de cette eau, évaporée selon les règles, ont laissé un résidu sec pesant 8 grains $\frac{75}{100}$?

(2) Comme j'avois lieu de croire que cette eau contenoit du sel d'Epsom (§. 2. B) j'ai mis ce résidu sec sur un filtre de papier sans colle, & j'ai versé dessus en deux fois à peu près un demi gros d'eau chaude; elle a pris 2 grains $\frac{87}{100}$ de ce résidu. Ayant ensuite fait évaporer l'eau, il s'est cristallisé un sel qui avoit de l'amertume, qui s'effleurissoit à l'air, & qui a été précipité par l'eau de chaux; ainsi c'étoit du vrai sel d'Epsom pesant 3 grains $\frac{17}{100}$, parce qu'il avoit repris son eau de cristallisation.

(3) Sur les autres 5 grains $\frac{88}{100}$ de résidu j'ai versé un peu d'acide marin délayé; il y a eu sur le champ une forte effervescence, causée par le dégagement de l'acide aérien. Ayant ensuite délayé le tout avec un peu d'eau distillée, & filtré, j'ai reconnu que l'acide marin avoit dissous 4 grains $\frac{10}{100}$ de chaux aérée.

(4) Il me restoit encore 1 grain $\frac{78}{100}$ de résidu que j'ai reconnu pour de la sélénite, mais en l'examinant avec une loupe d'un pouce de foyer, j'aperçus quelques grains de sable qui y étoient entremêlés. Pour les séparer j'ai versé sur ce résidu une once & demi d'eau distillée; la sélénite s'est

entièrement dissoute, & il s'est précipité au fond du verre un peu de sable gris, mêlé de quelques grains noirs du poids de $\frac{8}{100}$ de grain.

(5) Ayant mis cette poussière avec un peu d'alkali minéral sur une cuiller d'argent, & y ayant soufflé dessus avec le chalumeau la pointe de la flamme d'une chandelle, il y a eu effervescence & fusion, ce qui prouve que ce sable étoit silicieux.

Il résulte de cette analyse que l'eau du puits qui se trouve au couvent de N. D. de la *Consola* contient chaque 4 livres d'eau, poids de marc

	Grains	
De chaux aérée	4	$\frac{50}{100}$.
De sélénite	1	$\frac{50}{100}$.
De vitriol de magnésie	3	$\frac{17}{100}$.
De poussière de silex à peine	—	$\frac{8}{100}$.
Total	9	$\frac{25}{100}$.

L'augmentation de poids du résidu provient sans doute de l'eau de cristallisation du sel d'Epsom.

La quantité d'acide aérien libre que cette eau contient, est tout au plus de 3 pouces & $\frac{1}{2}$; celle de l'air atmosphérique d'un pouce $\frac{1}{4}$.

§. 4.

De la pesanteur spécifique de cette eau.

La pesanteur spécifique de cette eau, est à celle de l'eau distillée comme 314 est à 313 $\frac{1}{2}$, le thermomètre de Réaumur étant à + 21 degrés.

Sa température au fond du puits n'étoit qu'à 8 degrés & $\frac{1}{2}$.

…NUES DANS LES EAUX

Noms		…ol …tie.	*Sélénite.*	*Sel marin à base d'alkali.*	*Sel marin à base terreuse.*	*Matière extractive*	*Total du poids des matières.*
Eau distill…							
Eaux minérales.	I…		34 gr.ns $\frac{25}{100}$	4 gros 5 gr. $\frac{25}{100}$	1 gros 17 gr. $\frac{25}{100}$		6 gros 36 gr. $\frac{88}{100}$
	…			65			1 gros 41 gr. $\frac{55}{100}$
Eaux de fontaines	1…		$\frac{75}{100}$				9 $\frac{75}{100}$
	1…		$\frac{62}{100}$	$\frac{50}{100}$			3 $\frac{27}{100}$
Eaux de puits			3 $\frac{75}{100}$				28 $\frac{25}{100}$
	M…					$\frac{2}{100}$ grain	$\frac{40}{100}$
	de…		1 $\frac{50}{100}$				10
	N…	$\frac{7}{10}$	1 $\frac{30}{100}$				9 $\frac{25}{100}$

Mém.

DESCRIPTION

D'UN MONSTRE HUMAIN A DOUBLE TÊTE DE SEPT MOIS

PAR M. PENCHIENATI.

Le monstre dont il est ici question, mourut quelques minutes après sa naissance qui arriva le 14 Août 1785. Sa forme étoit si irrégulière, que pour éviter la confusion, j'ai cru devoir le représenter dans cinq figures (*a*). Les deux visages étoient distincts tels qu'ils sont dans la *figure* 1. Le côté A qui est dessiné en face dans la *figure* 3, a les paupières, les narines, la bouche & les oreilles fermées. Toutes ces parties, hormis les paupières, sont ouvertes dans l'autre côté B, qui est aussi représenté en face dans la *figure* 2. Les oreilles se trouvent à leur place ordinaire, & la base de la double tête s'appuye sur les épaules, de façon que le monstre semble être sans col (*figure* 1.). Lu le 28 mars 1786.

Il avoit aussi quatre bras & quatre jambes de différente grosseur, dont les directions étoient très-irrégulières. On a

(*a*) Voyez les Planches I. II. & III. qui se trouvent à la fin de cette description.

retranché dans la *figure* 1 les deux extrémités inférieures qui sont représentées dans la *figure* 4, pour qu'on pût voir librement l'occiput commun. Rien de particulier dans le tronc. L'abdomen étoit recouvert des tégumens communs, seulement jusqu'au nombril. Depuis cet endroit en bas on voyoit une masse irrégulière de substance rouge, qui n'étoit couverte que du péritoné, & qui avoit diverses hydatides éparses dans sa surface extérieure. Toutes ces choses sont distinctément indiquées dans la *figure* 3.

Les parties de la génération manquoient absolument: tout ce que je pourrois dire, c'est qu'entre le terme des deux fesses dans l'endroit qui répond au périnée, j'observai une espèce de bourse qui sans avoir de testicules ressembloit à un *scrotum*; il n'a pas été possible de représenter cette bourse dans les *figures*.

La *figure* 2 laisse voir par devant le visage qui avoit toutes ses ouvertures naturelles fermées. L'épaule gauche touche à l'oreille du même côté; le bras droit appuye le coude contre le premier tiers de la face antérieure de la cuisse, & l'avant-bras s'avance en se repliant jusqu'au-dessus de la région épigastrique, & les doigts de la main touchent au côté antérieur de l'avant-bras gauche. Sous & derrière le bras droit on voyoit une grande vessie qui étoit remplie d'une humeur jaune assez semblable à la bile cystique. Cette vessie étoit attachée à la crête des os *ilium*, montant par derrière jusqu'au milieu du dos, & s'allongeant jusqu'à la partie externe du genou. La cuisse droite est plus grosse que la gauche; il en est de même de la jambe & du pied, lequel est tourné de manière que le côté de l'orteil qui auroit dû répondre au malléole interne

regarde directement l'épine du tibia. Le bras gauche pend sur l'abdomen contre lequel il appuye la main à peu de distance de la droite. La cuisse gauche avec la jambe au delà de l'épaule laisse voir le pied tordu, de façon que le petit doigt regarde l'épine du tibia, comme le pouce de l'autre pied dont j'ai fait la description.

Dans la partie la plus basse de la fesse il y a un porreau qu'on peut voir dans les fesses de la *figure* 5.

La *figure* 3 présente de face le côté qui a les paupières closes & la tête plus chevelue. La peau des joues est écailleuse; l'épaule gauche s'appuye contre l'oreille & s'avance jusqu'au sternum. Les deux bras sont placés de manière que la main droite est appuyée sur la mamelle droite, & la main gauche sur la face externe de l'extrémité de l'avant-bras près du poignet. Dans cette *figure* on voit les quatre jambes, deux du côté droit du poignet, & deux du côté gauche. Du milieu de l'humérus droit partent deux jambes placées l'une contre l'autre, dont la postérieure s'avance en haut presque jusques à la tête & à la hauteur des tempes, aboutissant avec la plante & les doigts un peu repliés vers l'une des tempes.

La cuisse antérieure paroît tirer son origine du coude du bras droit d'où elle se porte en haut, comme la précédente, pour se terminer avec le pied à peu de distance de l'autre. Dans le centre de la fesse qui répond à cette cuisse antérieure on peut remarquer un de ces porreaux dont je viens de faire mention. Du côté gauche au-dessous du coude on observe que l'autre cuisse postérieure est placée obliquement, & au milieu couverte de la plus grande partie de la jambe & du pied antérieur, & qu'elle se termine contre les muscles

jumeaux de la jambe postérieure, qui s'élève jusqu'au milieu du bras gauche. De ce côté on voit le pouce du pied tourné, comme je l'ai dit dans l'explication de la *figure* 2, vers l'épine du tibia. La poitrine dans cette *figure* 3 est plus large que celle de la *figure* 2, il n'y a presque point de peau sur l'abdomen, qui est plus étendu que celui que j'ai déjà décrit dans la *figure* 2, & qui a aussi des hydatides de diverse grandeur, qui étoient remplies d'une humeur gélatineuse.

La *figure* 4 représente le monstre du côté de l'occiput couvert d'une jambe qui le traverse, & dont le genou s'appuye contre le menton & contre l'oreille gauche qui est couverte par le pied. La jambe gauche s'avance en appuyant le pied sur la droite, & le *calcaneum* contre la cuisse: le pied qui se porte au-dessus de la jambe, couvre la partie moyenne & inférieure du même occiput. Au bas des fesses, à peu de distance de la tubérosité de l'ischion, on observe les deux porreaux, qui étoient de la couleur de la peau; on voyoit encore au-dessous des fesses un bon doigt de peau, sans aucune trace d'anus ni aucune marque des parties de la génération.

Du côté droit vers le milieu de la cuisse on voit une main ayant les doigts pliés en partie vers le côté gauche, & en partie en sens contraire. Il y a aussi un bras qui depuis le milieu de la cuisse va toucher avec le coude à l'origine du poignet d'une autre main, qui présente la paume & tient les doigts repliés, tandis que l'autre fait voir le dos avec trois doigts étendus. Au-dessous de la main qui présente la paume on voit un pied ayant le *calcaneum* tourné en haut, & la pointe des doigts en bas; ce pied présente la plante & touche avec le côté interne

au sac voisin qui contient les viscères. C'est depuis la peau qui paroît au-dessus des fesses que commence ce petit corps rouge, qui avoit dans la partie supérieure & moyenne une autre substance gélatineuse circonscrite de couleur jaunâtre, d'où le cordon ombilical sembloit tirer son origine.

On aperçoit dans la *figure* 5, que la tête du côté de l'occiput opposé à celui que j'ai décrit ci-devant, est aussi recouverte de cheveux un peu longs. La base de la tête touche aussi aux épaules. Du côté droit on voit deux bras, dont l'un pend naturellement en bas ayant la main & les doigts repliés. Du poignet de cette main semble sortir l'autre avant-bras, qui se porte en haut contre l'épaule, & finit en repliant seulement les doigts de la main. Au centre du dos & un peu à droite on découvre un pied ayant le pouce tourné contre l'épine du dos, & répondant tout-à-fait à l'épine du tibia. La jambe se continue en bas, & tandis qu'elle fait un angle droit avec le genou, elle touche avec le corps des muscles jumeaux la partie la plus proche de la cuisse, & couvre avec le genou presqu'en entier une autre jambe placée transversalement au-dessous, & dont le genou aussi replié se trouve du côté gauche & à quelque distance d'une main dont on ne voit qu'un peu du dos avec les doigts étendus. Cette dernière jambe s'appuye sur la substance rouge dont j'ai parlé, & se termine avec le pouce du pied qu'elle couvre en partie, & qui est tourné contre l'épine du tibia.

De ce côté il me fut plus facile d'observer ce qui étoit contenu dans le sac dont j'ai déjà fait mention, & en quoi consistoit cette substance rouge; car ayant relevé avec les doigts la partie inférieure du sac qui étoit crevé dans cet endroit, je vis les viscères de l'abdomen compliqués, & surtout les deux foies

qui étoient situés un de chaque côté. Il ne m'a pas été possible d'examiner plus particulièrement les viscères.

Par la bizarre structure de ses différentes parties, ce monstre semble avoir été ainsi organisé dès sa première origine. En effet, comment une maladie, ou tout autre accident auroit-il pu combiner & joindre les deux corps si confusément dérangés?

Fig. 1.

A

B

P. Peiroleri sc

P. Peiroleri Sc.

ig. 4.

g. 5.

L. Peiroleri sc.

MÉTHODE TRÈS-SURE

DE PRÉPARER UN EXCELLENT KERMÈS MINÉRAL.

PAR M. FONTANA.

L'expérience a fait voir qu'on ne peut assez se tenir en garde contre ceux qui nous envoient les drogues médicinales tirées des règnes végétal & animal. Le règne minéral ne nous fournit pas moins de preuves de leurs manèges. Si quelqu'un se donnoit la peine de soumettre à des expériences exactes tout ce qui nous vient de l'Étranger pour l'usage de la Médecine, ne feroit-il pas un grand bien à la Société? Ce point qui doit intéresser particulièrement les Médecins, m'a engagé à examiner différens articles, dont la fraude est très-évidente & souvent funeste à l'humanité; mais je ne parlerai ici que de l'antimoine & de sa préparation en kermès minéral, en donnant un nouveau procédé pour faire cette préparation. Lu le 21 avril 1786.

Le kermès minéral a été de tout tems un remède très-puissant; il importe donc qu'il soit bien préparé pour qu'il ait tous les effets qui lui sont propres.

L'antimoine du commerce, minéralisé par le soufre, est celui qu'on emploie dans les Pharmacies pour les préparations chimiques. Comme j'avois trouvé dans bien des préparations antimoniales une différence très-remarquable dans la quantité des produits que j'en obtenois, dans le prix & dans la couleur, je crus à propos de soumettre à un examen très-scrupuleux l'antimoine qu'on pouvoit se procurer de plusieurs de nos

Droguistes, d'autant plus que les Médecins fondent dans certains cas leurs espérances sur les remèdes qu'on prépare dans la Pharmacie.

Ce fut au mois d'Octobre dernier que je fis mes expériences sur les différens antimoines qu'on trouve chez nous, par lesquelles j'eus non seulement lieu de me convaincre que l'antimoine du commerce diffère dans la quantité du principe minéralisateur, savoir dans le soufre, comme aussi dans la partie réguline de l'antimoine; mais j'en ai encore trouvé où l'on découvroit même une portion d'arsenic, laquelle, quoique petite, ne laisse pas de le rendre suspect, d'autant plus que son prix modique est souvent la cause que quelques-uns en font l'acquisition préférablement à tout autre.

Il est vrai qu'on peut débarrasser cet antimoine de la partie arsenicale par des opérations très-simples, & s'en servir d'une manière sûre dans les Pharmacies; mais il est toujours dangereux dans certaines opérations, & surtout dans celle du kermès minéral dont on emploie l'antimoine tel qu'il est dans le commerce. Si on fait attention à ce qui se passe dans la formation du kermès minéral, on trouvera aisément un moyen sûr de le préparer. Voici le procédé que j'ai suivi en présence de plusieurs de mes amis & que j'ai répété pendant plusieurs mois avant de le présenter à l'Académie.

Je prépare par la voie sèche le foie de soufre composé de 6 onces de fleurs de soufre, & de 12 onces d'alkali fixe de tartre (*a*). Je le pile dans un mortier de marbre, & le verse en-

(*a*) J'emploie cette quantité d'alkali fixe pour aider la dissolution du kermès dans l'eau, sans quoi il ne passeroit point à travers le papier, quoiqu'on puisse ré-

suite dans un poële de fer avec 12 livres d'eau distillée. Après une ébullition suffisante à faire dissoudre le foie de soufre, j'y mets peu à peu 6 onces de régule d'antimoine pulvérisé & passé par un tamis de soie: le régule d'antimoine est attaqué dans l'instant avec effervescence par le foie de soufre. Je laisse bouillir & consumer la liqueur hépatique jusqu'à la consistance d'onguent liquide, le foie de soufre se trouvant ainsi dans un état de concentration: j'aide la réduction de l'antimoine en kermès minéral en tournant quelques momens la matière avec une spatule de fer: je verse ensuite 20 liv. d'eau distillée bouillante & je tiens ainsi le tout en ébullition pendant une bonne heure: je filtre enfin la liqueur, & après en avoir séparé le kermès par le procédé ordinaire, je le lave avec une suffisante quantité d'eau distillée un peu tiède. Celui qui reste sur le filtre, je l'expose nouvellement au feu avec la liqueur dont j'avois séparé le kermès; après quelque tems d'ébullition je le filtre & je répète la même opération jusqu'à ce que le kermès soit entièrement passé par le papier. On peut traiter la liqueur, dont on a séparé tout le kermès minéral, avec un acide quelconque pour décomposer le foie de soufre qui

---

duire en excellent kermès minéral le régule d'antimoine avec une moindre quantité d'alkali. En effet, j'ai réduit deux livres de régule d'antimoine en kermès minéral avec deux livres & demie de foie de soufre composé de parties égales de soufre & d'alkali: on peut faire, si l'on veut, le foie de soufre par la voie humide, mais il faut, comme l'on sait, plus de tems; d'ailleurs je n'ai observé aucune différence entre le kermès préparé avec le foie de soufre par la voie sèche, & entre celui qui l'est par la voie humide.

Quelques-uns de nos Messieurs de la Faculté de Médecine ayant été chargés par l'Académie d'expérimenter ce kermès, lui en ont fait un rapport favorable.

tient en dissolution une portion de la partie réguline, & obtenir ainsi le soufre doré d'antimoine.

Le kermès minéral paroît être composé de chaux d'antimoine & d'air hépatique, puisqu'ayant rempli un flacon d'air hépatique tiré de la décomposition du foie de soufre par l'acide vitriolique, & y ayant mis un peu de régule d'antimoine, la surface de ce dernier fut colorée en kermès. J'espère de reprendre cette expérience qui peut répandre du jour sur les parties constitutives du kermès minéral.

Par ce procédé 1° on aura un kermès minéral excellent, quoique le régule préparé dans les Pharmacies soit tiré de l'antimoine du commerce: les Chimistes n'ignorent point que pendant la déflagration du principe volatil minéralisateur de l'antimoine, l'arsenic, s'il y en a, se volatilise: 2° la préparation sera beaucoup plus avantageuse pour les Pharmaciens, puisqu'ils obtiennent par ce moyen du kermès minéral en plus grande quantité que par le procédé ordinaire indiqué par Lemery, Macquer, Baumé & dans plusieurs Pharmacopées, & que les Médecins peuvent encore être assurés de l'efficacité d'un remède très-important dans la Médecine, & de son uniformité dans les Pharmacies.

En suivant les progrès de la Chimie l'on pourroit encore simplifier bien des opérations Pharmaceutiques & en retirer de plus grands avantages: les Journaux de Physique, de Médecine & les Collections Académiques indiquent très-souvent de nouveaux moyens pour préparer plus uniformément certains remèdes, d'où il en résulteroit certainement des effets beaucoup plus sûrs. Mais malgré les soins que les différentes Facultés de Médecine se donnent pour introduire ces nouvelles pré-

parations, on voit néanmoins que l'aveugle routine de les composer selon les anciens procédés ne permet bien souvent de les adopter. Il est cependant à espérer que tous ces nouveaux procédés qu'on trouve indiqués dans plusieurs ouvrages & dont on a constaté l'efficacité, seront un jour introduits dans toutes les Pharmacies; ce ne sera qu'alors que les Médecins pourront être assurés de l'uniformité des remèdes destinés au soulagement de l'humanité.

OBSERVATIONS

SUR LES EFFETS DE L'EAU DE LAURIER-CERISE, FAITES SUR LES CADAVRES DE DEUX PERSONNES MORTES A TURIN, LE 22 JANVIER 1785.

PAR M. PENCHIENATI.

Lu le 28 mai 1786. Le laurier-cerise, ainsi nommé par les Naturalistes à cause de la ressemblance qu'il y a entre son fruit & nos cerises, fut transporté de Trébizonde en France en 1576. Ses pernicieux effets avoient pourtant déjà été reconnus des anciens Grecs & Romains. Strabon avoit observé de son tems qu'il suffisoit que les animaux en goûtassent pour mourir l'écume à la bouche, comme les épileptiques. *Erat arbor*, dit son traducteur, *lauro similis, qua gustata, jumenta omnia cum spuma moriebantur in morem comitialis morbi*. Apulée, dans le quatrième livre de l'Ane d'or, assure que le fruit de cette plante est nuisible aux animaux de toutes espèces. Pline avance que c'est un poison pour les chèvres, les brébis & les chevaux, & que ses feuilles sont si vénéneuses pour tous les quadrupèdes, que l'eau dans laquelle elles pourrissent, leur cause la mort quand ils en boivent. Il ajoute ailleurs que le suc de ces feuilles est un remède pour l'homme contre la morsure des serpens, & il appelle cette propriété miraculeuse. Les observations modernes nous ont confirmé non seulement que cette plante est vénéneuse pour les animaux, mais encore que son eau distillée donne subitement la mort aux hommes.

L'usage a fait voir que cinq à six gouttes de cette liqueur étoient un bon stomachique & un moyen propre à engraisser les chiens. Les cuisiniers d'Angleterre, d'Irlande & d'Italie ont coutume d'en mettre quelques gouttes dans les crèmes, dans le lait caillé & dans l'eau de vie pour donner à toutes ces choses une odeur suave & un goût agréable d'amandes amères. Cependant on a été très-long-tems sans en observer les funestes effets. Les premières observations que nous ayons sur la mort des personnes qui ont bu de cette eau, sont celles que M. Madden Docteur en Médecine à Dublin envoya au Secrétaire de la Société Royale de Londres, & qui sont insérées dans le volume de 1728. Elles réveillèrent bientôt l'attention des Physiciens Anglois, François & Italiens, & les engagèrent à faire un grand nombre d'expériences sur les animaux, par lesquelles on a été généralement convaincu que l'eau & l'huile de cette plante sont un poison mortel pour tous les animaux, si on leur en fait avaler une certaine dose. M. l'Abbé Rosier apporte néanmoins l'exemple d'un cheval qui n'est pas mort, quoiqu'il lui en eût fait boire plusieurs onces.

On sait donc depuis très-long-tems que le laurier-cerise est un poison pour tous les animaux, & que l'eau qu'on en distille ne l'est pas moins pour les hommes. Mais aucun n'avoit encore rapporté les effets qu'elle produit dans les entrailles des personnes qui ont le malheur d'en prendre. C'est par un accident funeste arrivé dans cette Capitale, le 22 janvier 1785, qu'il s'est présenté pour la première fois l'occasion de les observer. Le cas en est si extraordinaire que j'ai cru à propos d'en faire une relation détaillée.

Deux personnes de différent sexe, au service d'un Seigneur, ayant pris par mégarde une bouteille d'eau de laurier-cerise, qui se trouvoit confondue parmi les liqueurs destinées à l'usage de la table, en burent malheureusement deux petites cuillerées, qui leur donnèrent subitement la mort. Après cet accident les cadavres furent portés d'ordre de la Police à l'Université dans la salle contigue au théatre anatomique, où je me rendis avec M. Baldi mon Collègue pour les visiter. Nous commençames à les examiner extérieurement en présence de quelques Médecins & Chirurgiens, & nous remarquames que la peau étoit de couleur naturelle, les paupières à moitié ouvertes, & que la femme avoit la prunelle de l'œil gauche plus dilatée que celle du droit, & même au delà de l'état naturel. Ils avoient tous les deux la bouche fortement serrée, avec un peu d'écume entre les lèvres, de manière que pour l'ouvrir il fallut couper les muscles *masseters* & les tendons des *temporaux*. La bouche étant ouverte nous observames encore un peu d'écume aux côtés de la langue & au palais. La surface de la langue, ainsi que celle de toute la bouche, étoit blanche. L'œsophage de l'homme n'étoit altéré nulle part; mais la membrane intérieure de celui de la femme étoit de couleur cendrée jusqu'à peu de distance du *cardia*. Les poumons des deux sujets se trouvèrent remplis de sang, le droit l'étoit encore plus que le gauche, & il avoit dans la femme à la surface du plus grand lobe une ecchymose qui le faisoit paroître presque gangréné.

Le ventricule de cette femme étoit rempli d'alimens mêlés avec une humeur muqueuse, rougeâtre & écumeuse, & si

mal mâchés qu'on pouvoit en distinguer la qualité; tandis que celui de l'homme étoit vide, contenant au fond, au lieu d'alimens mâchés, environ une demi-livre de mucosité teinte de sang noir & couverte d'écume. Ayant ôté cette mucosité nous remarquames une tache noire qui étoit de la largeur de plusieurs lignes, & que nous primes d'abord pour une gangrène des membranes; mais après avoir raclé avec le scalpel cette mucosité sanguine, qui étoit beaucoup adhérente à la veloutée, ces membranes parurent au dedans & au déhors de couleur naturelle. Cet effet semble avoir été produit par un plus grand séjour qu'a fait le poison dans cet endroit. Les vaisseaux du mésentère dans les deux sujets, & ceux du ventricule & des intestins grêles, surtout dans la femme, étoient pleins de sang plus noir qu'à l'ordinaire. La vessie du fiel dans l'homme étoit excessivement pleine de bile noirâtre, & entièrement vide dans la femme. On peut attribuer la cause de cette différence à la différente impression qu'avoit dû faire le poison dans les deux ventricules, plus forte dans celui de l'homme en y séjournant davantage, & moindre dans celui de la femme en passant précipitamment dans les intestins. En effet, l'intestin *duodenum* & la moitié du *jejunum* dans la femme étoient plus enflammés, & pleins d'une mucosité semblable à celle qu'on venoit d'observer dans le ventricule de l'homme. Dans ce même intestin nous observames également des taches qui paroissoient gangréneuses; mais ayant raclé le mucus dont ses parois intérieures étoient enduites, ces taches disparurent.

Le cœur, le foie, la rate, le pancréas, les reins & la vessie des deux sujets se trouvoient dans leur état naturel, ainsi que l'utérus de la femme. On n'eut pas plutôt ouvert leur

ventricule & les intestins, qu'on sentit une odeur assez semblable à celle des amandes amères.

Telles sont les observations que nous fimes sur ces deux cadavres. La Police qui veille toujours au bien public en ayant été informée, vérifia le fait. On reconnut la bouteille qui contenoit le reste de cette eau spiritueuse, on la fit ensuite porter à l'Hôtel de Ville pour s'assurer de la qualité de l'eau; & en présence d'un Apothicaire Chimiste & de plusieurs autres personnes on en fit boire une petite quantité à quelques poules qui moururent presque dans l'instant.

L'écume que nous vimes dans la bouche de ces deux malheureux, confirme l'observation de Strabon, que le laurier-cerise occasione aux bêtes qui en mangent une mort semblable à celle des épileptiques, & paroît fournir une nouvelle preuve, que son eau agit sur les nerfs.

DE L'ORBITE D'HERSCHEL OU URANUS,

AVEC DE NOUVELLES TABLES POUR CETTE PLANÈTE.

PAR M. L'ABBÉ DE CALUSO.

Une nouvelle Planète est un objet assez intéressant pour qu'il ne soit pas nécessaire de me justifier de ce que je reviens à celle d'Herschel. Les résultats de mes premières recherches ont été publiés par notre illustre Correspondant M. l'Abbé Reggio dans les Ephémérides de Milan pour l'année 1784 pag. 199. Mais ces élémens d'une orbite elliptique dont j'achevai le calcul le 10 Décembre 1782 sur des observations d'un arc qui n'étoit que la cinquante-cinquième partie de la périphérie, ne pouvoient avoir que le mérite d'un premier essai. Bientôt plusieurs Astronomes en donnèrent de plus exacts, d'après des observations qui embrassoient un plus grand arc. Lorsque l'Académie commença de se rassembler, mes anciens calculs ne pouvoient déjà plus me fournir le sujet d'un Mémoire digne de son attention. Je me bornai à lui rendre toujours compte dans la suite des progrès de nos connoissances relatives à cette Planète. Il n'y a pas bien long-tems que je lui ai fait part de l'examen que je venois de faire des élémens calculés par le Père Fixlmillner, publiés par M. Bernoulli dans l'Histoire de l'Académie de Berlin, année 1783 pag. 19-24. Pour l'achever il me falloit des observations plus récentes, & M. l'Abbé Reggio ayant eu la complaisance de m'envoyer celles qu'il a faites cette année (1787) vers le

Lu le 6 mai 1787.

tems de l'opposition, j'ai poussé enfin mes calculs jusqu'à la formation des Tables que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie. On pourra juger par ce que je vais dire du degré de confiance qu'elles méritent; & l'on ne sera peut-être pas fâché de remarquer les pas rapides que l'on a faits dans la théorie d'un Corps céleste connu depuis si peu.

1. Lorsqu'après plusieurs mois d'observation on commençoit à penser que l'Astre découvert le 13 Mars 1781 par M. Herschel, étoit une Planète qui devoit employer plus de 80 ans à faire son tour, on n'auroit osé espérer qu'en deux ou trois ans on parviendroit à en déterminer l'orbite avec un peu de précision & de certitude. On doit à M. Bode les deux remarques qui nous ont procuré un avantage auquel on ne s'attendoit pas sitôt. Il commença par avertir dans les Ephémérides de Berlin pour l'an 1784, publiées plusieurs mois auparavant, que la nouvelle Planète qu'il appelle Uranus, devoit être l'étoile que Mayer avoit rapportée la 964^{me} dans son Catalogue des Zodiacales, & dont le lieu réduit au premier Janvier 1756 dans la supposition que c'étoit une fixe, avoit 348° 0′ 20″,2 d'ascension droite, avec 6° 2′ 3″ de déclinaison australe. Comme le jour que Mayer l'a observée a été le 25 Septembre 1756, on s'est trouvé dans le cas, deux ans & demi après la découverte d'Herschel, de comparer des observations éloignées de 27 ans; & ceux qui entendent la théorie & le calcul astronomique, dûrent goûter une satisfaction dont je ne saurois donner aux autres une idée assez juste, lorsqu'ils virent à quel point des élémens déduits d'observations, dont les extrêmes n'embrassoient pas tout-à-fait une quarantième partie de l'orbite, se trouvèrent représenter exac-

tement une observation écartée de plus que dix fois autant. Je lus d'abord avec admiration dans les Ephémérides de Milan pour l'année 1785 pag. 163-212, l'excellente pièce de M. Oriani, lequel partant des conjonctions & oppositions d'Herschel en Juin & Décembre du 1781 & 1782, avoit déterminé des élémens qui donnoient à 32″ près le lieu de cette Planète en 1756, & auxquels il n'a eu presque rien à changer pour construire ses Tables qui représentent à 7″ près l'observation de 1756, en même tems qu'elles répondent aux observations plus récentes avec une précision qui ne laissoit pour lors pas même à souhaiter quelque chose de plus exact. J'appris plus tard que M. de la Place n'avoit pas été moins heureux dans ses savantes recherches qui ont fourni les élémens sur lesquels le P. Dom Nouet a calculé les Tables publiées dans la Connoissance des Tems pour l'année 1787 pag. 176-204. L'accord de l'observation de 1756 avec ses élémens étoit si satisfaisant que M. de la Lande au commencement du 1784 avoit bien raison de dire qu'on pouvoit dès-lors regarder comme connue à très-peu près l'orbite de la nouvelle Planète (voyez la pag. xciij de l'introduction aux *Ephémérides des mouvemens célestes* de 1785 à 1792). Il sembloit qu'une suite d'observations de plusieurs années à venir étoit désormais nécessaire pour rectifier des élémens trop approchés de la vérité pour que les conséquences de leur imperfection pussent bientôt excéder les limites de l'incertitude des observations.

2. Cependant une seconde remarque de M. Bode nous a fait gagner encore 66 ans. Ne voyant plus dans le ciel l'étoile qui est la 34^me du Taureau dans le Catalogue Britannique,

& trouvant que son lieu étoit assez proche de celui qu'Herschel devoit avoir en Décembre 1690 selon les élémens de M. Méchain, il jugea que ce pouvoit bien être cette Planète que Flamstéed eût observée, & fit part de ce doute aux Astronomes dans son Essai historique sur la nouvelle Planète (*Von dem neu endeckten Plateten*) à Berlin 1784. Le P. Fixlmillner ne tarda pas à profiter de cette observation. J'ai cité ci-devant le volume de l'Académie de Berlin, où l'on peut voir le résultat de son travail, envoyé à M. Bernoulli le 19 Août 1784. On ne peut qu'admirer l'accord de ses élémens avec plus de 140 observations depuis celle de 1690 jusqu'à celle du 23 Mai 1784, faite, ainsi que beaucoup d'autres, par l'auteur même à Cremsmunster, Abbaye de Bénédictins en Autriche, qu'il a rendue célèbre par son habileté & son assiduité à observer le Ciel. Le plus souvent la différence entre les longitudes géocentriques, observées & calculées, est au-dessous de 10 secondes. La plus forte est de 57″, 3 le 2 Janvier 1783, avec une observation de M. l'Abbé Weiss, laquelle peut d'autant moins inspirer de la méfiance sur l'exactitude des élémens, qu'elle fait Herschel plus avancé, pendant que par les observations & les calculs de M. Oriani il paroît que vers ce tems les élémens donnoient eux-mêmes la longitude plutôt trop avancée que trop reculée. M. Oriani a observé la Planète en Décembre 1782 depuis le 17 jusqu'au 28 inclusivement, tous les jours excepté le 21; & par les calculs les plus scrupuleux il en a conclu l'opposition le 26 à 9^h 32′ t. m. à Milan, Herschel étant à 3^s 5^o 20′ 28″, & cette longitude est une des quatre fondamentales d'où M. Oriani est parti pour déterminer l'orbite & construire ses Tables

qui se sont trouvées si bien d'accord avec grand nombre d'autres observations de plusieurs années. Or le 26 Décembre 1782 à 9^h 32′ t. m. à Milan la longitude héliocentrique déduite des élémens du P. Fixlmillner étoit de $3^s\ 5^\circ\ 20'\ 35''$; entre la dernière observation de M. Oriani & celle de M. Weiss il n'y a que cinq jours d'écoulés dans lesquels l'erreur des longitudes déduites des élémens ne peut changer que de peu de secondes. Il n'y a donc point d'apparence que le 2 Janvier 1783 leur erreur fût considérable en *moins*.

La seconde observation qui s'en écarte le plus est celle du même Abbé Weiss du 18 Février 1783; elle donne encore Herschel 45″,8 plus avancé que les élémens; mais l'observation du P. Fixlmillner du même jour le fait 12″,4 plus reculé que ces mêmes élémens: tandis que la différence entre les deux observations est de 58″,2, différence plus grande qu'on en rencontre jamais entre les élémens & les observations; pendant que celles-ci diffèrent entr'elles encore plus le 7 Février de la même année, auquel jour l'une donne la Planète 19″,2 plus avancée, l'autre 42″,4 plus reculée que les élémens, qui tiennent aussi un certain milieu entre d'autres observations d'un même jour (Voyez celles du 30 Août 1781, du 27 Février 1782, & du 20 Mai 1784). Un si grand accord du calcul avec le Ciel m'avoit très-convaincu de la bonté de l'orbite du P. Fixlmillner; car la difficulté qu'on peut voir touchée dans la note de la page 15 du vol. de l'Académie de Berlin, cité plusieurs fois, ne sauroit arrêter une personne tant soit peu exercée dans ces recherches. Il est vrai que les élémens déterminés par M. de la Place donnent le lieu d'Herschel pour le moment que Flamstéed observa la 34^{me} étoile du Taureau

le 23 Décembre 1690, considérablement éloigné de cette étoile, & les Tables de M. Oriani l'en écartent encore plus. Mais il est facile de remarquer que ces élémens & ces Tables faisant tant le mouvement moyen que l'équation du centre plus grande, & cette équation soustractive étant beaucoup plus petite en 1756 qu'en 1781, auquel tems elle changeoit peu, il a dû se faire une compensation par laquelle on conçoit que ces élémens & ces Tables ont pu représenter fort bien l'observation du 1756 & celles qui ont suivi la découverte, malgré qu'il y eût dans le mouvement moyen une erreur assez forte pour monter en 90 ans à plusieurs degrés.

3. Il ne me restoit donc pas le moindre doute sur la vérité de la remarque de M. Bode & sur l'exactitude des calculs du P. Fixlmillner lorsqu'à la page 34 du même volume de Berlin je rencontrai ces mots tirés d'une lettre de M. de la Lande du 21 Février 1785. » J'ai lu avec plaisir les élémens d'Her- » schel calculés par le P. Fixlmillner, avec l'observation du » 1690; mais il me semble que la durée qu'il donne à la ré- » volution ne s'accorde pas avec sa distance moyenne; il y a » 40 jours de trop, & cela feroit 30′ sur la longitude en » 1690; ainsi c'est une chose à revoir ».

Surpris d'une difficulté si essentielle & si facile à vérifier, je ne pus attendre qu'un autre s'en donnât la peine, & je trouvai qu'effectivement le tems de la révolution & la distance moyenne adoptée par le P. Fixlmillner ne sont pas dans le rapport exact qu'ils doivent avoir selon le fameux théorème de Kepler. En supposant le demi-grand axe de l'orbite de la terre = 1, l'année sidérale de 365^{j}, 25638, & la précession des équinoxes de 50″, 3, comme le suppose le P. Fixlmillner,

sa distance moyenne de 19,1652484 répond à une révolution sidérale de $30645^{j}, 69$ qui sont 83 années juliennes 329 jours $22^{h}\,33'$, ou 83 années communes $350^{j}\,16^{h}\,33'$. D'où l'on conclut la révolution tropique de $30546^{j}, 13$, ou de 83 années communes 251 jours & 3^{h}, & non de 83 ans $292^{j}\,8^{h}\,52'\,48''$, ou 83, 80102, comme le fait le P. Fixlmillner: & il est sûr que si l'on veut garder la distance & corriger la révolution, l'orbite ne peut satisfaire à l'observation du 1690. Mais il n'y a qu'à corriger la distance & garder la révolution qui se trouve parfaitement d'accord avec le mouvement moyen diurne, & l'on aura par la théorie générale des Planètes les élémens rectifiés comme il suit:

La révolution sidérale de $30687^{j}, 23$. Son log. $= 4.4869576$

Le demi-grand axe ou la distance moyenne $a = 19,182558$

log. $a = 1.2829065$

Le demi-petit axe $b = 19,16215$ log. $b = 1.2824441$

L'excentricité $e = 0,884667$ log. $e = \bar{1}.9467798$

$\frac{e}{a} = 0,0461183$ log. $\frac{e}{a} = \bar{2}.6638733$

$\frac{e}{a} \times 206264'',8 = 9512'',58$; son log. $= 3.9782984$

La plus grande équation du centre — $5^{\circ}\ 17'\ 9'',8$ lorsque l'anomalie moyenne $x = 93^{\circ}\ 18'\ 12''$.

L'anomalie vraie $u = x - 5^{\circ}\ 17'\ 0''\ \sin.x + 9'\ 8''\ \sin.2x - 22''\ \sin.3x + 1''\ \sin.4x$.

Le rayon vecteur $r = \frac{b^2}{a - e\ \cos.u}$; log. $b^2 = 2.5648883$

ou pour la méthode indirecte, à l'aide de l'anomalie de l'excentrique $= z$, & du log. $\sqrt{\frac{a+e}{a-e}}$

log. tang. $\frac{1}{2}$ z = 0.0200432 + log. tang. $\frac{1}{2}$ *u*

log. (*x* — z) en secondes = 3. 9782984 + log. sin. z.

log. *r* = 1. 2824441 + log. sin. z — log. sin. *u*.

Mouvement moyen diurne 42″,37042; son log. = 1. 6270628.

Mouvement moyen pour une année commune 4° 17′ 45″,209.

log. de ce mouv. en secondes = 4. 1893557.

Époques à midi à Cremsmunster le 1er Janvier 1784.

long. moyen. 3ˢ 14° 40′ 58″,7. Aphélie 11ˢ 17° 31′ 33″,4

☊ 2ˢ 12° 50′ 50″. Inclinaison 46′ 20″.

Passage par l'aphélie le 28 Août 1756 à 6h 3′ t. m. à Paris.

4. Comme ces élémens rectifiés donnent les lieux héliocentriques absolument les mêmes que ceux du P. Fixlmillner, & que toute la différence est pour la distance de la Planète, & pour son lieu géocentrique, il est clair que dans les conjonctions & les oppositions la longitude géocentrique sera aussi absolument la même, & la plus grande différence entre les longitudes calculées par le P. Fixlmillner & celles qu'on doit trouver par les élémens rectifiés aura lieu dans les quadratures. Or en supposant la Planète & la Terre à leur distance moyenne du Soleil & l'élongation de 90°, la parallaxe annuelle est de 2° 59′ 17″, 6, seulement 9″, 8 plus petite que ne la donneroit la distance moyenne adoptée par le P. Fixlmillner; & le *maximum* (la Terre étant aphélie & la Planète périhélie, la parallaxe annuelle 3° 11′ 8″) n'importe que 10″, 3 de différence. Ainsi dans les cas les plus désavantageux les longitudes géocentriques calculées par le P. Fixlmillner ne s'écarteront cependant que de 10″ de celles qu'il auroit eues par ses élémens rectifiés; & il n'est point du tout étonnant

que ses calculs se soient trouvés si bien d'accord avec les observations. Reste à savoir si celles-ci s'accordent mieux, ou moins bien avec les vrais élémens. Pour cela il suffit de remarquer que dans les années 1781-1784 les quadratures tomboient en Mars & Octobre, & qu'en Octobre la parallaxe annuelle devant être ajoutée à la longitude héliocentrique & ôtée en Mars pour avoir la géocentrique, cette longitude doit être de 8 à 10 secondes plus grande en Mars & plus petite en Octobre par les élémens rectifiés que par les calculs du P. Fixlmillner. Or en Mars 1784 ses calculs lui ont donné généralement les longitudes plus petites que l'observation. Sur neuf qu'il en a comparées la somme des erreurs en défaut est de 83″,9, celle des erreurs en excès seulement de 10″,9, & l'erreur moyenne de — 8″,1. Il paroît donc que pour lors les observations s'accordoient mieux avec les élémens vrais, & autant qu'il est moralement possible.

Depuis le 30 Septembre jusqu'au 31 Octobre 1783 le P. Fixlmillner a comparé cinq observations, & toutes ses longitudes calculées sont plus grandes que les observées; la somme des excès est de 80″,8, l'erreur moyenne de + 16″,2. Elle se réduit de 7″ à 8″ par les élémens rectifiés. Leur avantage n'est pas si clair en 1781 & 82. Mais il est évident qu'on auroit tort de s'arrêter aux quadratures du 18 Mars 1782, & du 23 Mars 1783 que le P. Fixlmillner a déduites des observations de M. l'Abbé Weiss, & qui s'accordent merveilleusement à donner par un milieu la distance moyenne que ce Père adopte & la théorie refuse. Il ne faut pas aller loin pour trouver les observations du 12 Mars 1782 & du 25 Mars 1783 du même Abbé Weiss, qui prouvent bien mieux la distance

que la théorie exige; puisqu'en considérant ces deux quadratures comme deux observations, celles qu'on opposeroit à la théorie ne s'en écarteroient que de 10″, tandis que les deux observations véritables s'écartent de 11″,1 & 24″,6 des longitudes calculées par le P. Fixlmillner, & l'erreur moyenne de ses longitudes comparées avec ces quatre observations seroit — 9″,6, au lieu que par les élémens rectifiés elle ne seroit que + 1″. Il paroît donc que l'avantage est de leur côté, & que pour se convaincre de leur accord avec le Ciel on n'a pas besoin de nouveaux calculs.

5. Cependant je n'ai pas négligé d'en refaire plusieurs en commençant par celui de l'observation de 1690, faite par Flamstéed le $\frac{13}{23}$ Décembre à 9^h 32′ 2″ t. m. à Greenwich qui sont 10^h 28′ 26″ t. m. à Cremsmunster. Le tems écoulé depuis l'observation jusqu'à l'époque, donnée pour le midi du premier Janvier 1784, est de 93 ans 8^j 13^h 31′ 34″ ou 33975^j,5636; parce qu'il n'y a eu dans cet intervalle que 22 années bissextiles. Le mouvement moyen qui répond à cet intervalle, est de 1439559″ = 13^s 9° 52′ 39″, lequel étant ôté de l'époque donne la longitude moyenne de 2^s 4° 48′ 19″,7 pour le moment de l'observation. Le mouvement de l'aphélie & du nœud n'étant pas encore connu, le P. Fixlmillner n'a égard qu'à la précession des équinoxes de 1° 18′ 1″,46 à soustraire; ce qui donne l'aphélie à 11^s 16° 13′ 32″ & & le ☊ 2^s 11° 32′ 49″. L'anomalie moyenne étoit donc 2^s 18° 34′ 47″,7, l'équation du centre — 5° 6′ 53″, le lieu d'Herschel dans son orbite 1^s 29° 41′ 26″,7, l'argument de la latitude 11^s 18° 8′ 38″, la réduction à l'écliptique + 3″,8, & enfin la longitude héliocentrique 1^s 29° 41′ 30″,5 à l'ins-

tant de l'observation, pour lequel les Tables de M. de la Lande (en laissant la première des quatre petites équations) donnent la longitude du Soleil comptée de l'équinoxe moyen en 9ˢ 2° 38′ 47″,8, & le logarithme de sa distance à la Terre 4.992674. Par les élémens d'Herschel j'ai log. r=1.2877197, ou 6.2877197, en prenant 5 pour la caractéristique de la distance moyenne de la Terre, d'où je conclus le log. de la distance accourcie 6.287718, la commutation ou l'angle au Soleil de 32° 57′ 17″,3, la parallaxe annuelle — 1° 38′ 59″,1 & la longitude géocentrique 1ˢ 28° 2′ 31″,4, seulement 2″,1 plus avancée que par l'observation réduite par le P. Fixlmillner, comme on peut voir à la page 16 de l'Histoire de l'Académie de Berlin, année 1783. Selon ses calculs l'accord est encore plus parfait, parce qu'avec une distance un peu plus petite que la théorie n'exige, il a dû trouver la parallaxe annuelle tant soit peu plus grande. Au reste j'ai tiré le lieu du Soleil des Tables de l'Astronomie de M. de la Lande, parce que j'ai pensé que c'étoient celles dont s'étoit servi le P. Fixlmillner, voyant que la correction qu'il fait pag. 17 pour l'inégalité de la précession des équinoxes de 5″,2 est précisément celle que donnent ces Tables, & tant soit peu plus petite qu'on ne la trouve par celles de Mayer.

Celles-ci donnent pour le moment de l'observation la long. de la Terre comptée de l'équinoxe moyen 3ˢ 2° 38′ 22″,9, le logarithme de la distance de la Terre 9,992672, la commutation 32° 56′ 52″,4, la parallaxe annuelle — 1° 38′ 58″, la longitude géocentrique vraie 1ˢ 28° 2′ 32″,5, à laquelle ajoutant la nutation + 5″,7 & l'aberration + 11″,8, on a

que la théorie exige; puisqu'en considérant ces deux quadratures comme deux observations, celles qu'on opposeroit à la théorie ne s'en écarteroient que de 10″, tandis que les deux observations véritables s'écartent de 11″,1 & 24″,6 des longitudes calculées par le P. Fixlmillner, & l'erreur moyenne de ses longitudes comparées avec ces quatre observations seroit — 9″,6, au lieu que par les élémens rectifiés elle ne seroit que + 1″. Il paroît donc que l'avantage est de leur côté, & que pour se convaincre de leur accord avec le Ciel on n'a pas besoin de nouveaux calculs.

5. Cependant je n'ai pas négligé d'en refaire plusieurs en commençant par celui de l'observation de 1690, faite par Flamstéed le $\frac{13}{23}$ Décembre à 9^h 32′ 2″ t. m. à Greenwich qui sont 10^h 28′ 26″ t. m. à Cremsmunster. Le tems écoulé depuis l'observation jusqu'à l'époque, donnée pour le midi du premier Janvier 1784, est de 93 ans 8^j 13^h 31′ 34″ ou $33975^j,5636$; parce qu'il n'y a eu dans cet intervalle que 22 années bissextiles. Le mouvement moyen qui répond à cet intervalle, est de 1439559″ = 1^s 9° 52′ 39″, lequel étant ôté de l'époque donne la longitude moyenne de 2^s 4° 48′ 19″,7 pour le moment de l'observation. Le mouvement de l'aphélie & du nœud n'étant pas encore connu, le P. Fixlmillner n'a égard qu'à la précession des équinoxes de 1° 18′ 1″,46 à soustraire; ce qui donne l'aphélie à 11^s 16° 13′ 32″ & & le ☊ 2^s 11° 32′ 49″. L'anomalie moyenne étoit donc 2^s 18° 34′ 47″,7, l'équation du centre — 5° 6′ 53″, le lieu d'Herschel dans son orbite 1^s 29° 41′ 26″,7, l'argument de la latitude 11^s 18° 8′ 38″, la réduction à l'écliptique + 3″,8, & enfin la longitude héliocentrique 1^s 29° 41′ 30″,5 à l'ins-

tant de l'observation, pour lequel les Tables de M. de la Lande (en laissant la première des quatre petites équations) donnent la longitude du Soleil comptée de l'équinoxe moyen en 9ˢ 2° 38′ 47″,8, & le logarithme de sa distance à la Terre 4.992674. Par les élémens d'Herschel j'ai log. r=1.2877197, ou 6.2877197, en prenant 5 pour la caractéristique de la distance moyenne de la Terre, d'où je conclus le log. de la distance accourcie 6.287718, la commutation ou l'angle au Soleil de 32° 57′ 17″,3, la parallaxe annuelle — 1° 38′ 59″,1 & la longitude géocentrique 1ˢ 28° 2′ 31″,4, seulement 2″,1 plus avancée que par l'observation réduite par le P. Fixlmillner, comme on peut voir à la page 16 de l'Histoire de l'Académie de Berlin, année 1783. Selon ses calculs l'accord est encore plus parfait, parce qu'avec une distance un peu plus petite que la théorie n'exige, il a dû trouver la parallaxe annuelle tant soit peu plus grande. Au reste j'ai tiré le lieu du Soleil des Tables de l'Astronomie de M. de la Lande, parce que j'ai pensé que c'étoient celles dont s'étoit servi le P. Fixlmillner, voyant que la correction qu'il fait pag. 17 pour l'inégalité de la précession des équinoxes de 5″,2 est précisément celle que donnent ces Tables, & tant soit peu plus petite qu'on ne la trouve par celles de Mayer.

Celles-ci donnent pour le moment de l'observation la long. de la Terre comptée de l'équinoxe moyen 3ˢ 2° 38′ 22″,9, le logarithme de la distance de la Terre 9,9926721, la commutation 32° 56′ 52″,4, la parallaxe annuelle — 1° 38′ 58″, la longitude géocentrique vraie 1ˢ 28° 2′ 32″,5, à laquelle ajoutant la nutation + 5″,7 & l'aberration + 11″,8, on a

la long. apparente 1ˢ 28° 2′ 50″, tandis que par l'observation elle a dû être, selon le P. Fixlmillner, de 1ˢ 28° 2′ 46″,2.

6. L'accord des élémens avec l'observation du 1756 n'est pas moins parfait. Suivant les réductions de M. l'Abbé Oriani (Voy. Ephém. de Milan pour l'année 1785 pag. 182) la longitude vraie observée par Mayer le 25 Septembre à 10ʰ 51′ 39″ t. m. à Gottingue a été de 11ˢ 16° 37′ 41″, & les élémens me la donnent de 11ˢ 16° 37′ 49″,4. Par les réductions du P. Fixlmillner, dans le volume de Berlin année 1783 pag. 18, l'observation ne s'en écarte que de 4″,8, la vraie longitude observée selon lui ayant été 11ˢ 16° 37′ 44″,6; mais je n'ai pas cru pouvoir m'en tenir à ses calculs, ayant remarqué qu'il s'y est glissé quelque petite erreur sur le tems moyen de la culmination à 11ʰ 11′ 29″; M. Mechain ne le fait que de 10ʰ 51′ 30″; je l'ai trouvé de 10ʰ 51′ 37″ t. m. ou 11ʰ 0′ 18″ t. v. en supposant la même ascension droite de la Planète que le P. Fixlmillner, de 348° 1′ 3″,7, & concluant celle du Soleil de 182° 56′ 23″,7 des observations de Mayer de ce même jour & du 27, rapportées dans le quatrième vol. de l'Astronomie de M. de la Lande pag. 622. Mais il paroît que le tems 10ʰ 51′ 30″ t. m. à Gottingue, ou 10ʰ 21′ 18″ t. m. au Mér. de Paris, soit tiré des régistres même de Mayer (Voy. de la Lande *Ephémérides* pag. xciij. La Place *Théorie des mouvemens & de la figure elliptique des Planètes* pag. 32).

7. Mais sans nous arrêter plus long-tems à discuter les calculs du P. Fixlmillner, passons à des observations plus récentes que toutes celles qu'il a comparées. J'en ai trouvé plusieurs de M. Oriani dans les Ephémérides de Milan pour cette

année (1787) pag. 168. Il en conclut l'opposition le 3 Janvier 1785 à 18^h 14' t. m. à Milan en 3^s 14° 22' 41", & les élémens donnent pour cet instant la longitude de 3^s 14° 22' 46",3, c'est-à-dire 5",3 plus avancée. Mais par la dernière des observations citées de M. Oriani la vraie long. géocentrique observée le 14 Mai 1785 à 9^h 1' t. m. à Milan a été de 3^s 13° 38' 31", & par les élémens elle se trouve de 3^s 13° 38' 25",4 plus reculée de 5",6. Les élémens tenant ainsi le milieu, l'accord avec ces deux observations ne peut être plus parfait.

On peut voir dans le III[e] Vol. des Mémoires de Mathématique & de Physique *della Società Italiana* pag. 267 que la même opposition de 1785 a été observée à Pise par M. Slop. Son calcul est fait pour le moment de l'opposition apparente qui arrive 6' à 7' plutôt. Mais cela ne peut faire que quelques décimales de secondes de différence sur la longitude vraie héliocentrique, qu'il trouve de 3^s 14° 22' 38",1 ; ce n'est encore que 8" moins que les élémens.

8. Mais cette année au moment de l'opposition, par les observations de M. l'Abbé Reggio la différence a été bien plus forte en sens contraire. Je commencerai par les rapporter ici, telles qu'il me les a communiquées, réduites par lui-même. J'y ai ajouté le mouvement diurne déduit de ces observations réduites à une marche régulière. Il fournit un moyen facile de s'assurer qu'elles s'accordent toutes à 2" près à donner la même longitude au moment de l'opposition, à l'exception de celle du 10 qui la fait plus avancée de 7",5.

janvier 1787	Tems vrai à Milan	Longitude vraie Géocentrique	Latitude boréale Géocentrique	Mouvement rétrograde pour 24 heures.
Le 6	$8^h\ 7'\ 7''$	$3^s\ 23^\circ\ 50'\ 43'',7$	$0^\circ\ 32'\ 1''$	$2'\ 35''$
7	11 27 13	47 44,7	32 5	2 35,8
8	8 52 48	45 26,7	32 7	2 36,5
9	11 51 41	42 34,7	32 6	2 37,2
10	8 43 41	40 22,4	32 8,8	2 37,9
11	8 44 8	37 37,7	32 10,4	2 38,6
12	9 10 15	34 54,4	32 9,8	2 39,2
13	9 37 55	32 13,4	32 10,6	

Par une moyenne entre onze déterminations, dont je n'ai exclu que celle du 10, je trouve le 13 à $5^h\ 35'\ 25''$ t. v. à Milan, ou $5^h\ 8'\ 2''$ t. m. à Greenwich la longitude vraie de la Planète de $3^s\ 23^\circ\ 32'\ 39'',9$ & celle du Soleil comptée de l'équinoxe moyen, de $9^s\ 23^\circ\ 32'\ 39'',9$ selon les Tables de Mayer. Au même instant la longitude vraie de la Planète par les élémens étoit de $3^s\ 23^\circ\ 31'\ 59'',6$. Elle étoit donc $40'',3$ plus reculée que par les observations.

Or voilà ce qui a donné lieu à mon dernier travail, malgré le peu d'envie où j'étois de m'engager dans de nouveaux calculs. Envain ai-je long-tems tourné dans mon esprit toutes les réflexions qui sembloient pouvoir me rassurer contre des conséquences que j'étois fâché d'apercevoir. D'un côté il étoit trop clair que quoique l'erreur dans cette dernière opposition fût assez petite encore, en la supposant véritable,

elle étoit de nature à devoir augmenter de plus en plus dans la suite jusqu'à ce que la Planète eût dépassé son périhélie vers la fin de ce siècle ; & de l'autre côté ce n'est pas une observation unique qui la décèle, mais huit des meilleures qu'on puisse avoir, dont la seule que je n'ai pas employée, donneroit cette erreur encore un peu plus forte; de façon qu'elles ne laissent de doute qu'autant qu'il y en peut avoir sur l'ascension droite des étoiles auxquelles M. l'Abbé Reggio aura comparé la Planète. Je voyois donc qu'il falloit absolument renoncer à la satisfaction dont je m'étois flatté, d'avoir une orbite qui nous promît pour quelques années à venir le même accord avec le Ciel, que j'avois trouvé pour les précédentes dans celle que je venois d'examiner ; ou qu'il me falloit en chercher une autre qui satisfaisant également bien aux premières observations, répondît mieux à ces dernières.

10. Pour la trouver commençons par remonter à l'observation de 1690. La manière dont le P. Fixlmillner en a déduit la longitude vraie géocentrique de 1ˢ 28° 2′ 29″,3 est sans doute préférable à celle qui auroit été beaucoup plus courte en faisant ce raisonnement tout simple. Le lieu apparent d'Herschel le $\frac{13}{23}$ Décembre 1690 réduit au 31 Décembre de 1689 *vieux stile*, en ne lui supposant de mouvement dans cet intervalle que 48″ en longitude, se trouve dans le Catalogue Britannique en ♉ 28° 0′ 57″, avec 0° 10′ 38″ de latitude Australe. Dans la réduction, avec près de 56° d'ascension droite, la différence de 9″ dans l'obliquité de l'écliptique pour la nutation négligée par Flamsteed, n'a pu sur la longitude en occasionner qu'une d'environ — 3″, que nous pouvons négliger aussi. Nous pouvons donc conclure que le lieu

apparent observé le $\frac{13}{23}$ Décembre étoit en ♉ 28° 1′ 45″, auquel ajoutant 18″ pour l'aberration & la nutation, nous aurons la longitude géocentrique vraie de 1^s 28° 2′ 3″ au moment de l'observation. La supériorité de Bradley sur Flamstéed dans l'exactitude des observations donne tout l'avantage à la réduction du P. Fixlmillner qui emploie les ascensions droites de α ♈ & η ♉ en 1760, déterminées par Bradley pour en conclure l'ascension droite & la longitude d'Herschel observée en 1690. Mais la quantité de la diminution de l'obliquité de l'écliptique, & le mouvement des étoiles fixes en 70 ans, ne sont pas sans quelque petite incertitude; & d'ailleurs s'il eût tiré les ascensions droites de α ♈ & η ♉ du Catalogue de l'Abbé de la Caille, il auroit trouvé environ 5″ de moins dans la longitude d'Herschel. Il paroît donc tout-à-fait probable qu'elle étoit en effet un peu plus petite, & qu'en la supposant de 1^s 28° 2′ 20″, (9″ moins que par la réduction du P. Fixlmillner & 17″ de plus que par celle du Catalogue Britannique) il y aura moins à craindre une erreur tant soit peu considérable.

11. De même il est clair que pour ne s'exposer qu'à des erreurs moins considérables il faut supposer la longitude le 13 Janvier 1787 moins avancée de quelques secondes que ne la donnent les observations; non seulement parce qu'il est naturel de leur attribuer une petite partie de l'erreur, mais bien plus parce que les petits changemens qu'on peut faire à l'orbite pour la mettre parfaitement d'accord avec ces observations sans l'écarter de celles de 1690, 1756, 1781-1783, ne peuvent augmenter de 46″ l'arc de 9° 9′ 13″,3 qui répond au tems écoulé entre les deux oppositions de 1685 & 1787 selon les élémens du P. Fixlmillner & qui se trouve

de 9° 9′ 59″ par les observations. D'où il suit qu'il faut supposer une petite erreur dans les observations de Janvier 1787 pour diminuer d'autant la différence qu'on ne peut éviter de trouver le 3 Janvier 1785. Mais comme les observations dont j'ai connoissance, ne sont pas de ce jour, & que l'opposition n'a été déterminée par M. Oriani que sur les observations du 29 Décembre 1784 & du 11 Janvier 1785, cette détermination n'est pas à beaucoup près aussi sûre que celle de l'opposition de cette année 1787, & il ne seroit pas prudent de s'écarter considérablement de celle-ci pour se rapprocher plus de l'autre. Je n'ai donc cru devoir diminuer la longitude du 13 Janvier de cette année que de 7″, & je l'ai supposée de 3ˢ 23° 32′ 32″ à 5ʰ 17′ t. m. à Paris.

12. Mais ce ne sont-là que de bien légers changemens, pour partir des données les plus probables. Ce qu'il importe plus de remarquer, c'est que n'ayant encore aucune connoissance du mouvement des absides & des nœuds de l'orbite d'Herschel, le P. Fixlmillner ainsi que les autres qui l'ont déterminée jusqu'à présent ne leur en ont supposé aucun (car celui qui leur est commun avec les étoiles fixes, n'est qu'un reculement des points de nos équinoxes), tandis qu'on peut être moralement sûr qu'ils en ont un propre, qui n'est point du tout indifférent quand il s'agit de comparer des observations aussi éloignées entr'elles que celles du 1690 & du 1787. Pour obvier à cet inconvénient, il n'y avoit que deux moyens, l'un de recourir à la théorie des inégalités séculaires pour lesquelles MM. de la Grange (*a*) & de la

---

(*a*) *Mémoires de Berlin année* 1782 page 203.

Place (*b*) nous ont fourni des formules qui ne me laisseroient que la peine du calcul numérique. Mais il exige un loisir que je n'ai pas. Il a donc fallu me contenter de l'autre moyen quoiqu'aussi imparfait que facile & expéditif; c'est de m'arrêter à une supposition presqu'entièrement gratuite pour ce qui regarde la grandeur précise des mouvemens en question, & surtout de celui de l'aphélie, mais cependant sans comparaison plus vraisemblable que son immobilité & celle des nœuds. L'analogie suffit pour nous en assurer; car pour l'aphélie, ceux des autres Planètes ont tous relativement aux étoiles fixes un mouvement direct que je vais rapporter ici, afin que l'on puisse plus facilement juger de mon hypothèse pour celui d'Herschel.

Mouvemens séculaires des aphélies des Planètes par rapport aux étoiles fixes.

Suivant les Tables	Saturne	Jupiter	Mars	La Terre	Venus	Mercure
de Cassini	45′ 54″	11′ 52″	35′ 48″	19′ 5″	59′ 30″	49′ 30″
d'Halley	49 30	36 10	32 50	21 43	10 23	3 47
de M. de la Lande	59 30	19 30	27 50	25 20	2° 46 10	33 50
du même, Tables nouv					1 1 10	9 55

La simple inspection de ces mouvemens suffit pour nous persuader que celui de l'aphélie d'Herschel sera plutôt au-

(*b*) *Théorie du mouvement & de la figure elliptique des Planètes*, pag. 26.

dessus qu'au-dessous de 8′, & par conséquent qu'on s'approchera plus de la vérité en le supposant de 16′ 10″, qu'en le supposant *zero*, comme nous avons fait ci-devant. Au reste j'ai choisi de préférence ce nombre de 16′ 10″, parce qu'en y ajoutant la précession des équinoxes de 1° 23′ 50″, j'ai le nombre rond de 1° 40′ par siècle, ou une minute par an pour le mouvement de l'aphélie par rapport aux points équinoxiaux; ce qui m'a paru convenable dans cette hypothèse encore trop arbitraire pour y donner un air de précision.

J'ai fait la même chose pour le nœud, en lui attribuant un mouvement réel rétrograde de 23′ 50″ par siècle, afin que le mouvement séculaire relatif aux équinoxes fût d'un degré tout rond. Pour se convaincre de la probabilité de cette supposition il n'y a qu'à donner un coup d'œil à la petite table qui suit, fondée sur les calculs de M. de la Grange (Voy. le second volume du *Recueil de Tables Astronomiques* de Berlin, pag. 283-287).

Mouvemens rétrogrades des noeuds des Planètes rapport aux étoiles fixes en 100 *ans, avant & après le* 1760.

Saturne	Jupiter	Mars	Venus	Mercure
33′ 5″	28′ 35″	38′ 56″	32′ 5″	13′ 49″

Il n'y a que le nœud de Mercure dont la rétrogradation soit plus petite que je ne suppose celle du nœud d'Herschel, & quand celle-ci ne seroit que de 12′ tandis que celle de Mercure est de 13′ 49″, il est évident qu'on gagneroit cependant encore à préférer mon hypothèse à celle du nœud immobile.

13. Cela posé, j'ai fait aux lieux dans l'orbite de 1690 & 1787, que j'avois calculés d'après les élémens du P. Fixlmillner, les petits changemens que je voulois avoir dans les longitudes géocentriques (N.° 10 & 11) & employant les lieux dans l'orbite de 1756 & 1781, tels qu'ils se trouvent dans l'Histoire de l'Académie de Berlin année 1783 pag. 18, j'ai pris pour base de mon calcul les quatre longitudes suivantes.

Tems moyen à Paris					*Longitude dans l'orbite.*			
1690 23 Décembre	à 9^h	$48'$	$18''$		1^s	29°	$41'$	$15''$
1756 25 Septembre	10	21	27		11	17	26	46
1781 21 Décembre	17	57			3	0	52	20
1787 13 Janvier	5	17	16		3	23	32	41

Or voici les élémens qui les représentent toutes ou précisément ou à quelques décimales de seconde près.

Révolution sidérale en jours $30688^j,47$. Son log. $= 4.4869752$
Révolution tropique $30588^j,67$ log. $= 4.4855606$
Le demi-grand axe $a = 19,18308$ log. $a = 1.2829183$
Le demi-petit axe $b = 19,16241$ log. $b = 1.2824502$
L'excentricité $e = 0,89021$ log. $e = \bar{1}.9494925$
$\frac{e}{a} = 0,046406$ log. $\frac{e}{a} = \bar{2}.6665742$
$206264'',8 . \frac{e}{a} = 9571'',924$ son log. $= 3.9809993$
La plus grande équation — 5° $19'$ $8'',6$.
Log. tang. $\frac{1}{2}\,z = 0.0201683 +$ log. tang. $\frac{1}{2}\,u$
Log. $(x - z)$ en secondes $= 3.9809993 +$ log. sin. z
Log. $r = 1.2824502 +$ log. sin. z — log. sin. u
Mouvement moyen diurne $42'',36863$ son log. $= 1.6270444$.

Mouvement moyen pour une année commune 4° 17′ 44″,55
Logarithme de ce mouvement en secondes = 4. 1893373
Mouvement annuel de l'aphélie = 1′. Mouv. ann. du ☊ = 36″.

Epoques pour le midi du premier Janvier 1788
au Méridien de Paris.

Longitude moyenne 4ˢ 1° 54′ 3″. Aphélie 11ˢ 17° 22′ 30″.
☊ 2ˢ 12° 52′ 12″. Inclinaison 46′ 25″.

14. Pour ne point séparer les élémens, je donne ici d'avance ceux qui regardent la latitude dont je n'ai pas encore fait mention. Avant d'en parler je dois dire que la première observation que j'ai choisie pour m'assurer de la bonté de mes élémens, c'est la première que l'on ait depuis la découverte. Outre cette raison pour la préférer, j'avois en vue la circonstance que la Planète étoit fort près de sa quadrature. L'observation a été faite à Greenwich par M. Maskelyne le 17 Mars à 10ʰ 40′ ou 10ʰ 49′ 16″ t. m. à Paris. La vraie longitude géocentrique observée selon le P. Fixlmillner a été de 2ˢ 24° 30′ 6″,1, & selon M. Oriani de 2ˢ 24° 30′ 10″. Sachant que l'ascension droite observée a été de 83° 59′ 44″ & la décl. 23° 33′ 8″ Bor. j'ai fait la réduction moi-même en supposant l'obliquité apparente de 23° 28′ 12″,4 conformément aux Tables solaires de Mayer, & j'ai trouvé la longitude apparente de 2ˢ 24° 29′ 51″,5 avec 11′ 48″,7 de lat. Bor. La nutation en long. étoit + 10″,8, l'aberration + 9″,2, & par conséquent la vraie longitude observée 2ˢ 24° 30′ 11″,5. Mes élémens la donnent de 2ˢ 24° 30′ 13″. L'accord étant plus parfait que je n'aurois osé me le promettre, je passai à la considération des latitudes, & je choisis les quatre observations les plus con-

cluantes pour en déterminer les élémens, celles du 1756 & du 1787 pour l'inclinaison, & celles du 1690 & du 17 Mars 1781 pour le lieu du nœud. Vingt minutes de différence sur la longitude du ☊ ne donnent qu'une seconde de différence sur la latitude héliocentrique du 25 Septembre 1756, auquel jour la géocentrique a été observée de 48′ 29″,9 Aust. selon le P. Fixlmillner, ou 48′ 31″ selon M. l'Abbé Oriani, d'où j'aurois conclu l'inclinaison de 46′ 20″. Mais ayant déterminé le lieu du ☊ moyennant l'observation de 1690, quand l'argument de la latitude étoit près de 11ˢ 18°, & la première observation de 1781 que l'argument étoit moins que 0ˢ 15°, je reconnus que la latitude observée cette année (1787) exigeoit une inclinaison un peu plus grande, & je trouvai qu'en la supposant de 46′ 25″ & la longitude du nœud le 23 Décembre 1690 de 2ˢ 11° 53′ 59″, j'avois la latitude géocentrique de 10′ 15″ Aust., tandis que par l'observation réduite par le P. Fixlmillner elle étoit de 10′ 16″,5. Nous venons de dire qu'en 1756 elle a été observée de 48′ 29″,9, ou 48′ 31″ A, & mes élémens la donnent de 48′ 35″,3. Le 17 Mars 1781 selon mon calcul elle a été observée de 11′ 48″,7 B, ou 11′ 45″,9 selon le P. Fixlmillner, & mes élémens la donnent de 11′ 45″,86. Le 13 Janvier de cette année, elle étoit par les observations de 32′ 10″ B, & par mes élémens de 31′ 58″. J'ai cru inutile de faire d'autres calculs pour les latitudes.

15. Mais j'en ai fait plusieurs encore pour les longitudes dont je vais présenter ici les résultats sous un même coup d'œil avec ceux que j'ai donnés ci-devant. Lorsqu'il m'auroit été arbitraire de trouver la longitude observée plus ou moins grande que la calculée, j'ai mis *zero* dans la dernière colonne.

Longitudes géocentriques vraies ou moyennes calculées d'après mes élémens.										Par les observations.
	t. m. à Paris				Longitude					
1690	23	Déc.	9h	41′	18″	1s	28°	2′	19″	0″
1756	25	Sept.	10	21	27	11	16	36	48	— 5
1781	17	Mars	10	49	16	2	24	30	13	— 1 ½
Conjonct.	19	Juin	5	31		2	28	38	1	+ 7
Oppos. .	21	Déc.	17	57		3	0	52	14	0
1782 Oppos. .	26	Déc.	9	5		3	5	20	32	0
1783 Oppos. .	31	Déc.	1	3	20	3	9	50	46	0
1785 Oppos. .	3	Janv.	17	46	35	3	14	23	0	— 19
1787 Oppos. .	13	Janv.	5	17	16	3	23	32	32	+ 7

Je me borne à ce petit nombre de comparaisons, parce que je n'ai pas d'autres observations récentes; & pour les anciennes, celles que le P. Fixlmillner a comparées avec ses élémens, peuvent se regarder comme comparées avec les miens, avec lesquels ils s'accordent à la seconde à donner la même longitude aux deux oppositions de 1781 & 1783, & à 3″ près pour celle de 1782. Ce n'est qu'à mesure que l'on s'écarte de ce tems que la différence des longitudes calculées d'après nos élémens devient sensible. Les siens qui font le mouvement vrai depuis la découverte tant soit peu plus petit, donnent la Planète 10″ plus avancée à la première observation de 1781 & plus reculée de 33″ à l'opposition de cette année (1787). Or cette dernière différence étant précisément l'erreur que j'ai cru devoir corriger d'après les dernières observations de M. l'Abbé Reggio, il m'a paru qu'il ne me restoit plus qu'à rendre mon travail plus utile par de nouvelles Tables. Celles que nous devons à M. Oriani & à Dom Nouet avoient toute

la perfection à laquelle on pouvoit aspirer lorsqu'elles ont paru. Mais l'observation de 1690, & les dernières que j'ai employées me donnent un avantage décidé auquel je n'ai point de mérite. C'est le sort de presque tous les ouvrages de ce genre, que les premiers ne peuvent guère être que des essais qui doivent bientôt céder à d'autres qui approchent de la perfection de plus en plus. Malgré tous mes soins pour bien établir les élémens sur lesquels j'ai calculé ces Tables, je ne saurois me flatter, & même je ne souhaite point de voir passer plusieurs années sans qu'il en paroisse de meilleures. Mes peines seront assez recompensées, si elles peuvent mériter aujourd'hui l'approbation de la Compagnie, & n'être pas inutiles aux Astronomes pendant quelque tems.

TABLES
POUR LA PLANÈTE D'HERSCHEL OU URANUS.

TABLES
POUR LA PLANÈTE D'HERSCHEL.

Epoques au Méridien de Paris.

Années Grégoriennes.	Longitude moyenne.				Aphélie				Nœud ascendant			
	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.
C. 1690	2	0	38	20	11	15	44	30	2	11	53	24
C. 1700	3	13	37	10	11	15	54	30	2	11	59	24
1701	3	17	54	55	11	15	55	30	2	12	0	0
B. 1756	11	14	20	38	11	16	50	30	2	12	33	0
1781	3	1	48	26	11	17	15	30	2	12	48	0
1782	3	6	6	11	11	17	16	30	2	12	48	36
1783	3	10	23	56	11	17	17	30	2	12	49	12
B. 1784	3	14	42	22	11	17	18	30	2	12	49	48
1785	3	19	0	7	11	17	19	30	2	12	50	24
1786	3	23	17	52	11	17	20	30	2	12	51	0
1787	3	27	35	36	11	17	21	30	2	12	51	36
B. 1788	4	1	54	3	11	17	22	30	2	12	52	12
1789	4	6	11	48	11	17	23	30	2	12	52	48
1790	4	10	29	32	11	17	24	30	2	12	53	24
1791	4	14	47	17	11	17	25	30	2	12	54	0
B. 1792	4	19	5	44	11	17	26	30	2	12	54	36
1793	4	23	23	28	11	17	27	30	2	12	55	12
1794	4	27	41	13	11	17	28	30	2	12	55	48
1795	5	1	58	57	11	17	29	30	2	12	56	24
B. 1796	5	6	17	24	11	17	30	30	2	12	57	0
1797	5	10	35	9	11	17	31	30	2	12	57	36
1798	5	14	52	53	11	17	32	30	2	12	58	12
1799	5	19	10	38	11	17	33	30	2	12	58	48
C. 1800	5	23	28	22	11	17	34	30	2	12	59	24
1801	5	27	46	7	11	17	35	30	2	13	0	0
1802	6	2	3	51	11	17	36	30	2	13	0	36
1803	6	6	21	36	11	17	37	30	2	13	1	12
B. 1804	6	10	40	3	11	17	38	30	2	13	1	48

Mouvement moyen pour chaque jour de l'an.

Jours du mois. Année Bis.	Année Com.	JANVIER Herschel M.	S.	Aphelie S.	Nœud S.	FÉVRIER Herschel M.	S.	Aphelie S.	Nœud S.	Jours du mois.	MARS Herschel D.	M.	S.	Aphelie S.	Nœud S.
1	0		0,	0	0	21	53,4	5	3	1		42	22,1	10	6
2	1		42,4	0	0	22	35,8	5	3	2		43	4,5	10	6
3	2	1	24,7	0	0	23	18,2	6	3	3		43	46,9	10	6
4	3	2	7,1	0	0	24	0,5	6	3	4		44	29,2	10	6
5	4	2	49,5	1	0	24	42,9	6	4	5		45	11,6	11	6
6	5	3	31,8	1	1	25	25,3	6	4	6		45	54,0	11	6
7	6	4	14,2	1	1	26	7,6	6	4	7		46	36,3	11	7
8	7	4	56,6	1	1	26	50,0	6	4	8		47	18,7	11	7
9	8	5	38,9	1	1	27	32,4	7	4	9		48	1,0	11	7
10	9	6	21,3	1	1	28	14,7	7	4	10		48	43,4	11	7
11	10	7	3,7	2	1	28	57,1	7	4	11		49	25,8	12	7
12	11	7	46,1	2	1	29	34,5	7	4	12		50	8,2	12	7
13	12	8	28,4	2	1	30	21,9	7	4	13		50	50,5	12	7
14	13	9	10,8	2	1	31	4,2	7	4	14		51	32,9	12	7
15	14	9	53,2	2	1	31	46,6	8	5	15		52	15,3	12	7
16	15	10	35,5	2	2	32	29,0	8	5	16		52	57,7	12	7
17	16	11	17,9	3	2	33	11,3	8	5	17		53	40,0	13	8
18	17	12	0,3	3	2	33	53,7	8	5	18		54	22,4	13	8
19	18	12	43,6	3	2	34	36,1	8	5	19		55	4,8	13	8
20	19	13	25,0	3	2	35	18,4	8	5	20		55	47,1	13	8
21	20	14	7,4	3	2	36	0,8	9	5	21		56	29,5	13	8
22	21	14	49,7	3	2	36	43,2	9	5	22		57	11,9	13	8
23	22	15	32,1	4	2	37	25,5	9	5	23		57	54,2	14	8
24	23	16	14,5	4	2	38	8,9	9	5	24		58	36,6	14	8
25	24	16	56,9	4	2	38	50,3	9	6	25		59	19,0	14	8
26	25	17	39,2	4	3	39	32,6	9	6	26	1	0	1,3	14	8
27	26	18	21,6	4	3	40	15,0	10	6	27	1	0	43,7	14	9
28	27	19	4,0	4	3	40	57,4	10	6	28	1	1	26,1	14	9
29	28	19	46,3	5	3	41	39,7	10	6	29	1	2	8,4	15	9
30	29	20	28,7	5	3					30	1	2	50,8	15	9
31	30	21	11,1	5	3					31	1	3	33,2	15	9
	31	21	53,4	5	3										

Mouvement moyen pour chaque jour de l'an.

Jours du mois.	AVRIL Herschel D.	M.	S.	Aphélie S.	Nœud S.	Jours du mois.	MAI Herschel D.	M.	S.	Aphélie S.	Nœud S.	Jours du mois.	JUIN Herschel D.	M.	S.	Aphélie S.	Nœud S.
1	1	4	15,5	15	9	1	1	25	26,6	20	12	1	1	47	20,0	25	15
2	1	4	57,9	15	9	2	1	26	9,0	20	12	2	1	48	2,4	25	15
3	1	5	40,3	15	9	3	1	26	51,3	20	12	3	1	48	44,8	25	15
4	1	6	22,7	16	9	4	1	27	33,7	21	12	4	1	49	27,1	26	15
5	1	7	5,0	16	9	5	1	28	16,1	21	12	5	1	50	9,5	26	15
6	1	7	47,4	16	10	6	1	28	58,5	21	13	6	1	50	51,9	26	16
7	1	8	29,8	16	10	7	1	29	40,8	21	13	7	1	51	34,2	26	16
8	1	9	12,1	16	10	8	1	30	23,2	21	13	8	1	52	16,6	26	16
9	1	9	54,5	16	10	9	1	31	5,6	21	13	9	1	52	59,0	26	16
10	1	10	36,9	17	10	10	1	31	47,9	22	13	10	1	53	41,3	27	16
11	1	11	19,2	17	10	11	1	32	30,3	22	13	11	1	54	23,7	27	16
12	1	12	1,6	17	10	12	1	33	12,7	22	13	12	1	55	6,1	27	16
13	1	12	44,0	17	10	13	1	33	55,0	22	13	13	1	55	48,5	27	16
14	1	13	26,3	17	10	14	1	34	37,4	22	13	14	1	56	30,8	27	16
15	1	14	8,7	17	10	15	1	35	19,8	22	13	15	1	57	13,2	27	16
16	1	14	51,1	18	11	16	1	36	2,1	23	14	16	1	57	55,6	28	17
17	1	15	33,4	18	11	17	1	36	44,5	23	14	17	1	58	37,9	28	17
18	1	16	15,8	18	11	18	1	37	26,9	23	14	18	1	59	20,3	28	17
19	1	16	58,2	18	11	19	1	38	9,2	23	14	19	2	0	2,7	28	17
20	1	17	40,5	18	11	20	1	38	51,6	23	14	20	2	0	45,0	28	17
21	1	18	22,9	18	11	21	1	39	34,0	23	14	21	2	1	27,4	28	17
22	1	19	5,3	19	11	22	1	40	16,3	24	14	22	2	2	9,8	29	17
23	1	19	47,7	19	11	23	1	40	58,7	24	14	23	2	2	52,1	29	17
24	1	20	30,0	19	11	24	1	41	41,1	24	14	24	2	3	34,5	29	17
25	1	21	12,4	19	11	25	1	42	23,5	24	15	25	2	4	16,9	29	17
26	1	21	54,8	19	12	26	1	43	5,8	24	15	26	2	4	59,3	29	18
27	1	22	37,1	19	12	27	1	43	48,2	24	15	27	2	5	41,6	29	18
28	1	23	19,5	20	12	28	1	44	30,6	25	15	28	2	6	24,0	30	18
29	1	24	1,9	20	12	29	1	45	12,9	25	15	29	2	7	6,4	30	18
30	1	24	44,2	20	12	30	1	45	55,3	25	15	30	2	7	48,7	30	18
						31	1	46	37,7	25	15						

Mouvement moyen pour chaque jour de l'an.

Jours du mois.	JUILLET Herschel D.	M.	S.	Aphélie S.	Nœud S.	Jours du mois.	AOUT Herschel D.	M.	S.	Aphélie S.	Nœud S.	Jours du mois.	SEPTEMBRE Herschel D.	M.	S.	Aphélie S.	Nœud S.
1	2	8	31,1	30	18	1	2	30	24,5	35	21	1	2	52	17,9	40	24
2	2	9	13,4	30	18	2	2	31	6,9	35	21	2	2	53	0,3	40	24
3	2	9	55,8	30	18	3	2	31	49,3	35	21	3	2	53	42,7	40	24
4	2	10	38,2	31	18	4	2	32	31,6	36	21	4	2	54	25,1	41	24
5	2	11	20,6	31	18	5	2	33	14,0	36	21	5	2	55	7,3	41	24
6	2	12	2,9	31	19	6	2	33	56,4	36	22	6	2	55	49,8	41	25
7	2	12	45,3	31	19	7	2	34	38,7	36	22	7	2	56	32,2	41	25
8	2	13	27,7	31	19	8	2	35	21,1	36	22	8	2	57	14,5	41	25
9	2	14	10,0	31	19	9	2	36	3,5	36	22	9	2	57	56,9	41	25
10	2	14	52,4	32	19	10	2	36	45,8	37	22	10	2	58	39,3	42	25
11	2	15	34,8	32	19	11	2	37	28,2	37	22	11	2	59	21,6	42	25
12	2	16	17,1	32	19	12	2	38	10,6	37	22	12	3	0	4,0	42	25
13	2	16	59,5	32	19	13	2	38	52,9	37	22	13	3	0	46,4	42	25
14	2	17	41,9	32	19	14	2	39	35,3	37	22	14	3	1	28,7	42	25
15	2	18	24,3	32	19	15	2	40	17,7	37	22	15	3	2	11,1	42	25
16	2	19	6,6	33	20	16	2	41	0,1	38	23	16	3	2	53,5	43	26
17	2	19	49,0	33	20	17	2	41	42,4	38	23	17	3	3	35,8	43	26
18	2	20	31,4	33	20	18	2	42	24,8	38	23	18	3	4	18,2	43	26
19	2	21	13,7	33	20	19	2	43	7,2	38	23	19	3	5	0,6	43	26
20	2	21	56,1	33	20	20	2	43	49,5	38	23	20	3	5	42,9	43	26
21	2	22	38,5	33	20	21	2	44	31,9	38	23	21	3	6	25,3	43	26
22	2	23	20,8	34	20	22	2	45	14,2	39	23	22	3	7	7,7	44	26
23	2	24	3,2	34	20	23	2	45	56,6	39	23	23	3	7	50,1	44	26
24	2	24	45,6	34	20	24	2	46	39,0	39	23	24	3	8	32,4	44	26
25	2	25	27,9	34	20	25	2	47	21,4	39	23	25	3	9	14,8	44	26
26	2	26	10,3	34	21	26	2	48	3,7	39	24	26	3	9	57,2	44	27
27	2	26	52,7	34	21	27	2	48	46,1	39	24	27	3	10	39,5	44	27
28	2	27	35,0	35	21	28	2	49	28,5	40	24	28	3	11	21,9	45	27
29	2	28	17,4	35	21	29	2	50	10,8	40	24	29	3	12	4,3	45	27
30	2	28	59,8	35	21	30	2	50	53,2	40	24	30	3	12	46,6	45	27
31	2	29	42,1	35	21	31	2	51	35,6	40	24						

Mouvement moyen pour chaque jour de l'an.

Jours du mois.	OCTOBRE Herschel D.	M.	S.	Aphélie S.	Nœud S.	Jours du mois.	NOVEMBRE Herschel D.	M.	S.	Aphélie S.	Nœud S.	Jours du mois.	DÉCEMBRE Herschel D.	M.	S.	Aphélie S.	Nœud S.
1	3	13	29,0	45	27	1	3	35	22,4	50	30	1	3	56	33,5	55	33
2	3	14	11,4	45	27	2	3	36	4,8	50	30	2	3	57	15,9	55	33
3	3	14	53,7	45	27	3	3	36	47,2	50	30	3	3	57	58,2	55	33
4	3	15	36,1	46	27	4	3	37	29,5	51	30	4	3	58	40,6	56	33
5	3	16	18,5	46	27	5	3	38	11,9	51	30	5	3	59	23,0	56	33
6	3	17	0,9	46	28	6	3	38	54,3	51	31	6	4	0	5,3	56	34
7	3	17	43,2	46	28	7	3	39	36,6	51	31	7	4	0	47,7	56	34
8	3	18	25,6	46	28	8	3	40	19,0	51	31	8	4	1	30,1	56	34
9	3	19	8,0	46	28	9	3	41	1,4	51	31	9	4	2	12,4	56	34
10	3	19	50,3	47	28	10	3	41	43,7	52	31	10	4	2	54,8	57	34
11	3	20	32,7	47	28	11	3	42	26,1	52	31	11	4	3	37,2	57	34
12	3	21	15,1	47	28	12	3	43	8,5	52	31	12	4	4	19,5	57	34
13	3	21	57,4	47	28	13	3	43	50,9	52	31	13	4	5	1,9	57	34
14	3	22	39,8	47	28	14	3	44	33,2	52	31	14	4	5	44,3	57	34
15	3	23	22,2	47	28	15	3	45	15,6	52	31	15	4	6	26,7	57	34
16	3	24	4,5	48	29	16	3	45	58,0	53	32	16	4	7	9,0	58	35
17	3	24	46,9	48	29	17	3	46	40,3	53	32	17	4	7	51,4	58	35
18	3	25	29,3	48	29	18	3	47	22,7	53	32	18	4	8	33,8	58	35
19	3	26	11,6	48	29	19	3	48	5,1	53	32	19	4	9	16,1	58	35
20	3	26	54,0	48	29	20	3	48	47,4	53	32	20	4	9	58,5	58	35
21	3	27	36,4	48	29	21	3	49	29,8	53	32	21	4	10	40,9	58	35
22	3	28	18,7	49	29	22	3	50	12,2	54	32	22	4	11	23,2	59	35
23	3	29	1,1	49	29	23	3	50	54,5	54	32	23	4	12	5,6	59	35
24	3	29	43,5	49	29	24	3	51	36,9	54	32	24	4	12	48,0	59	35
25	3	30	25,9	49	29	25	3	52	19,3	54	32	25	4	13	30,3	59	35
26	3	31	8,2	49	30	26	3	53	1,7	54	33	26	4	14	12,7	59	36
27	3	31	50,6	49	30	27	3	53	44,0	54	33	27	4	14	55,1	59	36
28	3	32	33,0	50	30	28	3	54	26,4	55	33	28	4	15	37,4	60	36
29	3	33	15,3	50	30	29	3	55	8,8	55	33	29	4	16	19,8	60	36
30	3	33	57,7	50	30	30	3	55	51,1	55	33	30	4	17	2,2	60	36
31	3	34	40,1	50	30					55	33	31	4	17	44,55	60	36

Mouvement moyen pour les heures.

Heures	Mouvement moyen
	s.
1	1,8
2	3,5
3	5,3
4	7,1
5	8,8
6	10,6
7	12,4
8	14,1
9	15,9
10	17,7
11	19,4
12	21,2
13	22,9
14	24,7
15	26,5
16	28,2
17	30,0
18	31,8
19	33,5
20	35,3
21	37,1
22	38,8
23	40,6
24	42,4

Mouvement moyen pour les minutes.

Minutes	Mouvement moyen
	s.
3	0,1
6	0,2
9	0,3
12	0,4
15	0,4
18	0,5
21	0,6
24	0,7
27	0,8
30	0,9
33	1,0
36	1,1
39	1,1
42	1,2
45	1,3
48	1,4
51	1,5
54	1,6
57	1,7
60	1,8

Aberration pour réduire la longitude calculée en apparente.

Elongation d'Herschel S.	D.	Aberration s.	Elongation d'Herschel S.	D.
	0	— 24,6	XII	0
	10	24,3	XI	20
	20	23,4	XI	10
I	0	21,9	XI	0
I	10	19,9	X	20
I	20	17,4	X	10
II	0	14,6	X	0
II	5	13,0	IX	25
II	10	11,4	IX	20
II	15	9,8	IX	15
II	20	8,1	IX	10
II	25	6,3	IX	5
III	0	4,6	IX	0
III	5	2,9	VIII	25
III	10	— 1,1	VIII	20
III	15	+ 0,6	VIII	15
III	20	2,2	VIII	10
III	25	3,8	VIII	5
IV	0	5,4	VIII	0
IV	10	8,2	VII	20
IV	20	10,7	VII	10
V	0	12,7	VII	0
V	10	13,2	VI	20
V	20	15,1	VI	10
VI	0	+ 15,4	VI	0

ÉQUATION DU CENTRE

ARGUMENT ANOMALIE MOYENNE

D	0s			Differ.		1s			Differ.		11s			Differ.		D
	Equat. soustr.					Equat. soustr.					Equat. soustr.					
	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	
0	0	0	0	5	16	2	31	51	4	38	4	28	15	2	54	30
1	0	5	16	5	15	2	36	29	4	35	4	31	9	2	49	29
2	0	10	31	5	16	2	41	4	4	33	4	33	58	2	44	28
3	0	15	47	5	15	2	45	37	4	31	4	36	42	2	40	27
4	0	21	2			2	50	8			4	39	22			26
				5	15				4	29				2	36	
5	0	26	17	5	14	2	54	37	4	26	4	41	58	2	30	25
6	0	31	31	5	14	2	59	3	4	23	4	44	28	2	25	24
7	0	36	45	5	13	3	3	26	4	20	4	46	53	2	20	23
8	0	41	58	5	13	3	7	46	4	16	4	49	13	2	15	22
9	0	47	11			3	12	2			4	51	28			21
				5	13				4	13				2	10	
10	0	52	24	5	12	3	16	15	4	10	4	53	38	2	6	20
11	0	57	36	5	10	3	20	25	4	7	4	55	44	2	1	19
12	1	2	46	5	9	3	24	32	4	4	4	57	45	1	55	18
13	1	7	55	5	8	3	28	36	4	1	4	59	40	1	50	17
14	1	13	3			3	32	37			5	1	30			16
				5	7				3	57				1	45	
15	1	18	10	5	6	3	36	34	3	54	5	3	15	1	40	15
16	1	23	16	5	5	3	40	28	3	50	5	4	55	1	34	14
17	1	28	21	5	4	3	44	18	3	46	5	6	29	1	29	13
18	1	33	25	5	2	3	48	4	3	43	5	7	58	1	24	12
19	1	38	27			3	51	47			5	9	22			11
				5	0				3	39				1	18	
20	1	43	27	4	58	3	55	26	3	35	5	10	40	1	13	10
21	1	48	25	4	57	3	59	1	3	31	5	11	53	1	7	9
22	1	53	22	4	55	4	2	32	3	27	5	13	0	1	2	8
23	1	58	17	4	53	4	5	59	3	24	5	14	2	0	56	7
24	2	3	10			4	9	23			5	14	58			6
				4	52				3	20				0	50	
25	2	8	2	4	50	4	12	43	3	15	5	15	48	0	45	5
26	2	12	52	4	48	4	15	58	3	11	5	16	33	0	39	4
27	2	17	40	4	46	4	19	9	3	6	5	17	12	0	34	3
28	2	22	26	4	44	4	22	15	3	2	5	17	46	0	28	2
29	2	27	10			4	25	17			5	18	14			1
				4	41				2	58				0	22	
30	2	31	51			4	28	15			5	18	36			0
	Equat. additive					Equat. additive					Equat. additive					
	XIs					Xs					IXs					

EQUATION DU CENTRE

ARGUMENT ANOMALIE MOYENNE

D	III^s Equat. soustr.			Differ.		IV^s Equat. soustr.			Différ.		V^s Equat. soustr.			Différ.		D
	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	
0	5	18	36			4	44	14			2	47	53			30
1	5	18	52	0	16	4	41	35	2	39	2	42	53	5	0	29
2	5	19	3	0	11	4	38	51	2	44	2	37	49	5	4	28
3	5	19	8	0	5	4	36	1	2	50	2	32	41	5	8	27
4	5	19	6			4	33	5	2	56	2	27	30	5	11	26
				0	6				3	1				5	14	
5	5	19	0			4	30	4			2	22	16			25
6	5	18	48	0	12	4	26	57	3	7	2	16	59	5	17	24
7	5	18	30	0	18	4	23	45	3	12	2	11	39	5	20	23
8	5	18	5	0	25	4	20	28	3	17	2	6	16	5	23	22
9	5	17	34	0	31	4	17	6	3	22	2	0	51	5	25	21
				0	37				3	28				5	28	
10	5	16	57			4	13	38			1	55	23			20
11	5	16	15	0	42	4	10	5	3	33	1	49	52	5	31	19
12	5	15	27	0	48	4	6	27	3	38	1	44	19	5	33	18
13	5	14	33	1	54	4	2	44	3	43	1	38	44	5	35	17
14	5	13	33	1	0	3	58	56	3	48	1	33	7	5	37	16
				1	6				3	52				5	39	
15	5	12	27			3	55	4			1	27	28			15
16	5	11	15	1	12	3	51	6	3	58	1	21	47	5	41	14
17	5	9	57	1	18	3	47	4	4	2	1	16	4	5	43	13
18	5	8	33	1	24	3	42	57	4	7	1	10	19	5	45	12
19	5	7	4	1	29	3	38	45	4	12	1	4	33	5	46	11
				1	35				4	17				5	48	
20	5	5	29			3	34	28			0	58	45			10
21	5	3	48	1	41	3	30	7	4	21	0	52	56	5	49	9
22	5	2	1	1	47	3	25	42	4	25	0	47	6	5	50	8
23	5	0	8	1	53	3	21	13	4	29	0	41	15	5	51	7
24	4	58	9	1	59	3	16	39	4	34	0	35	23	5	52	6
				2	5				4	38				5	53	
25	4	56	4			3	12	1			0	29	30			5
26	4	53	53	2	11	3	7	19	4	42	0	23	36	5	54	4
27	4	51	37	2	16	3	2	33	4	46	0	17	42	5	54	3
28	4	49	15	2	22	2	57	43	4	50	0	11	48	5	54	2
29	4	46	47	2	28	2	52	50	4	53	0	5	54	5	54	1
				2	33				4	57				5	54	
30	4	44	14			2	47	53			0	0	0			0
	Equat. additive VIII^s					Equat. additive VII^s					Equat. additive VI^s					

LOGARITHMES DE LA DISTANCE AU SOLEIL

La distance moyenne de la Terre au Soleil étant supposée 100000.

ARGUMENT ANOMALIE MOYENNE

D	0s	Differ.	Is	Differ.	IIs	Differ.	D
0	6. 302619		6. 300242		6. 293541		30
1	6. 302616	3	6. 300083	159	6. 293256	285	29
2	6. 302608	8	6. 299920	163	6. 292968	288	28
3	6. 302594	14	6. 299752	168	6. 292676	292	27
4	6. 302575	19	6. 299579	173	6. 292381	295	26
5	6. 302551	24	6. 299401	178	6. 292083	298	25
6	6. 302521	30	6. 299219	182	6. 291782	301	24
7	6. 302486	35	6. 299032	187	6. 291478	304	23
8	6. 302446	40	6. 298840	192	6. 291171	307	22
9	6. 302401	45	6. 298644	196	6. 290861	310	21
10	6. 302351	50	6. 298443	201	6. 290548	313	20
11	6. 302295	56	6. 298237	206	6. 290232	316	19
12	6. 302234	61	6. 298027	210	6. 289914	318	18
13	6. 302168	66	6. 297813	214	6. 289593	321	17
14	6. 302096	72	6. 297594	219	6. 289270	323	16
15	6. 302019	77	6. 297371	223	6. 288945	325	15
16	6. 301937	82	6. 297144	227	6. 288618	327	14
17	6. 301849	88	6. 296913	231	6. 288289	329	13
18	6. 301756	93	6. 296677	236	6. 287958	331	12
19	6. 301658	98	6. 296437	240	6. 287625	333	11
20	6. 301554	104	6. 296193	244	6. 287290	335	10
21	6. 301445	109	6. 295945	248	6. 286953	337	9
22	6. 301331	114	6. 295693	252	6. 286614	339	8
23	6. 301212	119	6. 295437	256	6. 286273	341	7
24	6. 301088	124	6. 295177	260	6. 285930	343	6
25	6. 300959	129	6. 294914	263	6. 285586	344	5
26	6. 300825	134	6. 294647	267	6. 285241	345	4
27	6. 300686	139	6. 294376	271	6. 284895	346	3
28	6. 300543	143	6. 294101	275	6. 284548	347	2
29	6. 300395	148	6. 293823	278	6. 284200	348	1
30	6. 300242	153	6. 293541	282	6. 283851	349	0
	XIs		Xs		IXs		

LOGARITHMES DE LA DISTANCE AU SOLEIL

La distance moyenne de la Terre au Soleil étant supposée 100000.

ARGUMENT ANOMALIE MOYENNE

D	III^s	Differ.	IV^s	Differ.	V^s	Differ.	D
0	6.283851	350	6.273465	325	6.265363	196	30
1	6.283501	351	6.273140	322	6.265167	190	29
2	6.283150	352	6.272818	319	6.264977	184	28
3	6.282798	352	6.272499	315	6.264793	178	27
4	6.282446	352	6.272184	312	6.264615	172	26
5	6.282094	353	6.271872	309	6.264443	166	25
6	6.281741	353	6.271563	306	6.264277	159	24
7	6.281388	353	6.271257	303	6.264118	153	23
8	6.281035	354	6.270954	300	6.263965	147	22
9	6.280681	353	6.270654	296	6.263818	141	21
10	6.280328	353	6.270358	293	6.263677	134	20
11	6.279975	352	6.270065	289	6.263543	128	19
12	6.279623	352	6.269776	284	6.263415	121	18
13	6.279271	352	6.269492	280	6.263294	114	17
14	6.278919	351	6.269212	276	6.263180	108	16
15	6.278568	350	6.268936	272	6.263072	101	15
16	6.278218	349	6.268664	268	6.262971	94	14
17	6.277869	348	6.268396	263	6.262877	87	13
18	6.277521	347	6.268133	258	6.262790	81	12
19	6.277174	346	6.267875	254	6.262709	74	11
20	6.276828	344	6.267621	249	6.262635	67	10
21	6.276484	343	6.267372	244	6.262568	60	9
22	6.276141	341	6.267128	239	6.262508	53	8
23	6.275800	340	6.266889	234	6.262455	46	7
24	6.275460	338	6.266655	229	6.262409	39	6
25	6.275122	336	6.266426	224	6.262370	32	5
26	6.274786	334	6.266202	218	6.262338	25	4
27	6.274452	331	6.265984	213	6.262313	17	3
28	6.274121	329	6.265771	207	6.262296	10	2
29	6.273792	327	6.265564	201	6.262286	4	1
30	6.273465		6.265363		6.262282		0
	VIII^s		VII^s		VI^s		

LATITUDE ET RÉDUCTIONS A L'ECLIPTIQUE

ARGUMENT LONG. DANS L'ORB. DEPUIS LE NŒUD

D	0s Bor. VIs Aus. M.	S.	Differ. S.	Réduction de la long. S.	Réd. du log. de la dist.	Is Bor. VIIs Aus. M.	S.	Differ. S.	Réduction de la long. S.	Réd. du log. de la dist.	IIs Bor. VIIIs Aus. M.	S.	Differ. S.	Réduction de la long. S.	Réd. du log. de la dist.	D
0	0	0	49	—	—	23	12	42	8	10	40	12	24	8	30	30
1	0	49	48	0	0	23	54	42	8	11	40	36	23	8	30	29
2	1	37	49	1	0	24	36	41	8	11	40	59	22	8	31	28
3	2	26	48	1	0	25	17	40	9	12	41	21	22	8	31	27
4	3	14	49	1	0	25	57	40	9	12	41	43	21	7	32	26
5	4	3	48	2	0	26	37	40	9	13	42	4	20	7	32	25
6	4	51	48	2	1	27	17	39	9	14	42	24	19	7	33	24
7	5	39	49	2	1	27	56	39	9	14	42	43	19	7	33	23
8	6	28	48	2	1	28	35	38	9	15	43	2	18	7	34	22
9	7	16	48	3	1	29	13	37	9	16	43	20	17	6	35	21
10	8	4	47	3	1	29	50	37	9	16	43	37	16	6	35	20
11	8	51	48	3	2	30	27	36	9	17	43	53	15	6	35	19
12	9	39	47	4	2	31	3	36	9	18	44	8	15	6	36	18
13	10	26	48	4	2	31	39	35	9	18	44	23	14	5	36	17
14	11	14	47	4	2	32	14	35	9	19	44	37	13	5	37	16
15	12	1	47	5	3	32	49	34	9	20	44	50	12	5	37	15
16	12	48	46	5	3	33	23	34	9	21	45	2	11	4	37	14
17	13	34	47	5	3	33	57	33	9	21	45	13	11	4	38	13
18	14	21	46	6	4	34	30	32	9	22	45	24	10	4	38	12
19	15	7	46	6	4	35	2	31	9	23	45	34	9	3	38	11
20	15	53	45	6	5	35	33	31	9	23	45	43	8	3	38	10
21	16	38	45	6	5	36	4	30	9	24	45	51	7	3	39	9
22	17	23	45	7	6	36	34	30	9	25	45	58	6	2	39	8
23	18	8	45	7	6	37	4	29	9	25	46	4	6	2	39	7
24	18	53	44	7	7	37	33	28	9	26	46	10	5	2	39	6
25	19	37	44	7	7	38	1	28	9	27	46	15	3	2	39	5
26	20	21	43	7	8	38	29	27	9	27	46	18	3	1	39	4
27	21	4	4[illegible]	7	8	38	56	26	9	28	46	21	2	1	39	3
28	21	47	43	8	9	39	22	25	8	28	46	23	2	1	40	2
29	22	30	42	8	9	39	47	25	8	29	46	25	0	0	40	1
30	23	12		8	10	40	12		8	30	46	25		0	40	0
	Vs Bor. XIs Aus.			+		IVs Bor. Xs Aus.			+		IIIs Bor. IXs Aus.			+		

EXAMEN DES PHÉNOMÈNES

QUE PRÉSENTE LA RÉDUCTION DE QUELQUES CHAUX MÉTALLIQUES.

PAR M. LE COMTE DE SALUCES.

L'air déphlogistiqué, quoique plus respirable & plus propre à la conservation du feu, ne sauroit sans erreur être réputé entièrement exempt de parties étrangères. La différence qui se trouve dans les degrés de pureté qu'on peut l'obtenir, suivant la qualité des substances dont on le retire, & des moyens qu'on y emploie, est une preuve incontestable que cette pureté n'est que relative, & que les effets par lesquels on peut la mesurer, n'ont d'autre point de comparaison que celui de l'air que nous respirons, & dont les célèbres Priestley, Lavoisier, Schéele, Fontana & beaucoup d'autres Physiciens illustres nous ont fait connoître les degrés d'impureté, & fixé par des expériences très-ingénieuses les limites du rapport qui peut se trouver entre les parties pneumatiques, & celles qui ne le sont pas (*a*).

(*a*) Quoique la délicatesse du sujet semble autoriser à n'admettre que ce dont on est convaincu par sa propre expérience, & que ce doute doive m'être plus facilement pardonné, après les preuves que j'ai données & que je donne encore ici des inexactitudes importantes qui accompagnent la méthode expérimentale Physico-chimique dont on fait généralement usage; cependant, comme le champ de ces recherches est d'une étendue, pour ainsi dire, immense & d'une délicatesse extrême, on ne peut à moins de profiter des travaux des autres pour être dans le cas d'avancer dans la carrière, & l'on y est d'autant plus auto-

D'ailleurs l'anomalie des phénomènes que présente l'air déphlogistiqué, tel que celui de la crépitation, annonce démonstrativement la présence d'un principe étranger à l'air; & celui de l'absorption qu'en peut faire le charbon, comparée avec l'absorption qu'il fait dans les mêmes circonstances de l'air atmosphérique, ainsi qu'il en sera traité plus particulièrement dans un autre mémoire, prouve de la manière la plus convaincante l'association de quelque exhalaison étrangère avec l'air déphlogistiqué; de façon qu'on peut avancer avec confiance qu'il ne sera peut-être jamais possible de l'avoir dans un état de parfaite pureté & de totale homogénéité.

Cela posé, ayant reconnu que le fluide dont les différentes modifications sont capables de produire les effets qui caractérisent les différentes propriétés, caustique, acide, alkaline, phosphorique & ignifère, est l'air déphlogistiqué, c'est-à-dire, l'air associé au principe étranger qui le distingue de l'air commun & de toute autre espèce de fluide aériforme, je dois avouer que l'épithète d'élémentaire que j'ai voulu lui substituer ne peut lui convenir, puisqu'il emporte l'idée d'un fluide parfaitement homogène & exclusivement composé de parties pneumatiques; ce qui est contredit par les faits les plus certains qui ont servi de preuve à cette nouvelle opinion.

Mais les résultats les plus rigoureux de toutes les expériences qui démontrent la fécondité des effets de l'air déphlogis-

---

risé, que ces travaux appartiennent à des Savans aussi respectables, que ceux dont je viens de faire mention, & que, malgré la différence des routes qu'ils ont suivies, leurs résultats ne sont point en contradiction; ce qui m'a engagé à adopter leur doctrine sur ce point.

tiqué, m'ont fait reconnoître aussi que ce principe associé aux parties pneumatiques ou à l'air élémentaire ne pouvoit être que le phlogistique porté au plus haut degré d'exaltation, & dénaturé par la décomposition qu'en procure la violence des menstrues ou du feu après avoir atteint la plus grande concentration possible; car par l'enlèvement que j'ai fait de ce que l'acide nitreux pouvoit avoir délaissé au mercure changé en précipité, j'ai reconnu que le principe transposé n'avoit formé en dénaturant le phlogistique contenu dans le métal, qu'un produit résultant de trois principes, savoir le *terreux*, le *métallique* & l'*aériforme*, produit facile à être décomposé par une chaleur modérée, & à reparoître sous sa première forme métallique; donc il me paroît prouvé qu'il existe dans ces chaux les mêmes rudimens phlogistiques qui se trouvent dans le charbon, mais qui sont méconnoissables par la violente altération qu'ils ont essuyée de la part du feu qui en à expulsé tout vestige de principe aqueux.

Mais sans résumer ici toutes les autres preuves que fournit le rapprochement de toutes les opérations où le principe caustique exerce son action, je dois rectifier mon opinion en reconnoissant que c'est à cette exaltation du phlogistique dénaturé après sa plus grande concentration, qu'on doit rapporter l'aptitude singulière de ce principe d'acquérir ces différentes propriétés, caustique, acide, alkaline, phosphorique & ignifère, suivant les diverses modifications qu'il éprouve par la différente combinaison avec d'autres principes, & non uniquement à l'air élémentaire, c'est-à-dire, souverainement pur, lequel ne doit être regardé que comme une cause concomitante & auxiliaire, qui sert de véhicule spécifique de

ce principe, dans le cas où il y a en effet des parties pneumatiques contenues dans les substances, & considéré pour le premier des effets que produit le principe caustique, si l'air à expulser qui ne fait alors que la fonction de milieu, est plus ou moins contaminé par des émanations & des vapeurs capables d'en altérer la respirabilité & la combustibilité.

Cette rectification au reste est d'autant plus nécessaire à mon Mémoire, que j'ai connu l'inexactitude du principe d'où je suis parti, celui de l'accumulation de cet air dans les chaux métalliques; d'ailleurs je ne fais que revenir sur mes anciennes idées (*b*), ainsi qu'on peut le voir dans l'essai que j'en ai donné dans le premier volume des Mémoires de Véronne, & dont j'avois envoyé auparavant un extrait au célèbre M. Macquer avec d'autres travaux qu'il m'apprit avoir confiés à quelque Savant. Au reste j'ai reconnu que le fond de ces idées ne se trouve pas moins dans mes ouvrages, malgré la généralité exclusive que je puis avoir donnée à l'air dans beaucoup d'endroits, en confondant l'air déphlogistiqué avec l'air élémentaire, ce qui fait qu'il suffira d'abolir cette nouvelle épithète, pour le ramener à l'exactitude nécessaire.

N'ayant donc pas formé le moindre doute sur cette prétendue accumulation de l'air déphlogistiqué dans les chaux mé-

(*b*) En effet, j'avois entrepris ce travail sur les chaux métalliques dès l'an 1772, mais les obligations de mon état m'ayant forcé à suspendre le cours des expériences, ce n'a été qu'en 1777 que j'ai eu le loisir de les recommencer, pour les abandonner encore à plusieurs reprises, de manière que je puis dire avec vérité que, malgré l'intérêt que j'aurois eu de revoir ces expériences, j'avois presque perdu de vue ce travail qui n'avoit cependant plus besoin que d'être rédigé & mis en ordre.

talliques, je ne doutai pas non plus que les gaz déphlogistiqués que j'avois obtenus dans l'extinction de la chaux vive & dans beaucoup d'autres opérations, fussent de simples purifications de l'air qui avoit pu rester dans les substances solides & fluides des expériences ou dans les appareils, malgré les soins que je m'étois donnés pour le chasser, ce qui fit que je ne soupçonnois pas même que ces productions d'air ainsi purgé par l'action détersive du principe caustique développé dans la réduction des mêmes chaux, fussent le résultat fautif d'une méthode que j'avois cependant reconnue très-infidèle. Au reste ayant démontré (*c*) que le poids de l'acide nitreux diminue en raison de celui qu'acquiert le mercure en passant à l'état de chaux, & qu'on n'a par l'analyse humide du précipité d'autre indice que de phlogistique, il n'y a rien d'aussi superflu que la prétendue accumulation de parties purement pneumatiques, puisqu'elle formeroit un excès de quantité visiblement contredit par le fait; d'où il suit que je ne puis me dissimuler que l'air que j'ai obtenu dans l'extinction de la chaux, à en juger par les résultats que je viens de rapporter, ne sauroit être tout au plus qu'un reste de l'air que j'avois chassé des capacités, & de celui peut-être qui se trouvoit dans la chaux & dans l'eau, ainsi qu'on le verra encore par les expériences, dans lesquelles j'ai fait usage de l'appareil qui suit, en tenant deux routes différentes: dans la première je commence par la dissolution & la calcination, & finis par la réduction du même mercure, afin d'avoir la suite complète des expé-

(*c*) *Continuation d'expériences & d'observations sur le gaz déphl.* Mém. de l'Acad. de Turin an. 1784-85 part. II. pag. 148.

riences; dans la seconde je traite en grand la réduction des chaux mercurielles, pour m'assurer d'une manière tout-à-fait directe des résultats & des phénomènes qui l'accompagnent.

L'appareil consistoit en un matras (*d*) à long col, qui étoit soutenu par un carcan mobile attaché à un support & dont l'orifice étoit fermé avec un bouchon de liége bouilli dans une composition faite avec de la cire & de la graisse: ce bouchon avoit deux trous, l'un servoit pour y placer à la renverse la petite fiole contenant l'esprit de nitre nécessaire à procurer la dissolution du mercure; l'autre étoit garni d'un robinet & il en partoit un tuyau de verre recourbé, qui alloit plonger près du fond d'un grand bocal contenant les deux tiers d'eau distillée, après avoir traversé le bouchon de liége pareillement préparé, qui servoit à en boucher l'ouverture: ce bouchon étoit encore percé de trois autres trous garnis de même de robinets de laiton qui étoient intérieurement revêtus de petits tuyaux de verre, & à l'un desquels s'adaptoit à vis une vessie montée sur un semblable robinet; il partoit de chacun des deux autres une tige de verre recourbée qui plongeoit jusque près du fond de deux récipiens de cristal, chefs des deux files d'autres récipiens dont l'appareil étoit composé : cette tige traversoit le bouchon qui en fermoit l'ouverture, & ces récipiens contenoient chacun environ les deux tiers d'eau forte. D'un second trou pratiqué dans le bouchon de ces deux récipiens partoit une nouvelle tige qui plongeoit dans

(*d*) Voyez Planche IV. fig. 1.

deux autres récipiens semblables, dont les deux tiers étoient remplis d'huile de tartre, & à chacun de ces bouchons étoit encore adaptée comme ci-devant une vessie: ces deux récipiens communiquoient enfin à deux autres avec la même quantité d'eau distillée, & étoient garnis de leurs vessies. Celui de la droite communiquoit par un robinet garni d'une tige avec un récipient vide, qui par une autre tige communiquoit encore au dernier du côté opposé, & il étoit pareillement armé d'un robinet surmonté d'une vessie, afin de pouvoir établir la communication entre l'air déphlogistiqué que je m'attendois à recevoir de ce côté & le gas nitreux que j'aurois fait passer de l'autre.

Tout étant prêt, je mis 2 onces de mercure dans le matras, & 2 onces d'esprit de nitre fumant dans la fiole que je poussai avec force dans le trou du bouchon pour empêcher les vapeurs de sortir. Dans l'instant de fortes vapeurs s'annoncèrent; la communication entre le gros bocal ou magasin & la partie des récipiens destinés à recevoir le gas nitreux étoit ouverte, de manière que dans le moment même les vapeurs rouges, après avoir traversé l'eau du récipient en formant un courant de bulles très-rapide & très-distinct, se rendirent invisibles dans la partie vide pour passer delà dans la vessie au-dessus de ce bocal, que je nommerai dorénavant magasin.

La vessie étant pleine, le gas ou les vapeurs passèrent dans le flacon contenant l'eau forte, & ensuite dans la vessie dont ce récipient étoit garni, pour se rendre successivement après les nouvelles filtrations jusque dans le récipient vide, à mesure du développement qui se faisoit de ce gaz.

A l'effervescence succédèrent l'ébullition & l'évaporation rapide du reste de l'humidité; elles étoient accélérées par l'action du feu placé & entretenu sous le matras: ce fut dans ces circonstances que l'on vit un mouvement alternatif dans le tube qui du matras communiquoit au magasin, & que l'on fut forcé de ne jamais discontinuer de souffler le feu pour empêcher que l'eau du magasin ne fût absorbée & ne passât dans le matras dont le fond étoit alors tout rouge & un peu déformé; ce qui prouvoit le vide qui s'étoit fait dans ces capacités par l'action des vapeurs sur l'air qui y étoit contenu.

Lorsque la chaux fut faite, il s'éleva des vapeurs jaunes, rougeâtres & blanchâtres, si épaisses qu'on ne pouvoit plus voir ce qui se passoit dans le matras dont l'intérieur fut bientôt tapissé d'une chaux blanche depuis le fond jusqu'au-dessus de la naissance du ventre, & toutes les vapeurs ayant disparu la chaux commença à devenir jaune & à s'élever. Le rouge succéda au jaune & gagna encore en hauteur, ce qui m'apprit qu'il étoit tems de fermer le robinet de communication de ce côté, pour que l'air déphlogistiqué qui est annoncé à ce terme par les Physiciens, pût passer sans mélange dans l'autre file de récipiens; mais au lieu d'avoir cet air déphlogistiqué il se fit une forte absorption qu'on ne put retenir que par la plus grande activité du feu, & d'où s'ensuivit la fusion du matras.

Avant de passer plus loin il me paroît à propos de faire remarquer que cette absorption, qu'il n'étoit pas possible de repousser qu'en procurant la plus forte dilatation à l'air qui pouvoit rester dans la capacité du matras & de la partie du tube au-dessus du niveau de l'eau, ne pouvoit être produite que par un

excès de fluide comprimant dans cette partie de l'appareil; d'où résultoit nécessairement un défaut d'équilibre entre le fluide aériforme (pour m'exprimer d'une manière générale) contenu dans la capacité du matras, & celui qui étoit dans la partie libre de l'appareil; & cet équilibre peut même avoir été rompu par la seule augmentation d'élasticité que pourroient avoir acquise les parties de l'air contenu dans le matras au tems de la dissolution en vertu de leur combinaison avec les vapeurs humides de l'acide nitreux, ainsi que l'on chasse beaucoup plus d'air de l'éolipyle contenant un peu d'eau, que lorsqu'il n'y en a point; de manière que l'air contenu dans cette capacité fut réellement dans des circonstances de dilatabilité infiniment plus considérable qu'il ne l'auroit été sans le secours de l'humidité; phénomène d'ailleurs très-conforme à celui qui arrive dans la décomposition du sel ammoniac par la chaux.

Mais en revenant à ce défaut d'équilibre, & en examinant ce qui se passe dans le reste de l'opération, où il faut de nécessité une plus grande intensité de feu pour procurer la réduction de la chaux, & où par conséquent l'air par sa plus grande dilatation fait équilibre à la plus grande quantité, il faut, malgré l'ouverture de l'autre partie de l'appareil, qu'il s'ensuive nécessairement une absorption dans l'instant que l'effort antagoniste cesse, & cette dilatation devra être en raison du rapport qui est entre la gravité spécifique du fluide excédant, & la gravité des fluides qui interceptent la communication, laquelle dans ce cas seroit celle de l'eau du magasin, parce qu'on en avoit fermé la communication avec les récipiens où

l'on avoit fait passer le gas nitreux dans le tems que l'on a ouvert l'autre côté de l'appareil.

Il n'est d'ailleurs pas étonnant que cet air chargé de vapeurs nitreuses, après avoir été dégraissé par l'eau & par les autres fluides servant de filtres, redevienne pur, & même plus pur que celui que nous respirons, parce qu'ayant été enveloppé par les vapeurs corrosives & détergentes de l'esprit de nitre le plus concentré, qui doivent ensuite avoir été retenues & déposées dans l'eau ou dans les autres fluides aqueux avec les parties étrangères dont elles l'ont purgé, il doit nécessairement se trouver dans un état de plus grande pureté, puisque personne ne contestera que les vapeurs nitreuses ont beaucoup plus d'affinité avec ces émanations volatilisées & avec l'eau, qu'avec l'air proprement dit.

Ayant substitué un autre matras au précédent avec la chaux qu'il contenoit, il s'éleva dans les premiers momens de nouvelles vapeurs épaisses d'un rouge jaunâtre, qui firent frémir l'eau du magasin, & l'eau forte contenue dans le premier flacon; lorsque tout fut tranquille, & qu'il ne paroissoit plus rien, la première communication fut fermée dans l'espérance d'obtenir la production de l'air déphlogistiqué dans l'autre partie de l'appareil qui étoit destinée à le recevoir: mais un quart d'heure après ce grand calme il se fit une absorption si rapide & si forte de l'eau du magasin, qu'il ne fut plus possible d'empêcher qu'elle ne se précipitât dans le matras, malgré toute l'activité du feu excité par un soufflet à double ame; ce qui rendit encore l'opération imparfaite.

Pour ne pas perdre entièrement le fruit de ces deux expériences, je fis passer le gas filtré à travers l'eau du magasin,

de la vessie où il avoit été recueilli, dans un ballon vide d'air, il s'y précipita avec sifflement & prit une couleur rouge pâle; peut-être qu'elle auroit été plus foncée s'il y avoit eu une plus grande quantité de gas, car elle n'alloit pas au quart de la capacité du ballon (*e*).

Je suis d'autant plus persuadé que les choses se seroient passées ainsi, qu'ayant appliqué par le moyen d'un robinet une vessie pleine de gas nitreux à un autre robinet dont j'avois armé un ballon exactement vide d'air, la vessie fut entièrement affaissée au moment que le gas se précipita avec sifflement dans le vide, ses parties se collèrent, & les vapeurs rouges parurent d'abord aussi-bien que si ç'avoit été dans le plein; l'état de la vessie m'ayant cependant indiqué que la capacité du ballon n'étoit pas tout-à-fait remplie, j'y adaptai une seconde vessie après avoir refermé le robinet.

Je r'ouvris le robinet, & un sifflement de très-peu de durée m'annonça que le ballon étoit plein; je comprimai néanmoins encore très-fort la vessie, & je fis entrer ce qui restoit de gas; après quoi ayant fermé le robinet, & détaché la vessie flasque, je le r'ouvris & j'entendis de nouveau un petit sifflement qui annonça l'entrée d'un peu d'air commun, & qui me parut affoiblir sensiblement l'intensité des vapeurs rouges dont le ballon étoit rempli, loin d'en augmenter l'intensité.

Ce phénomène reparut autant de fois que je répétai cette expérience, & l'ayant renouvellée avec tout le soin possible

(*e*) Voyez Pl. IV. fig. 2.

le 18 Novembre 1779, je crus être en droit de conclure du petit sifflement qui se faisoit toujours en donnant la communication au ballon avec l'air libre, & de la diminution d'intensité de la couleur rouge, qu'il falloit que l'air commun fût doué d'une plus grande élasticité, & qu'il fût spécifiquement moins pesant que les vapeurs nitreuses; car la communication se faisoit par une ouverture qui étoit à la partie d'en bas du ballon.

De là il me paroît aussi démontré que le gas nitreux n'est que la partie la plus volatile de l'acide nitreux dans un état de très-grande expansion; que cette expansion cesse au moment que ses parties sont obligées de s'affaisser, & qu'il est par conséquent obligé de se condenser dans le vide aussi-bien que dans l'air en se répandant dans ses interstices, aussitôt que l'air n'a pas la liberté de s'échapper avec autant de célérité que le gas; c'est ce qui arrive dans les appareils *pneumato-chimiques* à eau, & même à mercure; car ces fluides étant moins perméables que l'air, cèdent à la pression qu'ils essuyent de la part des gas avant de se laisser pénétrer; mais cette digression ne paroîtra déjà que trop longue.

En revenant à mon sujet je remarquerai que le gas qui avoit été filtré à travers l'eau forte se précipita de même avec un petit sifflement dans le vide, & qu'il parut une légère vapeur blanche qui ne changea point par l'addition de l'air commun, quoique la quantité de ce gas fût beaucoup plus petite encore que celle des gas filtrés à travers l'eau du magasin.

Il est tems enfin de revenir à la prétendue accumulation de gas par les chaux métalliques: c'est pour simplifier mes ten-

tatives que j'abandonnai la méthode trop compliquée d'épier les phénomènes des opérations successives de la dissolution, de la calcination & de la réduction, comme on a fait jusqu'ici, & que je me suis déterminé à traiter directement cette chaux avec toute l'attention possible.

Deux onces de précipité rouge ayant été mises dans un matras avec le premier appareil, il commença par se faire une forte sublimation aux parois du ventre du matras; elle étoit divisée en trois larges bandes dont la plus haute étoit blanche, celle qui suivoit étoit jaune, & celle qui étoit près du fond continuoit à être rouge: les deux premières reprirent quelque tems après cette même couleur, & il n'y eut que les bords de la plus élevée qui continuèrent à être d'un blanc-jaunâtre.

La réduction commença par une rosée argentine qui se montroit un peu au-dessus du ventre du matras; le col étoit rempli de vapeurs jaunâtres, & ces vapeurs descendirent avec lenteur jusqu'à son échappement; après deux heures de grand feu il ne resta plus qu'une petite quantité de précipité qui n'étoit pas réduite, sans qu'il parût dans toutes ces circonstances de production de gas bien décidée, puisque les vessies n'en contenoient pas, du moins sensiblement, après l'entier refroidissement de l'appareil; car je previens que j'ai toujours attendu le refroidissement total des appareils, après que toutes les opérations étoient finies, pour juger des résultats; puisque ç'auroit été s'exposer visiblement à des erreurs, en ne donnant pas le tems au fluide renfermé dans les capacités de reprendre la température de l'air ambiant, & en n'achevant pas les opérations.

empêcher qu'elle ne fût soulevée: un autre tuyau recourbé qui étoit également placé dans la cloche servoit à faire monter l'eau, & on ôtoit la communication avec l'air extérieur en fermant le robinet qui étoit à son extrémité.

Avant de rendre compte des résultats de l'opération il est bon de remarquer que cet appareil fut encore simplifié en substituant un très-long tube de verre pareillement recourbé (*h*), & dont les deux jambes parallèles qui servoient à la marche de l'eau étoient chacune d'environ 10 pieds de hauteur, ce qui revient au moins à 15 pieds de Roi: la communication avec la retorte étoit ménagée par un troisième tuyau adapté à sa tubulure, & par l'autre extrémité à l'une des deux jambes : l'orifice de la retorte étoit enfin fermé par un récipient destiné à recevoir le mercure revivifié.

Je dois faire remarquer enfin qu'ayant toujours employé dans ces expériences des quantités considérables de précipité rouge, j'ai reconnu qu'elles n'étoient pas toutes exactement dépouillées d'acide; car l'humidité se présentoit en forme de rosée, & même en gouttes au col des retortes dans les premiers momens de l'opération.

Ayant fait le vide de 3 pouces & 4 lignes dans l'appareil de la cloche, la réduction commença 35 min. après, & l'eau baissa environ 4 lign. Deux heures après, elle baissa environ 6 autres lignes, & deux heures encore après, environ 6 autres lig., la réduction étant alors entièrement finie.

Les variations dans l'abaissement des colonnes d'eau furent, comme il étoit assez naturel, beaucoup plus considéra-

(*h*) Voy. Pl. V. fig. 3.

bles dans le second appareil, que dans l'appareil à mercure que j'avois employé autrefois, & dont je rapporterai ici les résultats; la rupture des vaisseaux dont j'ai rendu compte, m'ayant engagé à en extraire une partie de l'air, le vide étoit entre 15 & 16 pouces environ.

Douze minutes après avoir assis l'appareil, le mercure commença à baisser dans le tuyau barométrique, & la couleur rouge du précipité à perdre de sa vivacité. L'abaissement étoit de 1 lign. & ½, le précipité paroissant pourpre foncé environ douze minutes après; dix min. encore après, l'abaissement étant de 3 lig., le mercure étoit devenu brun, & après une heure le mercure commença à former à la voûte de la cornue une espèce de rosée très-légère; & cinq min. après, la réduction commença à paroître; deux min. encore après, la voûte de la cornue fut tapissée d'un sublimé blanc-sale, sans qu'on apperçût de changement dans la colonne du mercure; demi-heure après, le mercure avoit encore baissé de 6 lig., & de 9 une heure encore après que la réduction fut entièrement finie.

Jamais il n'a paru de signe de production de gas dans toutes ces expériences que j'ai répétées un très-grand nombre de fois, & toujours avec de grandes doses de précipité rouge: j'avois au contraire des marques d'absorption qui ne me paroissoient nullement équivoques, car dans les expériences de l'appareil avec l'eau la surface remontoit toujours plus haut en refroidissant, que lorsque j'avois commencé l'opération; & dans celles qui étoient faites avec l'appareil à mercure il arrivoit constamment que le fond des retortes de verre étoit attiré en dedans sous une forme sphérique très-

régulière au point d'occuper pour le moins un tiers de l'espace de la retorte, sans que le mercure s'écartât beaucoup de la première hauteur, lorsque tout étoit entièrement refroidi *(i)*.

Cette circonstance de la succion, s'il est permis de s'exprimer ainsi, du fond des retortes; la plus grande élévation de l'eau après le refroidissement des capacités; la fracture accompagnée d'une irruption de l'air extérieur dans les capacités de l'appareil; l'affaissement uniforme & violent des parties de la cornue, lorsque je n'avois pas pris la précaution d'enlever environ la moitié de l'air contenu dans les capacités, pour faire monter le mercure de 14 à 15 pouces au-dessus du niveau dans la jambe qui y communiquoit, ou lorsque j'en avois extrait une trop grande quantité, ou si le tuyau barométrique enfin se trouvant d'un trop grand diamètre la colonne du vif argent réagissoit par une trop forte gravitation contre les efforts de l'élasticité que l'air avoit acquise, me paroissoient des effets qui ne laissoient aucun doute d'une véritable expulsion de l'air des récipiens, qui pouvoit au premier abord être réputée pour une absorption, ainsi que je l'ai nommée ci-devant.

Les erreurs cependant que j'ai relevées jusqu'ici m'ayant engagé à méditer scrupuleusement sur les circonstances qui accompagnoient le déjettement & la déformation des cornues placées dans le bain de sable, je formai le soupçon qu'il pouvoit y avoir une complication de causes assez difficiles à apprécier à la vérité, mais qui ne me paroissoient pas moins so-

---

(i) Voy. Pl. V. fig. 4.

lides pour cela: car j'avois remarqué que le sable dont les voûtes des cornues étoient couvertes, diminuoit sensiblement & alloit occuper dans le bassin la place de celui sur lequel il pesoit, & j'en avois conclu qu'il étoit poussé par la pesanteur de l'atmosphère contre le fond des cornues ramolli par la violence de la chaleur qui dans cet état se prêtoit à son impression qui n'étoit pas balancée par l'élasticité d'une suffisante quantité d'air.

Ce raisonnement me paroissoit fondé, & me fournissoit de nouveaux argumens pour être convaincu de la solidité du préjugé où j'étois contre l'emploi de l'eau, afin d'empêcher la communication des substances aériformes contenues dans les capacités de l'appareil avec l'air extérieur, dont je ferai mon occupation par la suite. Enfin pour éclaircir ces soupçons & me tirer du doute, bien plus intéressant pour le moment de la réalité de l'absorption apparente dont j'avois tant de marques, je substituai un appareil très-simple à ceux dont j'ai rendu compte.

La retorte qui contenoit le précipité rouge emboîtoit par une alonge dans un ballon à quatre becs; celui de l'extrémité étoit garni (*k*) d'un robinet exactement luté, auquel je pouvois appliquer des vessies pareillement garnies de leurs robinets; le bec d'en bas entroit dans une fiole pour recevoir le mercure révivifié; toutes les jointures étant exactement lutées, & un tuyau de baromètre recourbé avec du vif argent étant de même soigneusement luté au bec supérieur du ballon, je

---

(*k*) Voy. Pl. VI. fig. 1.

répétai au moins dix fois la réduction du précipité en ne mettant d'autre variété dans l'appareil que celle d'employer des retortes couvertes de lut pour les exposer à feu nu & accélérer aussi la réduction, malgré que j'aie toujours employé 4 & même 6 onces de précipité dans toutes ces expériences, la réduction étoit toujours complète dans environ 3 à 4 heures de tems, & il ne m'est jamais arrivé d'accident.

Les phénomènes qui accompagnoient constamment cette opération étoient, ainsi qu'il est naturel de le penser, la dilatation de l'air jusqu'à un certain point, en raison des capacités sur lesquelles le feu exerçoit son action: pour m'assurer de la bonté de l'appareil je pressois fortement les vessies, & je voyois aussitôt monter le mercure dans le tuyau de baromètre, & s'y soutenir tant que je ne remettois pas la vessie en liberté; pour empêcher que la vessie ne se desséchât elle trempoit constamment dans une terrine pleine d'eau y étant assujettie par un poids & enveloppée d'un linge mouillé à la partie qui ne pouvoit tremper dans l'eau de la terrine.

Des vapeurs en forme de poussière jaunâtre commençoient à gagner le col de la cornue, pendant que le précipité changeoit de couleur: à mesure que le précipité paroissoit noircir, succédoit dans le col une matière moins colorée souvent suivie d'une bande d'un rouge-clair qui annonçoit la réduction.

Après avoir entièrement achevé l'opération & laissé passer la rougeur du fond (*l*) de la retorte, je comprimois la vessie pour

---

(*l*) Cette précaution est indispensable pour ne pas s'exposer à percer le fond des retortes, ainsi qu'il m'est arrivé.

voir si l'appareil continuoit à être exactement scellé, en observant si le mercure s'élevoit dans la jambe extérieure, & s'il s'y soutenoit jusqu'à ce que j'eusse remis la vessie en liberté ; je laissois ensuite entièrement refroidir l'appareil, & la vessie redevenoit flasque comme elle étoit quand je l'avois adaptée : j'ai cru pouvoir conclure de là qu'il n'y avoit aucune absorption, & que le changement de figure des cornues tenoit à la cause que j'ai assignée ci-devant; mais il sera toujours hors de toute contestation que cette absorption qui résulte du vide qui se fait dans les capacités lorsque l'air raréfié peut s'expulser, comme dans l'appareil à eau, sert à démontrer que l'air qu'on a retiré dans ces opérations par des appareils d'ailleurs très-élégans, mais moins fidèles, n'est point le produit d'un gas accumulé, ainsi qu'on l'a cru, mais que c'est l'air commun de la retorte devenu plus élastique par la chaleur & par son association au principe qui s'est volatilisé du même précipité, qui se purifie en s'échappant & en se délayant dans l'eau, qu'il est forcé de traverser.

Pour ce qui est de la production de gas, il ne peut y en avoir eu qu'en très-petite quantité, puisque je n'ai jamais eu de signe capable d'annoncer une production bien remarquable, quoique je sois sûr d'avoir apporté l'exactitude la plus scrupuleuse dans tous les appareils & que je les aie simplifiés beaucoup plus que tous ceux qui ont été décrits jusqu'ici par les illustres Chimistes qui ont travaillé sur cette matière.

D'ailleurs l'écrasement des cornues, qu'il me soit permis de le répéter, à l'occasion du vide plus ou moins considérable que j'avois fait avant de commencer les opérations; leur en-

foncement dans le sable, lorsque le fond en avoit été rougi & ramolli par le feu, n'auroient pas eu lieu, s'il y avoit eu une expulsion capable non seulement de remplacer l'air chassé des capacités, mais d'égaler encore l'augmentation du poids des chaux, qui pour les quatre onces au moins de précipité que j'ai toujours employées, auroit excédé trois gros, lesquels étant réduits à un volume proportionnel à la gravité spécifique de cet air en auroient fourni en si grande abondance que je n'aurois pu le dissimuler; ce qui m'auroit mis dans le plus grand embarras.

Au reste je ne me suis pas contenté d'examiner la triple opération par laquelle on obtient le précipité rouge, & sa réduction dans les appareils à eau, dans ceux à vif argent, ou avec des vessies, mais j'ai cru devoir employer des quantités beaucoup plus considérables de précipité, que celles qui ont été employées jusqu'ici.

J'ai enfin diversifié les circonstances en procurant ces réductions dans des capacités tantôt pleines & tantôt diminuées de différentes quantités de l'air qu'elles contenoient; mais malgré tous ces soins & les plus grandes circonspections il ne m'a jamais réussi d'obtenir cette puissante production, qu'on prétend, ni près de là, production que j'avois cru, moi-même aussi, être hors de tout soupçon.

Je ne dois cependant point dissimuler que s'il ne s'étoit pas développé de fluide élastique dans le tems de la réduction, j'aurois dû avoir un vide presque parfait après l'entier refroidissement des appareils, malgré la diminution assez considérable de la capacité des cornues par la déformation qu'elles avoient essuyée, & l'élévation de l'eau & du mercure auroit

dû être beaucoup plus considérable, pendant que dans ce dernier cas le mercure paroissoit de niveau dans les deux surfaces : mais cet air qui a remplacé celui qui avoit été probablement chassé avec plus de force par les vapeurs, peut s'être expulsé des milieux coërcitifs, & peut-être en partie aussi des substances mêmes mises en expériences dans le tems de leurs décompositions réciproques.

Je dois enfin prévenir que les accidens auxquels les vaisseaux de verre sont sujets, me firent tenter ces réductions dans des cornues d'argile cuite; mais je fus fort étonné de voir que l'air qui y étoit contenu s'échappoit par les pores, lorsqu'elles étoient bien pénétrées par le feu; ce qui m'engagea à employer des canons de fusil emboîtés à vis dans des pièces de fer qui joignoient le plus exactement possible, & dans lesquelles je mettois les chaux métalliques ou dans d'autres canons courbés en forme de retortes, & fermés à un bout par une double vis, dont une entroit dans le canon, & l'autre l'embrassoit en déhors, les uns & les autres étant au surplus (*m*) garnis de lut à cette partie. J'ai cependant observé que non seulement l'air s'en échappoit, lorsque le fer étoit bien pénétré par le feu, & qu'ils devenoient étincelans, mais j'ai reconnu encore que la matière caustique concrète qui sature ainsi les chaux, attaquoit puissamment le fer, & le réduisoit en colcotar, d'où il s'ensuit qu'il n'est du tout point extraordinaire de voir naître une production gaseuse, puisqu'elle n'est que la suite de cette décomposition & réduction qui est d'ailleurs capable d'aug-

---

(*m*) Voy. Pl. VI. fig. 2.

menter extraordinairement l'élasticité de l'air même, & de se présenter en vapeurs aériformes dans cet état d'extrême concentration, ainsi que l'a si ingénieusement présumé le célèbre Auteur du Dictionnaire de Chimie, & dont cet effet fournit la démonstration la plus complète (Voy. *Dict. de Chim.* aux différens articles *gas*).

Les erreurs de fait que je suis forcé de remarquer pour remplir la tâche que je me suis proposée, sont des plus faciles à constater. Il en est beaucoup d'autres encore qui dépendent de même de l'infidélité de la méthode qu'on suit dans la formation des appareils *pneumato-chimiques*, dont je ne parlerai pas à présent, parce qu'elles méritent d'être discutées à fond, & qu'il me reste à dire ici un mot sur les chaux de plomb.

Quoique les chaux de plomb ne soient point réputées caustiques (*n*), cependant comme il s'agit de ne laisser aucun doute sur la prétendue accumulation de gas par les chaux métalliques, & que c'est principalement sur les mercurielles & sur celles-ci que les Savans ont exercé leur sagacité, je ne puis me dispenser de rapporter aussi les expériences que *j'ai* faites, pour compléter la démonstration de la fausseté du principe généralement admis; 1° que ce n'est pas à cette absorption qu'on doit leur augmentation de poids: 2° ce qui paroîtra plus extraordinaire encore, qu'il ne se fait de véritable ré-

(*n*) Les funestes effets de l'administration intérieure des produits du plomb me paroissent assez prouver qu'elles ne sont pas entièrement dépourvues de toute qualité délétaire; malgré cependant l'importance de la chose il n'est pas tems de nous y arrêter.

réduction de ces chaux sans addition, malgré l'apparence qu'elles acquièrent, laquelle a été capable d'en imposer aux Savans qui les ont traitées.

C'est donc encore un fait que j'ai tâché de bien assurer, que celui de distinguer cette réduction apparente de la véritable revivification; les résultats des opérations & les phénomènes qui ont accompagné les prétendues réductions de cette chaux, diffèrent encore totalement de ceux qui ont été annoncés par les différens Physiciens.

J'ai commencé par tenter mes opérations sur du minium dans des récipiens de verre, afin de voir la marche des premières altérations qu'il essuyeroit par l'action du feu, & après avoir employé de petites cornues lutées d'argile, & remarqué qu'il m'étoit assez difficile de reconnoître ce qui se passoit dans ces capacités, surtout au moment que le fond alloit entrer en fusion, j'ai substitué de petites cucurbites coiffées de leurs chapiteaux à bec, garnis d'un tuyau recourbé contenant du vif argent.

Le minium commençoit par se foncer, & petit à petit il prenoit la couleur jaune de massicot sur les bords; le reste de la surface étant d'un jaune verdâtre: lorsque je voyois le fond des cucurbites pénétré par le feu, & que la matière avoit pris de la consistance au point d'être adhérente au verre, je laissois refroidir l'appareil dans lequel je n'avois eu aucun signe de production de gas.

Lorsque tout étoit froid, je décoiffois la cucurbite de son chapiteau dans l'espérance de pouvoir détacher cette chaux, que je ne croyois que superficiellement aglutinée; mais j'eus toujours bien de la peine à la détacher du verre avec un cou-

teau, & même avec des limes d'Angleterre très-fines, après avoir cassé la cucurbite.

Cette chaux n'étoit ni d'une couleur, ni d'une densité uniforme, la partie qui adhéroit au verre étoit d'un jaune plus foncé, tirant encore sensiblement sur le rouge; elle étoit d'ailleurs très-compacte, & avoit visiblement attaqué la substance du verre, qui paroissoit raboteuse à son extérieur. J'ai remis cette même chaux dans une nouvelle cucurbite comme auparavant, & après lui avoir fait essuyer un feu assez vif, elle parut repasser au rouge pour redevenir jaune par la suite de l'opération, où les bords se vitrifièrent; & dans ce second procédé je n'eus pas le moindre indice non plus de développement de gas; les effets d'ailleurs sur le verre furent les mêmes que les précédens.

Après avoir changé quatre fois les cucurbites, toujours avec le même succès, & sans espérance de faire passer les chaux à la réduction, mais où la vitrification d'une partie n'étoit plus équivoque, je me désistai d'employer des récipiens de verre, & je me servis d'espèces de retortes de fer, qui étoient composées d'une boîte ayant un grand rebord bien aplani *& poli*, & qui s'adaptoit à vis à un canon de fusil courbé dans le sens à peu près des retortes, & ayant un rebord pareil à celui de la boîte capable de s'adapter au premier aussi exactement que le feroient deux glaces, afin d'être sûr que l'air ne passeroit pas entre deux. J'entourai le tout de lut fait avec de l'argile & de la bourre pour empêcher l'immédiate action du feu dessus, & pour m'assurer toujours davantage qu'il n'y auroit point de communication avec l'air extérieur: un mantelet pla-

cé à peu près à la moitié des canons garantissoit de la chaleur la partie de l'orifice à laquelle il y avoit le tuyau barométrique.

Je mis du plomb grenaillé dans la première de ces retortes, de la céruse dans la seconde, de la litharge dans la troisième & du minium dans la quatrième: à l'orifice de chaque canon étoit soigneusement luté le tuyau recourbé avec du mercure; le niveau étant marqué par un fil noir ciré qui tenoit aux deux branches, on mettoit le feu & on commençoit l'opération. La dilatation de l'air contenu dans chacune des capacités exposées au même feu, étoit à peu près égale, & alloit environ à 1 lig. & $\frac{1}{2}$, celle de la céruse cependant étoit visiblement plus considérable, & (*o*) surpassoit un peu les 2 lignes; après 2 heures de feu & quelquefois 3 on laissoit refroidir les appareils, ce qui exigeoit un tems fort considérable.

Les boîtes étant ouvertes j'ai constamment trouvé que le plomb grenaillé n'avoit fait que se fondre & prendre la forme du dedans de la boîte; que la céruse, la litharge & le minium avoient été de même fondus, & avoient réellement une apparence de réduction; car toutes les chaux avoient pris une couleur très-brune; mais la substance en étoit aussi spongieuse que si ç'avoit été du mâchefer.

J'ai répété un très-grand nombre de fois ces expériences en poussant même le degré de feu avec la plus grande vivacité, & en le soutenant une fois entre autres plus de six heures,

(*o*) Il est clair que c'est à un reste d'humidité que doit être assignée la plus grande élévation du vif argent de la céruse.

sans que les résultats aient changé en rien pour ce qui regarde la réduction; mais l'expulsion de l'air dans le tems de l'incandescence du fer, s'est encore manifestée ici, à peu près comme dans la réduction du précipité dans les mêmes canons de fer.

Je n'ai donc pas eu le moindre indice non plus de développement de gas, que j'aurois certainement reconnu s'il s'en étoit fait; car cette production auroit dû accompagner les premiers changemens d'état des chaux, que nous avons démontré avoir lieu sans qu'il soit besoin d'un degré de chaleur aussi violent que celui qui ouvre assez les pores du fer pour laisser échapper l'air: mais outre cette observation très-importante en voici d'autres qui ne me paroissent pas devoir être négligées.

1° J'ai remarqué qu'il se trouvoit dans tous les canons une espèce de poussière brune teignant les doigts comme du crayon, & cela même jusque bien près de leur extrémité:

2° Que toutes les parties des vis qui étoient à découvert dans les boîtes étoient sensiblement attaquées, & que celles de la boîte où étoit le plomb avoient été entièrement rongées, pendant que de petits globules de plomb aussi fins que ceux du vif argent à qui on fait traverser les pores d'une peau, y étoient extrêmement adhérens:

3° Que le plomb avoit conservé toute sa malléabilité & toute sa fusibilité, tandis que les chaux n'étoient absolument pas malléables ni fusibles; que je n'ai pas réussi à les mettre en fusion dans ces mêmes boîtes, d'où je voulois les tirer en leur ajoutant du charbon pilé, après les avoir entretenues pen-

dant plus de deux heures au feu le plus vif, ni enfin même avec l'addition du flux noir.

De toutes ces expériences dont les résultats ont toujours été uniformes, je crois être en droit de conclure 1° qu'on n'obtient pas non plus, du moins sensiblement, de gas des chaux de plomb en les traitant au plus grand feu jusqu'à les altérer totalement, & à les vitrifier ou à en volatiliser une partie, & au point de pouvoir être assuré qu'on en auroit chassé le gas, si elles en avoient réellement contenu: 2° que ce qui a été pris pour une revivification n'est que du plomb brûlé, ou une espèce de minéralisation; car la substance en est très-réfractaire. D'où nous viendra cependant cet état auquel passe la chaux de plomb par la violence du feu, si l'altération qui arrive à ces chaux est en effet de cette nature? & quel principe en sera le minéralisateur?

Quoique je n'aie point de fondement bien certain pour résoudre cette importante question, néanmoins la considération de la nature des substances gaseuses me fournit quelques conjectures que je n'ose hasarder que pour exciter la sagacité des Savans; je serois donc porté à penser que ces chaux essuyant dans ces opérations une chaleur bien plus violente que celle qui sert à calciner les métaux, il se fait dans cette nouvelle fusion une dissipation plus considérable des principes volatils ou capables de devenir tels, & une nouvelle distribution plus uniforme des parties très-fixes restantes, d'où résultent la texture moins compacte & le nouveau changement de couleur qui en a sans doute imposé: toutes ces modifications ne sont cependant que des conséquences dépendantes les unes des autres; or le minéralisateur se développeroit-il de l'association avec l'air des

débris du phlogistique, totalement dénaturé & réduit à un principe plus simple, celui de la causticité ?

Seroit-ce enfin plus plausible de penser que ce produit fût encore celui qui différemment combiné pût faire l'acidité (*p*),

---

(*p*) Cette importante opinion d'un principe unique d'acidité a-t-elle jamais été agitée dans des circonstances plus favorables pour être enfin decidée.

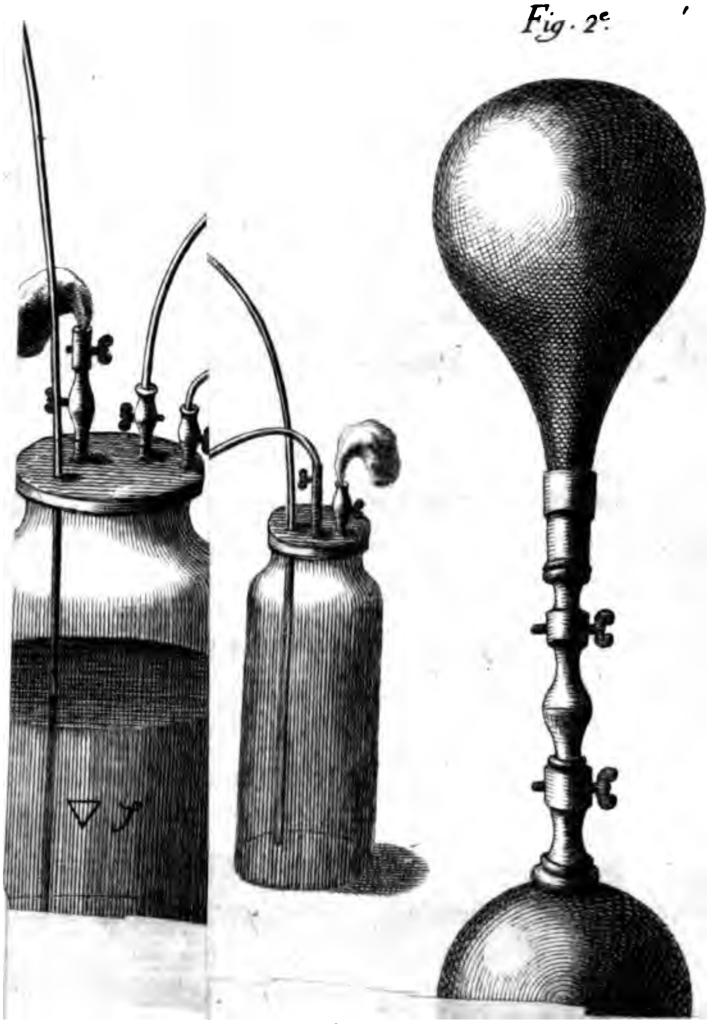
Les questions qui se sont élevées sur la nature de l'acide qui résulte de la combinaison de l'acide vitriolique avec le spath nitreux, semblent, si je ne me trompe, tout-à-fait propres à nous diriger vers cette découverte si intéressante. En effet M. Schéele, & avec lui d'autres Chimistes aussi très-respectables, prétendoit que l'acide du vitriol procuroit le dégagement d'un acide particulier qu'il croyoit être contenu dans le spath vitreux. M. Monnet & quelques autres Savans très-éclairés étoient au contraire dans la ferme opinion que l'acide qu'on retire de cette opération n'est que l'acide vitriolique même modifié par la terre du spath. Lorsqu'enfin d'autres Chimistes également respectables ayant démontré que ce spath traité avec les autres acides minéraux, fournissoit le même acide qu'on obtient avec celui du vitriol, se sont contentés de conclure que l'acide spathique n'étoit point une modification du vitriolique.

Cette conclusion toute naturelle qu'elle est ne me paroît pas complète ni répondre à l'uniformité des résultats de l'action de la terre spathique sur tous les acides : de manière qu'il me semble tout-à-fait conséquent de conclure que cette identité prouve ou que le spath contient un acide particulier, ou bien que cette terre a la propriété de réduire les différens acides à un seul, s'il est en effet bien constaté que l'acide resultant de la combinaison d'un acide minéral quelconque avec cette terre est exactement uniforme & identique.

Reste à savoir comment s'opère la modification respective, par laquelle tous les acides se réduisent à un seul & même acide, ou à reconnoître décisivement l'existence de cet acide particulier.

C'est ce qui pourroit être éclairci bien plus facilement, si je ne me trompe, par l'examen de la tête morte, plutôt que par l'acide qu'on obtient ; puisque, s'il existe cet acide propre, les acides qui en ont procuré l'évolution, doivent se reconnoître dans la tête morte : & s'il n'est que le résultat d'une simplification de chaque acide pour passer à un état d'identité, on doit trouver dans la tête morte des marques des princi-

Fig. 2e



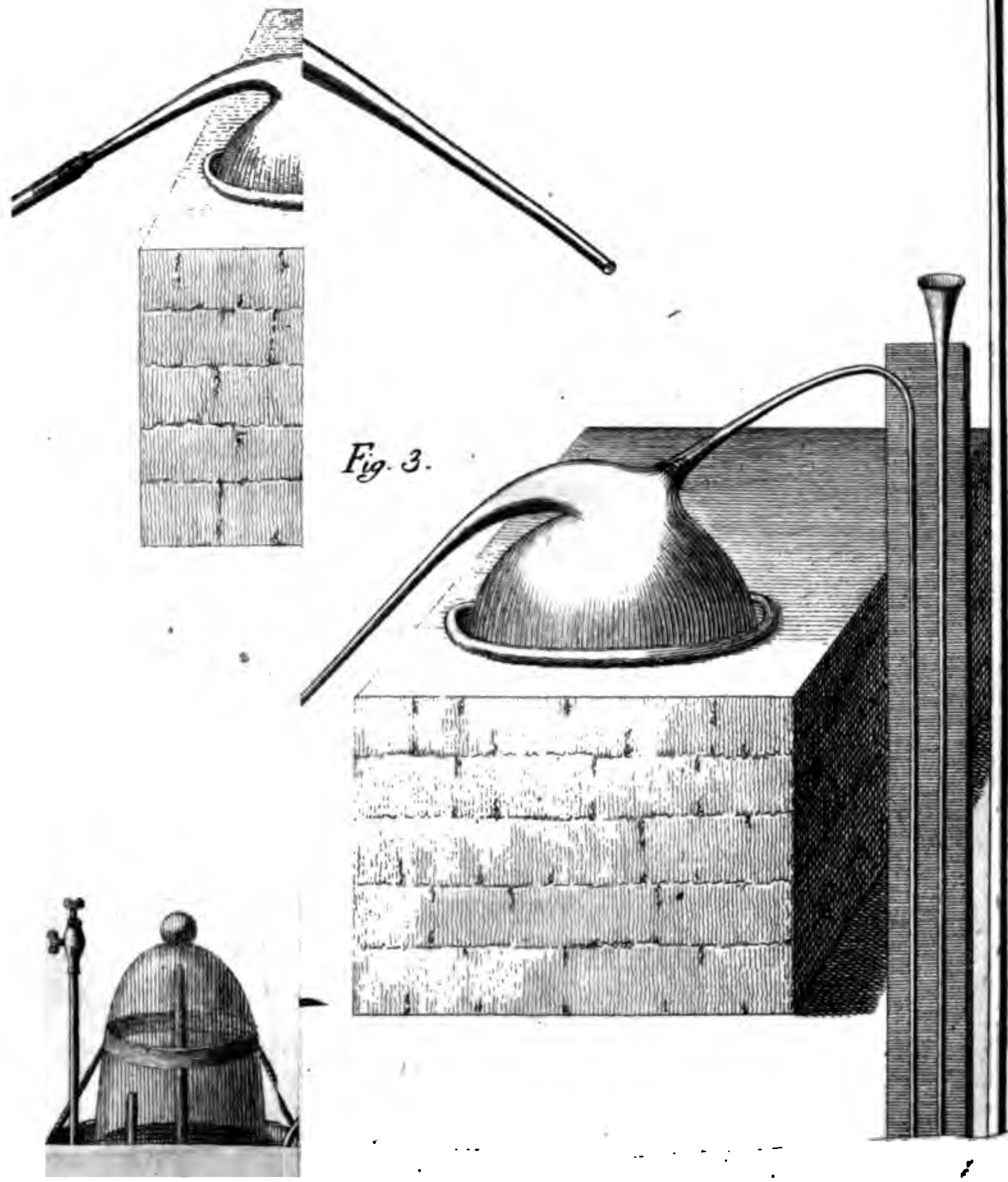


Fig. 3.

2e

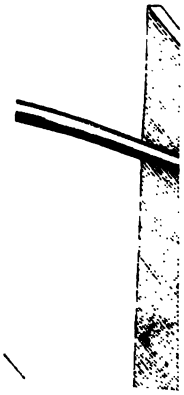
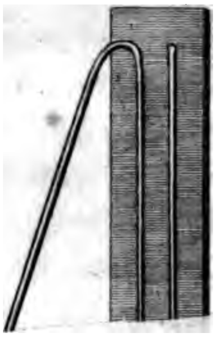
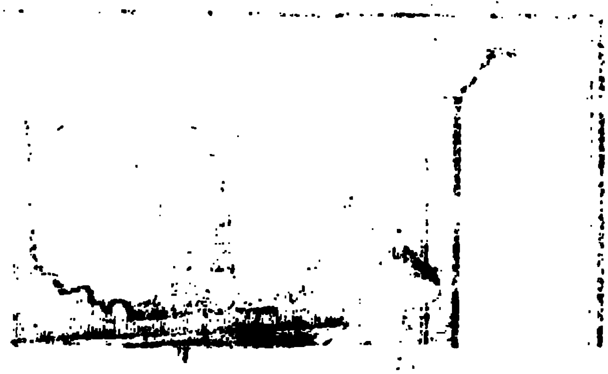


Fig. 1re





l'alkalinité, & développer toutes les autres propriétés de la matière qui me paroissoient dépendre de l'air que je nommai élémentaire? C'est ce que je me bornerai à mettre sous les yeux des Physiciens sans rien hasarder sur un point aussi délicat qu'important, & pour ne pas m'exposer à mériter le reproche du célèbre Stahl *ad poenitendum properat qui cito judicat.*

---

pes qui constituent chaque acide en particulier : ce qui présente aux Physiciens l'occasion d'un travail capable de recompenser d'une manière bien flatteuse leurs soins & leurs efforts.

Après la lecture de ce mémoire, ayant reçu le travail que M. Monnet, savant Chimiste, a envoyé à l'Académie, dans lequel il traite la même question contre M. Schéele, & que l'on trouvera inséré dans ce volume, & ayant vu depuis dans les Journaux de Physique pour les mois d'Avril & de Mai de cette année (1787) les ingénieuses expériences dont il appuye ses argumens les plus pressans pour démontrer la modification qu'éprouve l'acide vitriolique par la terre spathique, j'espère que le savant M. de la Metherie, dont j'honore les talens & les connoissances, voudra bien trouver bon que je fasse avec lui à l'illustre M. Monnet l'invitation que j'avois déjà faite aux Physiciens, de s'occuper de l'examen de cet objet, par un travail suivi & scrupuleux de la tête morte que fournissent les combinaisons de tous les acides avec le spath vitreux, pour décider la question dans toute l'étendue dont elle est susceptible, ainsi que je l'ai proposée ci-devant.

EXAMEN

DE LA PRÉTENDUE ABSORPTION DU CHARBON DANS LES VASES CLOS.

PAR M. LE COMTE DE SALUCES.

La matière qui va nous occuper, est si hérissée de difficultés, qu'il n'est pas trop possible de déterminer avec précision toutes les circonstances dans lesquelles on peut se flatter d'avoir atteint le degré d'exactitude, qui est indispensable pour être assuré de la rigueur des conséquences qui peuvent se tirer des tentatives qu'on a faites; car il paroît que non seulement tous les débris des substances, toutes les émanations & toutes les vapeurs concourent à la formation des fluides aériformes, qui sont des productions trés-déliées & capables de se soustraire souvent à l'exactitude de nos recherches; mais que l'imperfection des moyens que nous sommes forcés d'employer pour les retenir, est trop manifeste pour ne pas exiger la plus grande réserve dans les conclusions qui pourroient même dériver de quelques phénomènes d'ailleurs bien constatés: c'est ce qui va être rendu sensible par quelques réflexions.

1. La neutralisation lâche & imparfaite des parties constituantes de ces fluides élastiques, les différentes circonstances & propriétés de la matière des corps qui concourent dans les expériences, la modification des loix générales de cette même matière solide & fluide; tout enfin semble conspirer à entretenir les ténèbres dans lesquelles le sujet se trouve enve-

loppé, au point de nous faire naître des doutes sur les quantités absolues ou relatives des produits, sans parler des incertitudes presqu'inévitables par rapport à leurs qualités permanentes ou accidentelles, où nous replongent les anomalies toujours renaissantes de ces êtres devenus aujourd'hui si féconds en prodiges; qu'on me permette donc un pyrrhonisme qui paroît conséquent & nécessaire, puisque ce n'est qu'à la suite des réflexions les plus précises que j'ai faites sur un grand nombre d'expériences & de résultats, que je redoute la facilité qu'il y a à se tromper.

2. Le phénomène de la prétendue absorption de toute la masse d'air atmosphérique dans les vases clos par le charbon éteint sous le vif argent qui intercepte la communication avec l'air libre, a fait grand bruit dans ces derniers tems; mais plus cette curiosité paroît légitime, plus elle doit être soumise aux principes rigoureux de l'art d'observer & de sonder les mystères de la nature, précisément à cause du merveilleux qui pourroit capter nos jugemens au préjudice de la vérité.

3. L'expérience qui a fait connoître cette propriété du charbon, est attribuée à l'illustre Physicien de Florence, M. l'Abbé Fontana: elle n'étoit point à ma connoissance, je la dois au Savant M. le Chevalier Landriani qui m'en a fait part à son passage en cette Ville de même qu'à MM. Cigna, Bonvoisin, Comte Morozzo (*a*) & Marquis de Brezé chez lequel

(*a*) Cet illustre ami & confrère en a déjà rendu compte dans la première partie d'un excellent Mémoire qui a paru dans le *Journal de Physique* des mois d'Avril & de Novembre de l'année 1783, dont je rapporterai les résultats.

nous l'avons répétée avec des succès différens, suivant les circonstances que nous avons cru devoir ménager pour nous procurer les éclaircissemens nécessaires sur un phénomène si important.

4. Personne n'ignore aujourd'hui la manière dont se fait cette expérience; mais comme il s'agit de discuter les conditions qui peuvent être nécessaires pour s'assurer des effets qu'on doit réellement assigner au charbon, afin de se mettre à l'abri des équivoques, auxquels on seroit exposé en lui attribuant ceux qui dépendent de toute autre cause, je suis forcé de rapporter le procédé que nous avons suivi d'après les indications de M. Landriani.

5. Nous avons donc toujours fait choix d'un charbon parfaitement embrasé, & nous l'avons poussé avec des pincettes sous un volume considérable de mercure, dans lequel nous avons plongé un récipient de cristal à différentes profondeurs. Après avoir retenu plus ou moins long-tems le charbon sous le vif argent & l'avoir ensuite lâché, nous avons reconnu des différences très-importantes dans les résultats, suivant que nous avions ménagé différemment ces circonstances; il nous est arrivé entr'autres d'entendre une crépitation assez forte lorsque le récipient ne trempoit qu'environ une ligne dans le mercure, & nous avons reconnu qu'elle étoit due à l'expulsion de l'air: d'ailleurs ayant eu soin de laisser refroidir le mercure, & ayant enfoncé le récipient aussi profondément qu'il nous a été possible, avec la précaution de le saisir par le bouton pour ne produire aucune raréfaction, nous n'avons point vu d'absorption qui fût re-

marquable (*b*) après avoir lâché le charbon qui s'est rendu à la surface intérieure du vif argent.

6. Le récipient a été ensuite assujetti à la jatte au moyen d'un disque de plomb d'un assez grand poids, qui étoit appliqué au bouton afin de balancer l'effort que pouvoit faire le vif argent pour le soulever, & il ne s'est non plus manifesté aucune absorption bien sensible après avoir été gardé 15 à 16 heures.

7. Il est aisé de reconnoître qu'en employant ces appareils sans y apporter les plus grandes circonspections, on ne doit pas manquer de voir monter le mercure au-dessus du niveau, sans qu'on soit autorisé pour cela à supposer qu'il y ait eu de véritable absorption; mais pour mieux développer le sujet en question & n'y laisser aucune obscurité, je crois à propos d'exposer les conditions qu'exige l'esprit de cette expérience.

8. Il ne s'agit donc pas seulement de s'assurer si un charbon entièrement embrasé absorbe de l'air en se refroidissant dans une capacité isolée; car le charbon étant un corps poreux & privé d'air par le feu à son entrée dans le mercure, c'est un phénomène nécessaire que celui d'une telle absorption; mais il est question de décider si le charbon dont on a expulsé l'air qu'il contient, comme cela arrive dans pareilles circonstances à tous les corps en raison de leur plus ou moins grande porosité, n'absorbe que la quantité d'air qui a été ex-

(*b*) La petite élévation du mercure étoit visiblement due à l'expulsion d'une partie de l'air contenu dans le vif argent & peut-être de celui de la capacité; expulsion qu'on ne peut éviter par cette espèce d'appareils.

pulsé, ou s'il en fait une absorption plus considérable; car il n'est pas douteux que dans l'incandescence du charbon il ne s'ensuive l'expulsion d'un fluide aussi délié que celui de l'air; que si le charbon contient de l'humidité ou quelqu'autre principe volatil, il ne s'en fasse aussi une dissipation plus ou moins complète proportionnellement au degré d'ignition & du tems (*c*) qu'il y aura été soumis; & que ce charbon étant enfoui dans le mercure il demeure dans l'état d'appauvrissement de ces principes volatils & déliés.

9. Il résulte de là qu'il n'y a rien d'étonnant dans l'absorption qu'il fait de l'air en passant dans ce milieu, puisqu'il ne fait que reprendre le principe dont on l'a violemment dépouillé, & s'en rassasier. Mais cette absorption n'est à la rigueur qu'une nouvelle admission des parties de l'air, qui par sa propriété élastique s'introduit dans tous les espaces vides qu'il rencontre, & n'est par conséquent pas une véritable absorption; cette intromission cependant de l'air du récipient, je le répéte, excéderoit-elle la quantité contenue précédemment dans le charbon? L'élévation de la surface du vif argent qui exprime l'excès du vide est-elle l'effet d'une absorption réelle? ou ne seroit-elle que celui de la nouvelle intromission & restitution de l'air expulsé de l'altération du volume & de quelques autres causes particulières?

(*c*) Cette dissipation vient d'être démontrée par le savant M. de la Méthe-rie, *Journal de Physique, Avril* 1787 pag. 312. Voici la conclusion de cet illustre Physicien par rapport à l'air. » Il pa-» roît, dit-il, que dans l'incandescence » du charbon une partie de ces principes » est volatilisée, ce qui forme un vide » dans son tissu; par conséquent lors-» qu'on plonge ce charbon dans un flui-» de, le fluide s'insinue aussitôt dans ces » vides, & les remplit, comme l'eau » remplit les vides d'une éponge.

10. Les variétés qui peuvent dépendre des différences qu'éprouve alternativement le volume que prennent les mêmes substances dans des circonstances particulières, la propriété qu'ont les fluides de se répandre avec uniformité, & de tendre sans cesse à se remettre en équilibre par des compensations continuelles & exactes entre les densités & l'élasticité; l'aptitude des différentes textures des corps à une plus ou moins grande intromission d'air atmosphérique; la volatilisation des parties des milieux coërcitifs; l'expulsion plus ou moins grande des principes déliés & fugaces du charbon; l'humidité plus ou moins considérable qui se trouve dissoute dans les parties de l'atmosphère, sont autant de circonstances qu'on ne peut négliger & qu'on pourroit cependant soupçonner avec assez de fondement n'avoir jamais été, si je ne me trompe, mises en ligne de compte.

11. Personne ne sauroit cependant contester combien chacune d'elles est capable de produire des différences tout-à-fait importantes dans l'appréciation des résultats de beaucoup d'expériences qui sont d'une aussi grande délicatesse que celle des gas.

12. Que l'on réfléchisse en effet que le charbon en passant à l'état d'incandescence éprouve la plus grande dilatation possible dans toutes ses parties, & que c'est dans cet état appauvri de principes aériformes & volatils qu'il est plongé dans le vif argent qui essuye lui-même aussi des degrés plus ou moins considérables de raréfaction dans ses parties, au point de souffrir quelque volatilisation, d'où s'ensuit nécessairement l'expulsion d'une partie de l'air qu'il contient.

13. Qu'on remarque ensuite ce qui doit arriver au charbon & au vif argent par le refroidissement dans un air isolé, & l'on reconnoîtra aisément la complication des causes qui peuvent concourir aux effets de ces sortes d'expériences; effets qu'il sera toujours difficile & peut-être impossible d'apprécier au juste par les procédés qui sont en usage.

14. Ces effets nécessaires me paroissent cependant assez sensibles, car on ne sauroit se dissimuler que le charbon qui passe dans l'air du récipient, ainsi que je l'ai remarqué, sous le plus grand volume dont il est susceptible, & qu'il perd en se refroidissant, laisse par dégré un emplacement qui doit être rempli en partie par des molécules de vif argent dans les pores qui sont en contact avec lui (*d*), & en partie par le fluide élastique dont il est environné.

15. Il n'est pas moins aisé de reconnoître que ce charbon en traversant une forte couche de mercure, produit un écartement dans les parties de ce fluide métallique qui favorise l'absorption soudaine d'une quantité d'air du récipient, pour remplacer celui qui a été expulsé du mercure dans l'introduction du charbon embrasé, au moyen des instrumens dont on se sert, & qui font la fonction d'*éducteurs* de l'air ainsi renfermé.

16. Que si l'on n'a pas donné le tems au vif argent de reprendre la température de l'air ambiant, les couches de la colonne d'air qui reposoient à la surface, auront été d'une beaucoup moins grande densité que celles de l'air environnant, &

(*d*) *Tous ses vaisseaux sont si pleins de mercure* (dit M. de la Métherie, loc. cit. pag. 312) *qu'on le diroit injecté.*

par conséquent la quantité d'air intercepté aura été moins grande aussi qu'elle n'auroit été après avoir repris sa température. De là il a dû s'ensuivre une plus grande élévation du mercure pour la remplacer. Le changement enfin du volume de la matière n'est pas moins un objet qui doive fixer l'attention du Physicien.

17. Sur ces considérations j'ai cru devoir me départir des appareils qui sont en usage, en préférant la forme & la combinaison suivantes, dans l'espérance de décider d'une manière plus précise les résultats de l'expérience en question.

18. Le nouvel appareil consistoit en un tuyau de verre du diamètre de neuf à dix lignes, hermétiquement scellé par un bout qui étoit replié sous une courbure assez commode pour permettre l'introduction d'un charbon embrasé dans le récipient (*e*); la colonne du vif argent que j'avois mis dans ce tuyau, laissoit un espace d'environ 4 pouces de libre du côté qui étoit ouvert & qui communiquoit avec l'atmosphère.

19. Pour n'avoir aucun doute sur la quantité d'air contenu dans la capacité fermée j'ai introduit un fil de fer double qui s'étendoit jusque contre le bout, afin que le mercure ne produisît un refoulement capable de rendre l'air de cette capacité plus dense que celui de l'atmosphère; ce qui auroit suffi à m'induire en erreur dans les estimes que j'aurois faites, tout comme j'aurois eu raison de m'attendre à des er-

---

(*e*) J'ai pris les plus grandes précautions pour que le charbon, toujours du même bois, fût du même diamètre & du même poids, en le poussant au plus grand degré d'incandescence possible, & en l'introduisant avec la plus grande célérité dans la colonne du vif argent.

reurs contraires, si j'avois rempli le tube de mercure, car en le relevant, l'espace qui seroit resté au-dessus du niveau auroit été vide d'air.

20. Ce tuyau étoit arrêté à un chassis de bois solidement établi sur un trépied par trois pièces de laiton avec leur charnière; elles étoient assujetties d'un côté par deux vis & de l'autre par un crochet, & après avoir remué le fil de fer destiné à l'expulsion de l'air surabondant, je notois de chaque côté le point du niveau du mercure.

21. Après avoir ainsi préparé la machine, je me saisissois du fil de fer qui embrassoit le charbon & dont la tige étoit formée du même fer mis à double & tordu en finissant par une petite boucle, afin de pouvoir pousser le charbon aussi avant que je le voulois par le moyen d'un semblable fil de fer tordu, dont une extrémité se terminoit en fourche, & afin de le retirer à mon gré avec un pareil fil de fer terminé en bec.

Les résultats que j'ai eus ont été les suivans.

22. 1° Lorsque j'introduisois lentement le charbon à travers la colonne de mercure pour le faire passer dans l'espace vide du tuyau, l'air contenu dans le vif argent, ainsi que celui de la capacité s'échappant d'autant plus facilement par la voie du fil de fer, qu'il étoit plus raréfié par la chaleur que prenoit le vif argent traversé ainsi lentement; le mercure, lorsque le charbon en avoit été retiré, s'élevoit plus ou moins considérablement au-dessus du niveau en se refroidissant, & cette élévation étoit plus considérable encore si après avoir plongé lentement toute la tige sous le mercure, je retirois de même le charbon avant d'être refroidi.

23. 2° Lorsque je faisois passer rapidement le charbon à travers le mercure, en le poussant jusqu'à ce que la boucle de la tige fût aussitôt couverte par le mercure en le laissant bien refroidir, il n'y avoit presque pas de variation dans l'élévation du vif argent.

24. 3° En doublant la tige pour la raccourcir & en faisant passer avec la plus grande promptitude le charbon vers le milieu de la colonne mercurielle, & en le poussant ensuite avec célérité dans la capacité vide au moyen de la petite fourche, il arrivoit, après que le tout étoit parfaitement refroidi, un abaissement dans le mercure, qui étoit l'effet du volume du charbon introduit, & c'est ce qui répond très-bien à l'effet de l'éponge dont j'ai à rendre compte.

25. J'ai déjà fait remarquer l'importance de démêler les effets qui dépendent de la multiplicité des circonstances qui entrent dans la résolution du problème, d'avec ceux qui doivent être assignés à cette force qu'on nomme absorption, pour qu'on ne soit pas exposé à des erreurs de la plus grande conséquence, c'est ce que je m'efforcerai de rendre sensible par l'examen des variétés qui peuvent arriver dans le niveau du milieu coërcitif qu'on emploie dans ces expériences.

26. Si l'élévation du mercure au-dessus du niveau dépend de l'augmentation & du rétablissement du volume, de l'expulsion de l'air, & du vide produit dans les pores du corps charbonneux, ainsi que du mercure & de la capacité; ne doit-on pas s'attendre à un effet opposé en introduisant un corps sous un petit volume pour qu'il se remette sous un plus grand, après avoir traversé le milieu coërcitif? C'est ce que l'expérience

m'a confirmé en me donnant le même résultat du charbon employé dans les circonstances que nous venons de voir (24).

27. L'appareil pour cette expérience est très-simple: j'ai fait passer dans un récipient de petit diamètre, mais assez haut, une petite éponge fine en la pressant avec de petites pincettes recourbées, qui étoient assujetties par un curseur ou petit anneau; leurs branches étoient cependant assez larges pour l'embrasser en très-grande partie, & assez longues pour la porter au-dessus de la surface intérieure du vif argent; un siphon ouvert communiquoit avec la capacité du récipient, & lorsque le mercure avoit repris son niveau & que j'y avois plongé le récipient, je fermois l'ouverture du siphon avec de la cire molle: tout étant à ce point, je faisois passer les branches de l'éponge dans le vif argent, de manière à ne produire aucune secousse, & les ayant portées dans la capacité je retirois le curseur, & l'éponge devenue libre faisoit baisser aussitôt le vif argent au-dessous du niveau.

28. Or je ne crois pas que cet effet, non plus que celui du charbon dont j'ai parlé ci-devant (24), doive être regardé comme une suite d'une production d'air, ce qui cependant ne seroit pas plus erroné que la prétendue absorption, une pareille inconséquence n'étant qu'un peu plus grossière. Mais il est tems de passer à l'examen de la question, savoir si le charbon embrasé, après avoir été refroidi sans être exposé au contact de l'air, ne fait qu'en reprendre la quantité qu'il contenoit auparavant.

29. Dans le dessein d'employer l'appareil le plus simple j'ai choisi un tuyau de verre hermétiquement fermé d'un côté, & dans lequel j'ai fait passer un petit cylindre de

charbon; j'ai garni l'autre extrémité du tube d'un robinet portant un tuyau de verre recourbé que je lui ai soigneusement luté, & dans lequel j'ai mis du vif argent; j'ai ensuite abrité le tube contenant le charbon avec une espèce de grille, afin d'empêcher la déformation du verre par le poids du charbon à l'occasion de son ramollissement, & je l'ai exposé presqu'en entier à l'action du feu pour solliciter la plus grande expulsion d'air qu'il m'étoit possible non seulement du charbon dont je procurois l'embrasement, mais encore de celui qui étoit contenu dans le tube. Ce tube étoit soutenu par intervalles, & il étoit masqué par un petit mur du côté de l'orifice pour empêcher l'impression qu'auroit pu y faire la chaleur. J'ai eu soin de ne faire administrer le feu qu'avec beaucoup de précaution : mais lorsque le charbon a commencé à rougir avec la partie du tube où il reposoit, j'ai vu cette partie se renfler & augmenter à un tel point que l'air contenu s'est fait enfin jour en perçant le verre. Une seconde tentative n'a pas eu un meilleur succès, ce qui m'a déterminé à prendre des tuyaux de fer.

3o. L'appareil étoit le même en tout, avec la seule différence que j'ai substitué des canons de pistolets assez longs aux cylindres de verre: je ne me suis pas contenté de la vis, j'ai encore fait assurer la culasse par une pièce de fer qui y étoit soigneusement bouillie, pour empêcher toute issue à l'air; l'orifice étoit armé comme dans l'autre appareil, & l'expérience avançoit très-heureusement lorsque tout à coup le fer étant embrasé à blancheur, le mercure qui étoit déjà monté de 9 pouces (ce qui faisoit la différence d'un pied & demi environ de hauteur dans les deux colonnes) a commencé à descendre en continuant toujours avec plus de précipitation, à me-

sure que le fer continuoit lui-même à s'embraser, & il jetoit enfin de fortes étincelles. Lorsque le tout a été entièrement refroidi le mercure s'est élevé de 7 à 8 pouces au-dessus du niveau, d'où résultoit une différence d'un pied & de 3 à 4 pouces environ de hauteur dans les deux colonnes; ce qui auroit pu faire soupçonner qu'il y avoit eu de l'absorption, sans la remarque décisive dont j'ai rendu compte dans le Mémoire précédent, par laquelle il est démontré que l'air peut s'échapper à travers les pores d'un canon de fer puissamment échauffé & rougi à blancheur.

31. Quoique l'immobilité du vif argent à une hauteur si considérable m'ait donné de fortes présomptions sur l'expulsion de l'air contenu dans ces capacités, ainsi que je l'avois remarqué dans la réduction du précipité rouge dans de semblables canons de fusil, j'ai cru néanmoins devoir répéter différentes fois la même expérience, parce que le charbon n'étant pas dans les circonstances des chaux faites par les acides, les résultats pouvoient n'être pas absolument identiques ni peut-être comparables; mais le succès a toujours été le même, d'où je conclus la nécessité qu'il y avoit d'éclaircir ces doutes par un autre appareil.

32. C'est donc d'après la considération de l'impossibilité de réussir, même avec des instrumens très-solides, à obtenir l'imperméabilité des récipiens toutes les fois que l'air considérablement raréfié réagit avec plus de violence sur les parties de l'appareil qui sont affectées par une vive action du feu, que j'ai pensé de préférer l'usage des vessies, comme je l'ai fait dans l'opération du précipité rouge, à celui des tuyaux barométriques, en y apportant les mêmes précautions; ce qui m'a

permis de reprendre sans le moindre inconvénient l'usage des tubes de verre scellés par un bout.

33. Je n'ai donc fait que remplacer le tuyau barométrique par un robinet à deux cous armés chacun d'une vessie: le bout du robinet entroit à vis dans une virole épaisse dont l'orifice du tube étoit garni, & auquel il étoit collé avec du mastic très-dur, couvert ensuite avec des bandes de vessie trempées dans de la colle de farine, & bien ficelées. Après avoir laissé reprendre au tube la température de l'ambiant, les vessies étant bien exprimées & torses, j'ai assujetti à chacun des robinets la clef que j'en avois ôtée pour n'avoir pas à craindre le plus petit refoulement d'air dans le tems que j'ajoutois le robinet au tube. Tout étant prêt, j'ai fait mettre peu à peu du feu autour du tube, & à mesure que le verre s'échauffoit, l'air passoit librement dans les vessies, sans le moindre inconvénient jusqu'à la fin de l'opération. Lorsque le charbon a été parfaitement rouge, & que le verre a paru tout-à-fait blanc & prêt à se fondre, on a cessé de souffler le feu, & on a laissé refroidir l'appareil aussi lentement qu'il a été possible; il n'y a eu qu'une demi-vessie de gonflée, qui a été néanmoins réduite à son premier état, lorsque je l'ai examinée cinq heures après que l'appareil a été entièrement refroidi ; le succès a toujours été le même les six fois que j'ai réitéré cette expérience.

34. L'appareil étant défait, j'ai constamment trouvé un déchet de quelques grains dans le charbon employé, ce qui a servi à me confirmer dans l'idée qu'il devoit nécessairement y avoir une complication de causes dans le phénomène de la prétendue absorption, dont une seroit la diminution de

volume de charbon par l'expulsion indispensable de toutes les parties volatiles qu'il contiendroit (*f*); suite nécessaire des effets de son embrasement plus on moins complet & vif, & plus ou moins long-tems soutenu, d'où je conclus avec assurance que l'air, du moins celui qui est vraiment tel, ne souffre aucune absorption de la part du charbon.

ADDITION.

Cette vérité importante pouvant contribuer aux progrès de cette branche de la Physique mixte, & recevant un plus grand degré de lumière & d'étendue des ingénieuses expériences que nous a données M. le Comte Morozzo dans l'examen qu'il a fait de l'action du charbon sur les différens gas, je crois qu'il est intéressant de rapporter ici l'extrait de ses résultats, pour faire remarquer la différence des effets du charbon dans l'air & dans les fluides aériformes, & qu'on ne peut les confondre sans erreur, non seulement parce que ces fluides sont dépourvus de la propriété pneumatique principale de servir à la respiration & à l'entretien du feu & de la flamme, mais encore parce qu'ils sont sujets à souffrir de la part du charbon de véritables absorptions plus ou moins considérables, tandis que l'air n'en souffre aucune de bien sensible.

(*f*) Je viens de lire avec la plus grande satisfaction la conclusion de Mr. de la Métherie sur ce point, savoir que le charbon par une incandescence long-tems soutenue perd une grande partie d'un principe quelconque qui vicie l'air pur. *Journ. de Phys. Avril* 1787. *pag.* 311.

C'est donc ici le Tableau des résultats de notre Savant. La hauteur des tubes qu'il a employés, a toujours été de 12 pouces au-dessus du niveau du vif argent.

Dans l'air atmosphérique	l'absorption a été de		3 pouc.	6 lign.
Dans les gas déphlogistiqués	Extrait du précipité rouge		2	2
	du nitre		1	11
	de l'eau		2	1
Dans les airs phlogistiqués	Par la vapeur du soufre		3	7
	Par un mélange de limaille de fer & de soufre un peu humecté		3	6
	Par le gas du cinabre	natif	2	2
		artificiel	4	0
	Par l'extinction d'une bougie		3	8
	Par la respiration animale	d'une souris	3	4
		d'un lapin	3	4
		d'un moineau	3	4
		d'un pigeon	3	5
Dans le gas alkalin			8	8
Dans le gas inflammable * des eaux croupissantes			6	0
Dans le gas inflammable martial			2	1
Dans les gas acides	Crayeux ou air fixe		11	0
	Vitriolique sulfureux volatil		5	6
	Nitreux		6	10
	Marin		11	0
	Hépatique		11	0
	Du vinaigre radical		3	2
	De l'esprit de vinaigre		4	1
	Du vert de gris		5	0
	Du sucre		5	1
	Spathique *		7	1

Les absorptions des fluides aériformes marquées d'une *, m'ont été obligeamment communiquées par l'Auteur avec l'addition suivante que je crois intéressant de publier.

» Je commencerai, dit-il, par rendre compte de deux ex-
» périences sur l'absorption du charbon dans deux gas que je
» n'ai pas encore éprouvés (*g*), les tubes, l'appareil, le poids
» du charbon, tout enfin étant dans les mêmes circonstances
» que dans mes premières expériences (*h*).

» 1° Dans le gas acide spathique retiré avec l'acide vitrio-
» lique du spath pesant de Maurienne, le charbon a opéré
» une absorption de 7 pouces 1 ligne.

» 2° Dans le gas inflammable retiré des eaux croupissan-
» tes des égouts de la Ville, l'absorption a été de 6 pouces.

» Si l'on considère la différence qui passe entre l'absorp-
» tion du gas inflammable qu'on retire du fer par l'acide vi-
» triolique, & celle que j'ai obtenue du gas examiné, la pre-
» mière de 2 pouces & la seconde de 6, on aura encore par
» là une preuve que ce dernier gas est mêlé d'une grande
» portion d'air fixe qu'on peut évaluer par la précipitation de
» l'eau de chaux en terre calcaire, & qui est cause que ce
» gas donne une flamme grasse & léchante sans faire la moin-
» dre détonnation.

» Après avoir éprouvé avec la même espèce de charbon
» l'absorption dans les différens gas & dans les fluides aéri-
» formes, j'ai voulu examiner la différence des absorptions
» que les charbons de différentes espèces de bois auroient
» données dans l'air atmosphérique.

» Les charbons que j'ai soumis à l'expérience étoient de
» hêtre, de saule, d'aune, de coudrier, de sarment de vigne,

(*g*) Je les ai déjà ajoutés dans le Tableau ci-devant.

(*h*) J'en ai fait mention avant l'exposition du Tableau.

» & pesoient une demi-drachme, comme je l'ai vérifié avec » la plus grande exactitude. J'ai été obligé de m'en tenir à ce » poids, parce qu'on ne peut avoir des charbons de vigne en » gros morceaux. Je passois les charbons embrasés sous le » mercure; les tubes de cristal étoient d'un pouce de dia- » mètre & de 12 pouces de hauteur.

» Les résultats obtenus sont marqués dans le Tableau ci- » après: la première des deux colonnes indique l'absorption » qu'on a eue un quart d'heure après l'expérience, & l'autre » celle que l'on a observée 24 heures après, vu que l'absorp- » tion a continué jusqu'à ce tems-là: elle n'a pas cependant » excédé une ligne.

TABLEAU

Des absorptions que j'ai eues par les différens charbons.

Qualité des charbons employés	Absorptions			
	Après un quart d'heure		*Après 24 heures*	
» De hêtre	2 pouc.	3 lig.	2 pouc.	4 lig.
» De saule	2	2 ½	2	3 ½
» D'aune	2	1 ½	2	2 ½
» De coudrier . . .	1	11	2	
» De sarment de vigne	1	7	1	8

» Les conséquences que j'ai tirées de mes premières ex- » périences m'ont fait entrevoir que le charbon faisoit une » plus grande ou plus petite absorption en raison directe de » l'acide contenu dans les gas, & inverse du phlogistique;

» d'où il suit que le charbon qui contient plus de phlo-
» gistique, doit moins absorber.

» Les expériences qu'on a faites sur la composition des » différentes poudres à canon, démontrent aussi que les » charbons qui contiennent plus de phlogistique sont les » meilleurs : or dans la pratique de la composition des » poudres à canon on a reconnu qu'il suffit de changer la » qualité du charbon sans varier les doses des composans » pour obtenir les poudres de différentes bontés, & dans » l'ordre suivant.

» La première qualité s'obtient avec le charbon de vigne.

» La seconde avec celui de coudrier.

» La troisième avec celui d'aune & de saule.

» La quatrième enfin avec du charbon de hêtre qui don- » ne de la mauvaise poudre : c'est pour cette raison que » l'on ne s'en sert pas, non plus que de celui de chatai- » gnier & de chêne.

» La parfaite analogie de mes expériences avec les ré- » sultats dans la pratique, me paroît donner un grand poids » à mon sentiment.

» Je n'ai plus suivi ces expériences, je vois cependant » qu'il seroit intéressant de les répéter sur les différens » gas : si vous croyez, mon cher Confrère, qu'elles puis- » sent mériter d'être publiées, je les livre entièrement à » votre disposition.

Les résultats de notre Savant, que je viens d'exposer sous les yeux des Physiciens, me paroissent mettre hors de toute contestation ce que j'ai avancé par rapport au peu de confiance qu'on doit avoir dans ces sortes d'appareils,

& à l'inabsorption de l'air par le charbon, & ce que j'ai déjà prouvé ailleurs, savoir :

1° Que l'air élémentaire entre dans toutes les combinaisons auxquelles on a donné le nom d'air, ou de gas, quoiqu'en différentes quantités & dans des états aussi différens, c'est-à-dire, de simple association, d'agrégation ou de combinaison plus ou moins intime en vertu d'une neutralisation plus ou moins exacte :

2° Qu'il est visible qu'on ne peut se dispenser de distinguer d'abord en trois classes les fluides aériformes, ceux qu'on doit regarder comme de *véritables airs*, c'est-à-dire, qui sont exclusivement propres à la respiration & à la conservation de la flamme; ceux qui ne sont que *les résultats de l'air gâtés par l'association des émanations étrangères* capables de les rendre impropres à la respiration & qui ne forment que des agrégations plus ou moins foibles : ceux enfin *où l'air se trouve en très-petite quantité & dissous avec les débris volatils des substances dans les vapeurs qui s'élèvent des fluides employés.*

Ainsi ce sont l'air déphlogistiqué & l'air atmosphérique qui forment la première classe, & ils ne diffèrent que par leur plus ou moins grande pureté. Les airs gâtés par différentes émanations entrent dans la seconde classe, & peuvent se diviser en deux ordres, en airs simplement infectés par des émanations subtiles concrètes, différemment distribuées & soutenues dans le fluide atmosphérique, & en airs surchargés d'exhalaisons formées par des vapeurs humides aériformes, tenant en dissolution des particules solides & plus ou moins délétaires. On doit comprendre encore dans cette dernière

classe les émanations *des cinabres natif & artificiel*, *l'air gâté par la respiration animale*, *par l'association des vapeurs humides du soufre & du fer*, *par celles du soufre seul*, *des bougies*, *des eaux croupissantes*, *par les hépatiques*, *les alkalines volatiles*, dont ceux qui sont gâtés par les vapeurs inflammables *des eaux croupissantes*, par les *hépatiques* & par les *alkalines* forment un ordre différent qui semble les amener à la troisième classe qui comprend tous les fluides volatils produits par l'emploi des acides, auxquels on peut donner le nom de gas pour plus de clarté.

Cette division se présente à la seule inspection des résultats, pendant que la considération plus réfléchie sur la nature des miasmes vaporeux *des eaux croupissantes*, *des hépatiques & des alkali volatils ou ammoniacaux caustiques*, paroîtroit nous donner de très-fortes présomptions de l'existence, si non d'un acide bien caractérisé, du moins du principe d'acidité, non seulement par la conformité de ces résultats, mais encore par ce qu'on peut déduire des expériences du savant M. Volta sur les airs des marais, de celles du célèbre M. Kirwan sur les vapeurs hépathiques, & de celles dont j'ai rendu compte par rapport à l'alkali volatil caustique; mais malgré des présomptions si solides je ne me permettrai pas de les confondre avec les vapeurs aériformes acides, jusqu'à ce qu'on détermine exactement par une analyse qui est à désirer, la nature de leurs principes constituans.

Mais les gas acides, l'alkalin ou ammoniacal, l'hépatique & le gas des eaux croupissantes sont ceux qui ont donné les plus fortes absorptions, comme l'observe notre illustre Confrère, indépendamment même de l'élévation du mercure

qui doit être assignée à la diminution de l'air contenu dans les capacités & dans le vif argent; diminution qu'on ne peut éviter dans ces procédés & que j'ai démontré n'être pas une véritable absorption. Or il est aisé de reconnoître que ces gas sont surchargés d'humidité & que les molécules étrangères y sont en dissolution avec la partie phlogistique très-concentrée des substances qu'on traite. Il n'est donc pas étonnant que le charbon dont les pores sont vides, donnant accès & reprenant les parties de l'air qui sont en contact avec lui, procure la décomposition de ces foibles combinaisons aériformes en facilitant la condensation des particules fluides, & par là la précipitation des molécules solides qui concouroient à cette agrégation accidentelle. Cette introduction au reste de l'air dans les pores du charbon vient aussi d'être remarquée *(i)* par les savans MM. Kirwan & de la Métherie.

L'absorption des airs gâtés par les émanations est moindre, parce que ce n'est là qu'une interposition des particules des substances qui s'élèvent dans l'air, & qu'il ne peut se former de combinaison aussi exacte, ni même l'air ambiant contenir un aussi grand nombre de parties étrangères; l'énergie de ces émanations n'étant pas assez vive pour qu'elles puissent se substituer aux parties de l'air en le chassant comme font les émanations humides ou gaseuses, puisqu'elles agissent d'autant plus lentement qu'elles sont plus lourdes, & que d'ailleurs le véhicule aqueux est incontestablement moins abondant; ce qui me justifie sur la dif-

---

(i) *Esperimenti sull' aria epatica* pag. 15. traduits en italien par un savant Anonime, & impr. à Turin. *Journal de Physique pour le mois d'avril* 1787.

férence que j'établis entre ceux-ci & les airs corrompus par les émanations vapoureuses.

3° De ces mêmes résultats de M. le Comte il me paroît encore démontré que les gas sont visiblement le résultat des exhalaisons mélangées qui émanent des substances exposées à l'action réciproque de la force particulière qui distingue & qui caractérise ces miasmes dissous, & pour ainsi dire fondus avec les parties pneumatiques d'une atmosphère plus ou moins considérable, de manière que l'air qui est le milieu spécifique de ces combinaisons fait toujours une plus ou moins petite partie du total, à la différence des airs gâtés où l'air lui-même se trouvant dans un rapport incomparablement plus grand avec les émanations subtiles concrètes & avec les vapeurs, forme la partie plus considérable de la nouvelle atmosphère, & où il est, je le répète, important de distinguer les airs infectés par la seule interposition des molécules étrangères solides, & ceux qu'on pourroit nommer corrompus par la dissolution des particules solides dans les vapeurs humides & disséminées d'une manière plus insensible & uniforme entre les parties qui composent l'atmosphère pneumatique.

C'est de là que l'on connoît combien on se trompe en confondant les fluides aériformes avec l'air que nous respirons, soit à cause que celui-ci n'est pas exempt de mélange, & que néanmoins les animaux y vivent, soit parce que ces fluides ont plusieurs propriétés communes avec l'air, puisqu'en examinant cette question avec la circonspection qu'exige l'exactitude philosophique on ne peut pas plus regarder le rapport de ces fluides aériformes comme com-

parable avec celui qui constitue l'atmosphère, que ne le seroit l'eau avec toutes les substances liquides ; la transparence & l'élasticité ne formant pas des caractères distinctifs & absolus, mais plutôt des accidens capables de modifications, relativement à la ténuité & à la distribution de leurs parties constituantes.

Cette vérité, surtout par rapport à l'élasticité, découle naturellement des expériences mêmes du célèbre M. Priestley (*l*) sur le son excité dans ces atmosphères gaseuses, sujet qui vient d'être traité par M. Perrolle, Docteur en Médecine de Montpelier, dans un Mémoire adressé à l'Académie, & qui est une suite de celui qu'il donna en 1781 à celle de Toulouse ; puisqu'il résulte des expériences de ces savans Physiciens que la propagation des sons de même que leur intensité est considérablement diminuée dans ces fluides aériformes, tandis que la première est plus prompte & la seconde plus grande dans les airs déphlogistiqués & nitreux que dans l'air commun: ce qui prouve que l'élasticité dans les gas n'est peut-être qu'en raison inverse des parties non pneumatiques, car ces fluides étant composés de beaucoup de parties aqueuses qui ne soutiennent l'état aériforme que par leur association avec le phlogistique & le principe salin où les autres molécules se trouvent dissoutes avec les parties atmosphériques, il n'est pas étonnant que la propagation & l'intensité des sons se trouvent autant diminuées qu'il y a dans la constitution de ces fluides une plus grande quantité de parties non élas-

---

(*l*) *Observ. sur differ. branches de la Phys.* &c. part. III. pag. 355.

tiques, telles que les parties aqueuses. Le gas nitreux au contraire n'est pas dans le même cas, parce qu'il contient le moins de parties aqueuses possibles, n'étant que la combinaison de l'acide puissamment concentré avec la partie plus volatile du phlogistique déjà réduit lui-même aussi à une très-grande concentration : d'où il suit que ces modifications paroissent être en raison de la quantité du principe aqueux qui entre dans la constitution gaseuse, plutôt qu'en raison directe des densités ou inverse du phlogistique (*m*).

Si l'on n'avoit pas de bonnes raisons pour soupçonner que l'air déphlogistiqué, quoique porté à un degré de pureté relative très-grande, ne peut pas être regardé comme parfaitement pur & tout-à-fait exempt de principes non pneumatiques, on pourroit prendre son absorption apparente pour la mesure de la diminution des atmosphères des vases clos que nous avons remarqué être inévitable ; & en la retranchant de chaque absorption particulière on auroit pour l'air commun la quantité de parties étrangères dont il seroit infecté dans les airs gâtés & la quantité d'air qui entreroit dans chaque combinaison vaporeuse ou gaseuse.

Mais j'ai déjà remarqué combien il est facile de se convaincre que l'air pur, même celui du nitre, que notre Sa-

(*m*) Les ingénieuses expériences de M. de la Métherie *loc. cit.* confirment encore merveilleusement toutes ces assertions ; & en effet il conclut en ces termes. *Les airs s'introduisent aussi dans ce charbon ainsi éteint ; mais leur absorption est accompagnée de circonstances auxquelles on ne sauroit faire trop d'attention. Il paroît que le vide qui existe dans le charbon ne peut absorber qu'une assez petite quantité de certains airs, tandis qu'il absorbe plusieurs fois son volume de certains autres ; mais ils sont pour lors dénaturés : ce qui indique combinaison.*

vant a reconnu plus pur que ceux du précipité rouge & de l'eau, n'est cependant pas parfaitement dépouillé de principes étrangers.

1° A cause des différens degrés de pureté auxquels on peut réduire ces airs, sans qu'il y ait un maximum auquel on puisse se rapporter.

2° Parce qu'il est visible que dans les absorptions obtenues par notre Savant il y a des différences remarquables qui démontrent non seulement cette différence de pureté, mais invinciblement encore que l'on doit assigner ces différences dans les absorptions aux parties étrangères à l'air vraiment tel.

3° Parce que dans les circonstances les plus uniformes & absolument identiques l'air commun souffriroit de la part du charbon une absorption absolue moins considérable, puisqu'en calculant même les parties pneumatiques dont l'air atmosphérique est composé pour un tiers du total, cette partie ne seroit sujette à aucune absorption de la part du charbon, pendant que l'air déphlogistiqué y seroit plus ou moins exposé: ce qui me paroît suffisant pour prouver incontestablement son impureté.

En effet, puisque suivant la comparaison que MM. Priestley, Lavoisier, Fontana, Schéele & tant d'autres illustres Physiciens en ont faite avec l'air commun, il résulte que la partie pneumatique, c'est-à-dire, l'air vraiment tel, n'entre peut-être pas même pour un tiers dans sa constitution, & que la partie absorbée par le charbon dans l'air commun est dans ces circonstances assez constamment de 42 lignes, il n'y en a que 14 que nous puissions regarder comme de

l'air vraiment tel, le reste n'étant, suivant ces Physiciens, que le résultat des parties étrangères qui entrent dans ce volume atmosphérique. Mais l'air déphlogistiqué le plus pur, suivant le Tableau, a souffert une absorption de 23 lignes; donc si on retranche les 14 lignes auxquelles se réduit dans ces mêmes circonstances la partie pneumatique de l'air commun, il est évident que cet air déphlogistiqué contient encore au moins 9 lignes qui ne sont pas de l'air: or en retranchant des 23 lignes de l'absorption de l'air déphlogistiqué tiré du nitre les 9 lignes dont nous venons de parler, on réduiroit l'absorption de même que pour l'air commun à 14 lignes, lesquelles pourroient exprimer par une approximation assez plausible la quantité inévitable des défauts de cette méthode. C'est d'après ces principes que je développerai l'usage important que l'on peut faire des résultats dont notre illustre Confrère a rendu compte dans son Tableau, pour déterminer l'infection des airs gâtés & la quantité d'air que contiennent les fluides aériformes dans lesquels il a employé le charbon.

Au reste les altérations qu'éprouve cet air, ainsi que les gas, de la part des phosphores & du foie de soufre par leur séjour, de manière à diminuer sa pureté & à purifier au contraire les autres, comme l'a fait voir M. le Comte Morozzo, me paroissent nous convaincre toujours plus que cette association plus ou moins intime de matière non pneumatique dans l'air déphlogistiqué, n'est pas douteuse, & que la nature de ces parties étrangères ne pouvant être que le débris du même principe qui en se transportant des menstrues dans les parties constituantes des métaux, & en s'y combinant les a réduites

à l'état de chaux, & a ensuite essuyé une décomposition plus complète dans le tems que les chaux ont repassé à l'état métallique, il est visible que ce principe ne peut être que celui de causticité, c'est-à-dire, le développement & la séparation des rudimens qui avoient concouru à cette neutralisation.

Or il n'y a dès lors rien de plus naturel que de voir se réduire en eau des atmosphères aériformes, lorsqu'on en mêle de celles qui ont entr'elles quelque action réciproque par la prépondérance de l'affinité de quelque principe constituant de l'un sur quelque principe constituant de l'autre, sans que cela prouve la décomposition de l'air en eau, puisqu'il me paroît qu'on ne peut en déduire en bonne dialectique, que la possibilité d'une combinaison ou l'humidité même abondante peut acquérir la propriété de se soutenir dans un état d'élasticité & de transparence capables de simuler le fluide que nous respirons en vertu de l'affinité qu'elle acquiert avec le phlogistique porté à une très-grande concentration, ainsi qu'il se trouve par exemple dans les substances métalliques; effet qui doit cesser aussitôt qu'une nouvelle substance de même nature vient l'enlever, comme il arrive dans la combinaison des airs inflammable & déphlogistiqué qui se trouvent dans ces circonstances.

M.r le Comte Morozzo nous fournit encore l'occasion de prouver l'exactitude de cette idée par l'observation qu'il donne de l'humidité qui s'est manifestée en gouttes dans le récipient plein de gas inflammable, où il avoit suspendu un morceau de foie de soufre (*m*), & qui fut encore plus manifeste

(*m*) *Mem. della Società Italiana* tom. 3. pag. 429.

dans le nitreux (*n*), puisque l'amélioration de ces deux gas ne sauroit être attribuée qu'à leur décomposition, comme le prouvent assez bien les cristallisations qu'il reconnut sur les deux morceaux de soufre.

Mais en revenant à l'usage des résultats de M. le Comte, pour être à l'abri de tout reproche il nous faudroit faire attention à la différence que doit avoir produit le volume du charbon introduit, puisqu'on ne peut contester qu'il doit nécessairement avoir occupé la place d'autant d'air & augmenté d'autant l'absorption apparente : mais nous croyons pouvoir la négliger, parce que selon son observation, après l'introduction d'un second charbon, l'absorption produite par les autres étoit à peu près constamment de 9 à 10 lignes, ce qui peut compenser, suivant M. le Comte, la quantité nouvellement introduite dans les pores vides du charbon, cette compensation nous dispense de tenir compte de ce volume.

Or d'après ce que nous venons de remarquer par rapport à la quantité vraissemblable des parties pneumatiques qui peuvent entrer dans la constitution de l'air commun, qui seroit peut-être encore un peu trop forte à $\frac{1}{3}$ du total, mais que je préfère d'adopter pour éviter tout reproche, la partie pneumatique dans un air déphlogistiqué tel que celui dont il est ici question, ne seroit qu'à peu près de $\frac{1}{8}$. Mais il me paroît hors de contestation que ce ne sont que les parties étrangères qui produisent la variation dans la hauteur du mercure ; donc nous pouvons regarder cette quantité pneumatique de l'air déphlogistiqué en question comme la mesure & l'expression de

(*n*) Ibid. pag. 430.

l'imperfection inséparable de ces appareils pneumato-chimiques, de manière qu'en la retranchant de chaque absorption particulière du Tableau, nous aurons non seulement l'absorption réelle du charbon dans chacun des fluides aériformes où il a été introduit, mais encore la quantité des parties étrangères dont l'air aura été infecté dans les airs gâtés & la quantité d'air à peu près qui étoit contenu dans chaque fluide gaseux; & c'est ce que je présente dans le Tableau qui suit, en réduisant les pouces en lignes pour plus de facilité.

Je crois néanmoins nécessaire de rapporter auparavant l'importante observation de M. le Comte sur la diminution d'absorption que produit le charbon dans les fluides gaseux, à mesure qu'ils sont moins récens: ce qui nous apprend que ces fluides élastiques déposent par le seul repos une plus ou moins grande quantité de leurs parties constituantes; ce qui s'accorde très-bien avec l'observation que j'ai faite & qui n'aura pas échappé à l'attention de tant d'autres, de la diminution aussi de la quantité de ces mêmes fluides, lorsqu'on les garde dans des vessies (*o*) ou dans des récipiens, cette diminution étant même d'assez grande considération, lorsque joint à la longueur du tems qu'on les conserve, on leur fait subir un certain degré de froid par lequel il peut se faire la condensation d'une plus ou moins grande quantité des parties qui sont entrées dans leur constitution; observation qui me paroît assez importante pour ramener les idées à une plus gran-

(*o*) Je ne sais si la perméabilité des vessies ne réveillera pas des soupçons contre l'exactitude de mon observation, mais l'effet du charbon & la diminution dans les récipiens de verre pourront peut-être me mettre à couvert des reproches.

de exactitude; en attendant voici les résultats que je crois pouvoir tirer des travaux de M. le Comte Morozzo.

TABLEAU de l'absorption du charbon dans les airs gâtés par les émanations qu'on pourroit nommer sèches.

	Absorption apparente	Absorption réelle ou mesure de l'infection de l'air enfermé.	Rapport
Les émanations du cinabre natif . . .	26 lign.	12 lign.	$\frac{1}{12}$ lign.
artificiel . .	48	34	$\frac{17}{72}$
La respiration d'un pigeon	41	27	$\frac{1}{8}$
d'un moineau	40	26	$\frac{13}{72}$
d'un lapin	40	26	$\frac{13}{72}$
d'une souris	40	26	$\frac{13}{72}$
Les vapeurs du soufre & du fer humectées	42	28	$\frac{7}{36}$
du soufre	43	29	$\frac{29}{144}$
d'une bougie	44	30	$\frac{5}{24}$

TABLEAU de l'absorption du charbon dans les airs gâtés par des exhalaisons vapoureuses ou humides.

	Absorption apparente	Absorption réelle ou mesure de l'infection de l'air enfermé.	Rapport
Les vapeurs inflammables des eaux			
croupissantes	72 lign.	58 lign.	$\frac{29}{72}$ lign.
alcalines	104	90	$\frac{5}{8}$
hépatiques	132	118	$\frac{59}{144}$

TABLEAU de l'absorption du charbon dans les fluides aériformes acides.

	Absorption apparente	Absorption réelle (p)	Rapport en nombres
Dans le gas marin	132 lign.	118 lign.	26 $\frac{13}{72}$ lign.
crayeux ou air fixe . .	132	118	26 $\frac{13}{72}$
spathique	85	71	73 $\frac{73}{144}$
vitriolique sulfureux volatil	66	52	92 $\frac{23}{36}$
nitreux	82	68	76 $\frac{19}{36}$
saccarin	61	47	97 $\frac{97}{144}$
végétal du vert de gris .	60	46	98 $\frac{49}{72}$
de l'esprit de vinaigre .	49	35	109 $\frac{109}{144}$
du vinaigre radical . .	38	24	120 $\frac{5}{6}$
inflammable martial . .	25	11	133 $\frac{133}{144}$

L'examen de tous ces résultats nous fait connoître

1° L'importante différence qui se trouve dans les infections produites par les émanations plus ou moins accompagnées de vapeurs humides, capables d'en procurer une plus exacte & plus imperceptible distribution entre les autres parties qui servent à former les nouveaux fluides :

2° La différence d'activité & de puissance que le phlogistique peut porter dans ces produits suivant l'état dans lequel il y est combiné :

3° Que ce n'est pas tant à cause d'une trop petite quantité de parties pneumatiques que les gas sont malfaisans &

(p) Les lignes de cette seconde colonne étant soustraites des 144 de la capacité, donnent l'air contenu dans chaque gas & exprimé dans la colonne 3.

mortels, que par la nature vénimeuse & délétaire de quelque principe qui s'y trouve assez foiblement combiné. Mais quel sera le principe qui pourra avoir tant d'énergie & d'activité? sera-ce un seul, ou y en aura-t-il plusieurs?

La malfaisance générale du plus ou moins de ces fluides factices, & leur multiplicité pourroient nous porter à croire qu'il y a plusieurs de ces principes, mais nous n'en avons que trois de constans, c'est-à-dire, qui se trouvent dans toutes ces combinaisons, savoir l'air, l'eau & le phlogistique, les autres molécules étant variables.

Or l'air ne sauroit être que le milieu destiné à recevoir & à favoriser ces nouveaux produits, ainsi que l'eau est le milieu qui favorise les combinaisons salines fixes: l'élément aqueux ne paroît être que le véhicule par lequel ces rudimens peuvent s'élever dans le fluide atmosphérique, se rapprocher, & par une espèce de dissolution s'amalgamer entr'eux avec lui, & prendre ainsi une agrégation aériforme qui n'est qu'un état forcé & contre nature: d'ailleurs les parties élémentaires de l'air & de l'eau ne sont pas susceptibles de perversion, quand même leur conversion réciproque seroit invinciblement démontrée. Ce ne pourra donc être que le phlogistique qui sera capable de produire des effets aussi extraordinaires; mais puisque ce n'est qu'à la suite des altérations qu'il éprouve de la part des menstrues & du feu, qu'il passe à l'état aérien avec les autres émanations, ses caractères & son activité seront en raison du degré d'altération qu'il aura soufferte de leur part, de manière qu'il produira différens effets dans ses états différens.

D'ailleurs c'est-là ce que j'ai déjà fait connoître dans mes travaux sur l'air déphlogistiqué, insérés dans le tome de l'Académie pour les années 1784-85, savoir l'énergie & l'activité de ce principe secondaire suivant l'état où il se trouve dans la combinaison des parties qui forment différens corps solides & fluides; de sorte que c'est à son association avec les principes pneumatiques, aqueux ou terreux, qu'on doit attribuer les propriétés, caustique, acide, alcaline, de même que les modifications ignifères qu'acquièrent ces mêmes corps en raison de la plus ou moins grande quantité & de l'intensité des rudimens du phlogistique devenus libres par une décomposition plus ou moins complète, & associés à ces mêmes principes.

C'est ce qui me paroît assez plausible, puisque la présence du principe caustique dans l'air que j'ai retiré par l'extinction de la chaux vive, est évidemment démontrée par les effets qu'il produit sur les vessies de même que dans la couleur rouge qu'acquièrent les chaux métalliques, suivant les travaux du savant M. Wiegleb, les propriétés & les caractères que prend l'alkali volatil développé par la chaux vive, la propriété dissolvante de l'or qui revient à l'acide marin de l'association des vapeurs alkali volatiles caustiques, & un grand nombre d'autres circonstances & de phénomènes dont j'ai rendu compte, ne me paroissent laisser aucun doute sur les différentes propriétés attachées aux différentes modifications du phlogistique: d'ailleurs je ne dois pas négliger non plus de faire remarquer à l'honneur de notre illustre Confrère, qu'on peut tirer de ses expériences sur

les phosphores plongés dans les gas, des inductions & même des preuves de l'exactitude de cette opinion.

Je finirai donc ce Mémoire par une réflexion qui me paroît essentielle pour le développement des idées que j'ai sur cet important sujet, & que j'ai cru devoir rectifier d'après de nouvelles expériences, & d'après un examen moins précipité de mes travaux & de ceux de tant de célèbres Physiciens.

L'air le plus pur que nous connoissions n'étant donc pas parfaitement exempt de mélange, & ayant néanmoins la plus forte tendance à se saisir & à se combiner avec le principe inflammable ou phlogistique, il est tout-à-fait naturel de conclure que cette force sera au plus haut degré possible dans l'air que j'avois nommé *élémentaire* (q) savoir le principe pneumatique par excellence.

Mais j'ai déjà fait remarquer que l'affinité ou la tendance d'un principe à se saisir de quelqu'autre ne peut avoir lieu qu'en raison du défaut de ce principe, ce qui exprime l'indigence du premier. Donc l'air élémentaire sera non seulement le principe le plus dépouillé de phlogistique dans quelqu'état qu'on le suppose; mais s'il étoit permis d'hasarder une conjecture, je présumerois que le principe pneumatique pur est par lui-même le plus froid possible, & la cause de cette sensation plus ou moins vive, suivant les circonstances qui déterminent son action, & est par là plus propre à se modifier par des combinaisons avec le phlogistique, & à exciter la sensation opposée de la chaleur; ainsi que l'on est fondé à croire que l'état fluide de l'eau n'est point son état naturel.

(q) Voy. *Mém. de l'Acad. tom. 1. part. 1. pag.* 56.

METHODE

POUR SOMMER LES SÉRIES RÉCIPROQUES DE SINUS OU CO-SINUS D'ARCS EN PROGRESSION ARITHMÉTIQUE.

PAR M. LE CHEVALIER LORGNA.

L'usage des sinus ou co-sinus circulaires est si important dans toutes les parties des Mathématiques, que les Géomètres ne pouvoient pas manquer de s'occuper depuis long-tems des séries ayant pour termes ces sortes de transcendans. Aussi sont-ils d'abord parvenus à sommer de différentes manières les séries directes de sinus ou co-sinus d'arcs en progression arithmétique. Mais pour sommer les réciproques de ces séries, qui sont à la vérité beaucoup plus difficiles que les directes, il n'a pas encore paru, que je sache, de méthode, si l'on excepte les formes intégrales que j'ai données dans le I Volume de la Société Italienne. En voici une à présent fondée sur les mêmes principes, mais qui a l'avantage d'être plus simple, & qui donne la valeur finie de ces séries toute développée, & délivrée des signes d'intégration. Ce n'est donc qu'à ce titre que je me permets de la présenter à l'Académie Royale, n'eut-elle d'autre mérite que celui de conduire au but par une voie également facile & générale.

§. 1.

Lemme. *Trouver l'intégrale en termes finis de la formule différentielle* $\frac{x^{\frac{m}{n}}dx}{1+x}$ *depuis* $x=0$ *jusqu'à* $x=1$.

Qu'on développe en suite la fraction $\frac{1}{1+x}$ de deux manières en plaçant alternativement l'unité & la variable x pour premier terme du diviseur, & l'on aura les deux progressions

(1) .... $1 - x + x^2 - x^3 + \&c.$

(2) ..... $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} + \&c.$

Après avoir multiplié ces progressions par $x^{\frac{m}{n}}dx$, qu'on en prenne l'intégrale; & puisque en faisant $x=0$ tout s'évanouit, qu'on mette partout $x=1$, les formules suivantes

$$(3) \ldots\ldots n\left(\frac{1}{n+m} - \frac{1}{2n+m} + \frac{1}{3n+m} - \frac{1}{4n+m} + \&c.\right)$$

$$(4) \ldots\ldots n\left(-\frac{1}{n-m} + \frac{1}{2n-m} - \frac{1}{3n-m} + \frac{1}{4n-m} - \&c.\right)$$

seront deux valeurs de $\int\frac{x^{\frac{m}{n}}dx}{1+x}$ en suites infinies, intégrales prises depuis $x=0$ jusqu'à $x=1$. En prenant la somme de ces valeurs, on aura

$$\int\frac{x^{\frac{m}{n}}dx}{1+x} + \int\frac{x^{\frac{m}{n}}dx}{x+1} = 2\int\frac{x^{\frac{m}{n}}dx}{1+x} = (3) + (4), \ \&$$

$$\frac{2}{n}\int\frac{x^{\frac{m}{n}}dx}{1+x} = \frac{1}{n+m} - \frac{1}{n-m} - \frac{1}{2n+m} + \frac{1}{2n-m} + \frac{1}{3n+m}$$
$$- \frac{1}{3n-m} - \frac{1}{4n+m} + \&c.$$

Mais il est démontré (*Euler* introd. in Analys. inf. pag. 140) que

$$\frac{1}{n+m} - \frac{1}{n-m} - \frac{1}{2n+m} + \frac{1}{2n-m} - \&c.$$

$$= \frac{1}{m} - \frac{\pi}{n \sin. \frac{m\pi}{n}},$$

π étant la demi-circonférence d'un cercle dont l'unité est le rayon. Par conséquent depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$ l'intégrale $\int \frac{x^{\frac{m}{n}} dx}{1+x} = \frac{n}{2m} - \frac{\pi}{2 \sin. \frac{m\pi}{n}}$. C. Q. F. T.

§. 2.

Coroll. 1. On peut donc conclure que toute série harmonique de la forme

$$\frac{1}{n+m} - \frac{1}{2n+m} + \frac{1}{3n+m} - \frac{1}{4n+m} + \&c.$$

ou de la forme

$$\frac{1}{m-n} - \frac{1}{m-2n} + \frac{1}{m-3n} - \frac{1}{m-4n} + \&c.$$

continuée à l'infini est égale à $\frac{1}{2m} - \frac{\pi}{2n \sin. \frac{m\pi}{n}}$.

§. 3.

Coroll. 2. Et si l'on met dans tous les termes de l'équation finale du §. 1. $p+\epsilon q$ au lieu de m, ϕ au lieu de $\frac{\pi}{n}$, il est manifeste que l'égalité (6)

$$(6) \ldots \frac{1}{\sin. (p+\epsilon q)\phi} = \frac{n}{\pi(p+\epsilon q)} - \frac{2}{\pi}\int \frac{x^{\frac{p+\epsilon q}{n}} dx}{1+x}$$

doit de même avoir lieu, quels que soient p, q, n, ε, pourvu que l'intégrale soit prise depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$.

§. 4.

Problème 1. *Sommer la série réciproque de sinus* (7)

$$(7) \ldots\ldots \frac{1}{\sin.(p+q)\varphi} - \frac{1}{\sin.(p+2q)\varphi} + \frac{1}{\sin.(p+3q)\varphi} - \frac{1}{\sin.(p+4q)\varphi} + \&c.$$

Si l'on fait représenter par S la somme d'une série quelconque, & par ε l'exposant des termes de la série, il est clair (§. 3.) que

$$S\left(\frac{1}{\sin.(p+\varepsilon q)\varphi}\right) = \frac{n}{\pi} S\left(\frac{1}{p+\varepsilon q}\right) - \frac{2}{n} S\left(\int \frac{x^{\frac{p+\varepsilon q}{n}}\,dx}{1+x}\right)$$

Il ne s'agit donc pour sommer la série (7) que de sommer les séries (8), (9)

$$(8) \ldots \frac{1}{p+q} - \frac{1}{p+2q} + \frac{1}{p+3q} - \frac{1}{p+4q} + \&c. \ldots \frac{1}{p+\varepsilon q}$$

$$(9) \ldots \int \frac{x^{\frac{p+q}{n}}\,dx}{1+x} - \int \frac{x^{\frac{p+2q}{n}}\,dx}{1+x} + \int \frac{x^{\frac{p+3q}{n}}\,dx}{1+x} - \&c. \ldots \int \frac{x^{\frac{p+\varepsilon q}{n}}\,dx}{1+x}$$

Or ayant développé la fraction $\frac{x^{p:q}dx}{1+x}$, & intégré tous les termes depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, on trouve sans peine

$$S\left(\frac{1}{p+\varepsilon q}\right) = \frac{1}{q} \int \frac{x^{p:q}dx}{1+x} = \frac{1}{2p} - \frac{\pi}{2q \sin.\frac{p\pi}{q}} \text{ (§§. I. II.)}$$

Qu'on prenne ensuite les binomes successifs de la série (9); le terme général prendra nécessairement cette forme

$$\int x^{\frac{p+2\epsilon q-q}{n}} dx \left(\frac{1-x^{q:n}}{1+x}\right)$$

dont le développement donnera la différence de deux termes consécutifs de la série (9). Il faudra par conséquent sommer les séries ayant pour termes généraux

$$(M) \ldots\ldots \int \frac{x^{\frac{p+2\epsilon q-q}{n}} dx}{1+x}, \quad (N) \ldots\ldots \int \frac{x^{\frac{p+2\epsilon q}{n}} dx}{1+x}$$

Qu'on mette d'abord le terme général (M) sous cette forme

$$\int \frac{x^{\frac{p+2\epsilon q-q}{n}} dx}{R\,(1+x)} - \int \frac{x^{\frac{p+2\epsilon q+q}{n}} dx}{R\,(1+x)} = \int \frac{x^{\frac{p+2\epsilon q-q}{n}} dx}{1+x}$$

suivant notre méthode sur les séries exposée dans le I. Vol. de la Société Italienne. On trouvera aisément pour R la fonction $1 - x^{2q:n}$, & le second terme du premier membre sera ce que devient le premier en y mettant $\epsilon + 1$ au lieu de ϵ. Par conséquent en faisant $\epsilon = 1$ dans le premier terme, on aura pour la somme en général la formule suivante

$$\int \frac{x^{\frac{p+q}{n}} dx \left(1 - x^{2\epsilon q : n}\right)}{(1-x^{2q:n})\,(1+x)}$$

& dans le cas de $\epsilon = \infty$ la somme deviendra

$$(M') \ldots\ldots \int \frac{x^{\frac{p+q}{n}} dx}{(1-x^{2q:n})\,(1+x)}$$

En traitant de la même manière le terme général (N), on trouvera que la somme en général sera

$$\int \frac{x^{\frac{p+2q}{n}} dx \left(1 - x^{2\epsilon q : n}\right)}{(1 - x^{2q:n})(1+x)}$$

& que dans le cas de $\epsilon = \infty$ elle sera de cette forme

$$(N') \ldots\ldots \int \frac{x^{\frac{p+2q}{n}} dx}{(1 - x^{2q:n})(1+x)} \quad .$$

A présent qu'on prenne la différence $(M') - (N')$ de ces deux sommes, & l'on aura

$$\int \frac{x^{\frac{p+q}{n}} dx}{(1 - x^{2q:n})(1+x)} - \int \frac{x^{\frac{p+2q}{n}} dx}{(1 - x^{2q:n})(1+x)} = \int \frac{x^{\frac{p+q}{n}} dx \,(1 - x^{q:n})}{(1 - x^{2q:n})(1+x)}$$

$= \int \frac{x^{\frac{p+q}{n}} dx}{(1+x^{q:n})(1+x)}$. On a donc trouvé que

$$S\left(\frac{1}{p+\epsilon q}\right) = \frac{1}{2p} - \frac{\pi}{2q \sin. \frac{p\pi}{q}}, \text{ \&}$$

$$S\left(\int \frac{x^{\frac{p+\epsilon q}{n}} dx}{1+x}\right) = \int \frac{x^{\frac{p+q}{n}} dx}{(1+x^{q:n})(1+x)}.$$

Par conséquent dès que

$$S\left(\frac{1}{\sin. (p+\epsilon q)\,\varphi}\right) = \frac{n}{\pi} S\left(\frac{1}{p+\epsilon q}\right) - \frac{2}{\pi} S\left(\int \frac{x^{\frac{p+\epsilon q}{n}} dx}{1+x}\right)$$

la somme de la série proposée

$\frac{1}{\sin. (p+q)\,\varphi} - \frac{1}{\sin. (p+2q)\,\varphi} + \frac{1}{\sin. (p+3q)\,\varphi} - \text{\&c.}$ sera

$\frac{n}{2p\pi} - \frac{n}{2q \sin. \frac{1\pi}{q}} - \frac{2}{\pi}\int \frac{x^{\frac{p+q}{n}} dx}{(1+x^{q:n})(1+x)}$. C'est pourquoi il ne reste qu'à intégrer cette formule depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, ou bien, en mettant x^n au lieu de x, la formule

$$\frac{2}{q}\int \frac{x^{p+q+n-1} dx}{(1+x^q)(1+x^n)}.$$

dans laquelle p, q, n doivent être des nombres entiers, & q, n positifs, car on peut toujours les rendre tels. Maintenant qu'on résolve en fractions partielles les fractions

$\frac{1}{1+x^q}$, $\frac{1}{1+x^n}$; on trouvera, q & n étant des nombres impairs

$$\frac{1}{1+x^q} = \frac{A}{1+x} + \frac{B + Cx}{1 - 2x \cos. \frac{\pi}{q} + x^2} \dots\dots \frac{Q + Rx}{1 - 2x \cos. \frac{(q-2)\pi}{q} + x^2}$$

$$\frac{1}{1+x^n} = \frac{A'}{1+x} + \frac{B' + C'x}{1 - 2x \cos. \frac{\pi}{n} + x^2} \dots\dots \frac{Q' + R'x}{1 - 2x \cos. \frac{(n-2)\pi}{n} + x^2}$$

& si q & n sont des nombres pairs

$$\frac{1}{1+x^q} = \frac{B'' + C''x}{1 - 2x \cos \frac{\pi}{q} + x^2} \dots\dots\dots \frac{Q'' + R''x}{1 - 2x \cos. \frac{(q-1)\pi}{q} + x^2}$$

$$\frac{1}{1+x^n} = \frac{B''' + C'''x}{1 - 2x \cos. \frac{\pi}{n} + x^2} \dots\dots\dots \frac{Q''' + R'''x}{1 - 2x \cos. \frac{(n-1)\pi}{n} + x^2}$$

Ayant donc déterminé les valeurs de A, A', B, B' &c.; selon les cas, ce qui n'a aucune difficulté, qu'on multiplie

ensemble les fractions, dont le produit doit égaler $\frac{1}{(1+x^q)(1+x^n)}$. On aura des formes en général de cette sorte

$$\frac{\beta}{(1+x)(1+x)}, \frac{\beta+\delta x}{(1+x)(1-2x\cos.\tau+x^2)}, \frac{\beta+\delta x+\lambda x^2}{(1-2x\cos.\tau+x^2)(1-2x\cos.\tau'+x^2)}$$

qu'on réduira toujours à des fractions partielles de cette forme $\frac{\beta}{1+x}$, $\frac{\beta+\delta x}{1-2x\cos.\tau+x^2}$.

Par conséquent il ne restera qu'à multiplier ces fractions, & à rabaisser ensuite les exposans dans les numérateurs par la division, ce qui doit nécessairement réduire la formule $\frac{x^{p+q+n-1}dx}{(1+x^q)(1+x^n)}$ à ne dépendre que des formes de cette sorte $\frac{\lambda dx}{1+x}$, $\frac{\lambda dx+\varepsilon xdx}{1-2x\cos.\tau+x^2}$ qu'on sait intégrer complétement. Il n'y aura donc enfin qu'à mettre $x=1$ après l'intégration complète, pour avoir l'intégrale définie M qu'on cherche, & la somme de la série (7) sera

$$\frac{n}{2p\pi} - \frac{n}{2q\sin.\left(\frac{p\pi}{q}\right)} - \frac{2}{\varphi}M$$

C. Q. F. T.

§. 5.

On comprend aisément, qu'on ne sauroit donner des formules générales pour ces sortes d'intégrations qui dépendent des valeurs particulières de p, q, n. Elles sont d'ailleurs des plus communes, & n'ont d'autre difficulté que celle du calcul, ainsi qu'on va voir dans les exemples suivans.

§. 6.

1. Soit à sommer la série

$$\frac{1}{\sin.(p+5)\varphi} - \frac{1}{\sin.(p+10)\varphi} + \frac{1}{\sin.(p+15)\varphi} - \&c. \ldots\ldots \frac{1}{\sin.(p+5s)\varphi}$$

p étant ce qu'on veut, & $\varphi = 36^o = \frac{\pi}{5}$. On a donc $q = n = 5$, & la formule à intégrer prend cette forme

$$\frac{2}{\pi}\int\frac{x^{\frac{p+5}{5}}dx}{(1+x)^2} = \frac{2}{\pi}\int\frac{x^k dx}{(1+x)^2}$$

en faisant $\frac{p+5}{5} = k$. En intégrant par parties la formule $\frac{x^{k-1}dx}{1+x}$ on trouve $\frac{x^k dx}{(1+x)^2} = k\int\frac{x^{k-1}dx}{1+x} - \frac{x^k}{1+x}$ $= k\int\frac{x^{k-1}dx}{1+x} - \frac{1}{2}$, ayant fait $x = 1$ dans le terme fini.

Mais $\int\frac{x^{k-1}dx}{1+x} = \int\frac{x^{p:5}dx}{1+x} = \frac{5}{2p} - \frac{\pi}{2\sin.\frac{p\pi}{5}} = \frac{5}{2p} - \frac{\pi}{2\sin.p\varphi}$

(§. 1). Par conséquent la somme de la série proposée sera

$$\frac{5}{2p\pi} - \frac{5}{10\sin.p\varphi} - \frac{2}{\pi}\left(\left(\frac{p+5}{5}\right)\left(\frac{5}{2p} - \frac{\pi}{2\sin.p\varphi}\right) - \frac{1}{2}\right) = \frac{2p+5}{10\sin.p\varphi} - \frac{1}{2p\varphi}.$$

2. Soit à sommer la série

$$\frac{1}{\sin.2\varphi} - \frac{1}{\sin.3\varphi} + \frac{1}{\sin.4\varphi} - \&c. \ldots\ldots \frac{1}{\sin.(1+s)\varphi}.$$

en retenant le même arc $\varphi = 36^o$, on a $n = 5$; & puisque $p = 1$, $q = 2$, on a manifestement

$$\frac{n}{2q\sin.\frac{p\pi}{q}} = \frac{5}{4\sin.\frac{\pi}{2}} = \frac{5}{4}$$

& la somme demandée prend cette forme

$$\frac{5}{2\pi} - \frac{5}{4} - \frac{2}{9}\int\frac{x^7dx}{(1+x^2)(1+x^5)}$$

Or la fraction

$$\frac{1}{1+x^5} = \frac{A}{1+x} + \frac{B+Cx}{1-2x\cos\frac{\pi}{5}+x^2} + \frac{D+Ex}{1-2x\cos.\frac{3\pi}{5}+x^2}$$

ce qui étant réduit donne les égalités suivantes

$A+B+D-1=0$

$B+C-2A\cos.\frac{\pi}{5}-(2A+2B)\cos.\frac{3\pi}{5}+D(1-2\cos.\frac{\pi}{5})+E=0$

$2A+B+C-2\cos.\frac{3\pi}{5}(B+C-2A\cos.\frac{\pi}{5})+(D+E)(1-2\cos.\frac{\pi}{5})=0$

$B+C-2A\cos.\frac{\pi}{5}-2\cos.\frac{3\pi}{5}(A+C)+D+E(1-2\cos.\frac{\pi}{5})=0$

$A+C+E=0$

On a donc

$$\frac{1}{(1+x^2)(1+x^5)} = \frac{A}{(1+x)(1+x^2)} + \frac{B+Cx}{(1+x^2)(1-2x\cos.\frac{\pi}{5}+x^2)}$$

$+\dfrac{D+Ex}{1-2x\cos.\frac{3\pi}{5}+x^2}$. Mais $\dfrac{A}{(1+x)(1+x^2)} = \dfrac{A:2}{1+x}$

$+\dfrac{A.2-Ax:2}{1+x^2}$, $\dfrac{B+Cx}{(1+x^2)(1-2x\cos.\frac{\pi}{5}+x^2)} = \dfrac{-C:2+Bx:2\cos.\frac{\pi}{5}}{1+x^2}$

$$+\frac{B+C:2-Bx:2\cos.\frac{\pi}{5}}{1-2x\cos.\frac{\pi}{5}+x^2},\quad \frac{D+Ex}{(1+x^2)\,(1-2x\cos.\frac{3\pi}{5}+x^2}$$

$$=\frac{-E:2+Dx:2\cos.\frac{3\pi}{5}}{1+x^2}+\frac{D+E:2-Dx:2\cos.\frac{3\pi}{5}}{1-2x\cos.\frac{3\pi}{5}+x^2}$$

Par conséquent faisant pour abréger

$$\frac{A-C-E}{2}=\Delta,\ -\frac{A}{2}+\frac{B}{2\cos.\frac{\pi}{5}}+\frac{D}{2\cos.\frac{3\pi}{5}}=\beta,$$

$$B+\frac{C}{2}=\lambda,\ D+\frac{E}{2}=\mu,\ -\frac{B}{2\cos.\frac{\pi}{5}}=\delta,\ -\frac{D}{2\cos.\frac{3\pi}{5}}=\omega,$$

on aura

$$\frac{1}{(1+x^2)(1+x^5)}=\frac{A}{2(1+x)}+\frac{\Delta+\beta x}{1+x^2}+\frac{\lambda+\delta x}{1-2x\cos.\frac{\pi}{5}+x^2}$$

$$\frac{\mu+\omega x}{1-2x\cos.\frac{3\pi}{5}+x^2}.$$ A présent qu'on multiplie l'équation par x^7dx, & ayant fait les réductions convenables, qu'on intégre les différentielles algébriques complétement, & qu'on mette $x=1$ dans les termes finis, on aura une fonction toute connue Q de A, B, C, D, E, & de $\frac{A}{2}\ l.\ 2$, & les formules

$$(A)\ldots\int\frac{(F+Gx)dx}{1+x^2},\ (B)\ldots\int\frac{(H+Ix)\,dx}{1-2x\cos.\frac{\pi}{5}+x^2},\ (C)\ldots\int\frac{(K+Lx)\,dx}{1-2x\cos.\frac{3\pi}{5}+x^2}$$

à intégrer depuis $x=0$ jusqu'à $x=1$, ce qui n'a aucune difficulté. Car suivant les règles du calcul intégral

$(A) = F$ Arc tang. $x + \frac{G}{2} l. (1 + x^2)$, intégrale complète, & par conséquent dans le cas de $x = 1$.

$(A) = \frac{F\pi}{4} + \frac{G}{2} l. 2$. De même

$$(B) = I\, l. \sqrt{(1 - 2x \cos. \tfrac{\pi}{5} + x^2)} + \frac{H + I \cos. \frac{\pi}{5}}{\sin. \frac{\pi}{5}} \text{Arc tang.} \left\{ \frac{x \sin. \frac{\pi}{5}}{1 - x \cos. \frac{\pi}{5}} \right\}$$

complètement, & dans le cas de $x = 1$

$$(B) = I\, l. \sqrt{(2 - 2 \cos. \tfrac{\pi}{5})} + \frac{H + I \cos. \frac{\pi}{5}}{\sin. \frac{\pi}{5}} \text{Arc tang.} \left\{ \frac{\sin. \frac{\pi}{5}}{1 - \cos. \frac{\pi}{5}} \right\}.$$

$$= I\, l. \sqrt{(2 - 2 \cos. \tfrac{\pi}{5})} + \left\{ \frac{H + I \cos. \frac{\pi}{5}}{\sin. \frac{\pi}{5}} \right\} \frac{2\pi}{5}$$

Par conséquent dans ce même cas

$$(C) = L\, l. \sqrt{(2 - 2 \cos. \tfrac{3\pi}{5})} + \left\{ \frac{K + L \cos. \frac{3\pi}{5}}{\sin. \frac{3\pi}{5}} \right\} \frac{\pi}{5}$$

C'est pourquoi la série proposée continuée à l'infini aura pour somme

$$\frac{5}{2\pi} - \frac{5}{4} - \frac{2}{\varphi} (Q + (A) + (B) + (C))$$

§. 7.

On auroit pu parcourir un grand nombre de cas particuliers avant que de donner la méthode générale de sommer ces séries ; mais ayant vu que cette marche ne m'étoit d'aucun

secours pour découvrir la loi des sommes, j'ai essayé de tout réduire à deux Problèmes généraux. Le premier étant résolu, ainsi qu'on vient de voir, on va maintenant résoudre le second avec la même simplicité.

§. 8.

Problème 2. *Sommer la série réciproque de sinus* (10)

$$(10) \ldots \frac{1}{\sin.(p+q)\varphi} + \frac{1}{\sin.(p+2q)\varphi} + \frac{1}{\sin.(p+3q)\varphi} + \&c. + \frac{1}{\sin.(p+sq)\varphi}$$

on a vu (§. 4) que

$$S\left(\frac{1}{\sin.(p+sq)\varphi}\right) = \frac{n}{\pi} S\left(\frac{1}{p+sq}\right) - \frac{2}{\pi} S\left(\int \frac{x^{\frac{p+sq}{n}} dx}{1+x}\right)$$

Donc dans le cas où les termes de la série sont tous positifs il ne s'agit que de sommer les séries (11), (12)

$$(11) \ldots \frac{1}{p+q} + \frac{1}{p+2q} + \frac{1}{p+3q} + \&c. \ldots \frac{1}{p+sq}$$

$$(12) \ldots \int \frac{x^{\frac{p+q}{n}} dx}{1+x} + \int \frac{x^{\frac{p+2q}{n}} dx}{1+x} + \&c. \ldots \int \frac{x^{\frac{p+sq}{n}} dx}{1+x}$$

A l'égard de la série (11), ayant développé la différentielle $\frac{x^{p:q}dx}{1-x}$, & intégré tous les termes depuis $x=0$ jusqu'à $x=1$, on trouve d'abord qu'elle a pour somme l'intégrale

$$\frac{1}{q} \int \frac{x^{p:q} dx}{1-x}$$

définie entre ces mêmes limites. Il ne reste donc qu'à mettre le terme général, ainsi qu'on a fait ci-devant, sous cette forme

$$\int \frac{x^{\frac{p+\varepsilon q-q}{n}}dx}{\left(\frac{1}{x^{q:n}}-1\right)(1+x)} - \int \frac{x^{\frac{p+\varepsilon q}{n}}dx}{\left(\frac{1}{x^{q:n}}-1\right)(1+x)} = \int \frac{x^{\frac{p+\varepsilon q}{n}}dx}{1+x}$$

dans laquelle le second terme est ce que devient le premier en y mettant $\varepsilon+1$ au lieu de ε. Ensuite si l'on fait $\varepsilon=1$ dans le premier terme, suivant notre méthode déjà citée, la somme générale de la série (12) sera de cette forme

$$\int \frac{x^{\frac{p+q}{n}}dx}{(1-x^{q:n})(1+x)} - \int \frac{x^{\frac{p+\varepsilon q+q}{n}}dx}{(1-x^{q:n})(1+x)} = \int \frac{x^{\frac{p+q}{n}}dx\,(1-x^{\varepsilon q:n})}{(1-x^{q:n})(1+x)}$$

ce qui donne la formule

$$\int \frac{x^{\frac{p+q}{n}}dx}{(1-x^{q:n})(1+x)}$$

pour l'expression de la somme dans le cas de $\varepsilon=\infty$. C'est pourquoi la somme de la série proposée (10) sera manifestement exprimée par le binome (A)

$$(A)\ \ldots\ \frac{n}{q\pi}\int \frac{x^{p:q}dx}{1-x} - \frac{2}{\pi}\int \frac{x^{\frac{p+q}{n}}dx}{(1-x^{q:n})(1+x)}.$$

Or ayant démontré dans le I. Volume de la Société Italienne pag. 342 que dans le cas de $x=1$ après l'intégration complète

$$\int z^{a-1}dz\,(1-z^b)^{\frac{m+p}{p}} = \frac{1}{b}\int z^{\frac{a}{b}-1}dz\,(1-z)^{\frac{m+p}{p}}$$

si l'on suppose $b = q$, $a = p + q$, $m = -2p$, on trouve que dans le même cas le premier membre du binome (A)

$$\frac{n}{q\pi}\int\frac{x^{p:q}dx}{1-x} = \frac{n}{\pi}\int\frac{x^{p+q-1}dx}{1-x^q}$$

Et si l'on met x^n au lieu de x dans le second, on a de même dans ce cas

$$\frac{2}{\pi}\int\frac{x^{\frac{p+q}{n}}dx}{(1-x^{q:n})(1+x)} = \frac{2n}{\pi}\int\frac{x^{p+q+n-1}dx}{(1-x^q)(1+x^n)}$$

Par conséquent la somme de la série (10) aura cette valeur

$$\frac{n}{\pi}\int\frac{x^{p+q-1}dx}{1-x^q} - \frac{2n}{\pi}\int\frac{x^{p+q+n-1}dx}{(1-x^q)(1+x^n)}$$

ce qui se réduit à la forme (B)

$$(B) \ldots\ \frac{n}{\pi}\int x^{p+q-1}dx\left(\frac{1-x^n}{(1-x^q)(1+x^n)}\right)$$

de laquelle dépend la résolution complète du Problème. Or la formule $1 - x^n$ a toujours $1 - x$ pour facteur, n étant un nombre entier quelconque, comme aussi le facteur $1+x$, si n est un nombre pair, tous les autres facteurs étant des facteurs doubles de cette forme $a^2 - 2ax\cos.b + x^2$. Si l'on veut donc appeller N généralement le produit de ces facteurs doubles, on aura toujours $(1-x)(1+x)N$, ou $(1-x)N$ pour la valeur de la formule $1-x^n$, selon que n sera un nombre pair, ou impair. Il en est de même de la formule $1-x^q$, à l'égard de laquelle si l'on fait Q le produit de tous les facteurs doubles, on aura $(1-x)(1+x)Q$,

ou $(1 - x)Q$ pour la valeur de $1 - x^q$. Il résulte de là que la somme de la série (10) se réduit généralement à quelqu'une de ces trois formes

$$(\text{I}) \ldots\ldots \frac{n}{\pi}\int x^{p+q-1}dx \left(\frac{N}{Q(1+x^n)}\right)$$

$$(\text{II}) \ldots\ldots \frac{n}{\pi}\int x^{p+q-1}dx \left(\frac{(1+x)N}{Q(1+x^n)}\right)$$

$$(\text{III}) \ldots\ldots \frac{n}{\pi}\int x^{p+p-1}dx \left(\frac{N}{(1+x)Q(1+x^n)}\right)$$

à intégrer depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, & qu'on sait intégrer généralement & complétement, sans qu'il puisse s'y mêler dans l'intégration $l.(1 - x) = l.\,0$ dans le cas de $x = 1$ après l'intégration. On aura donc en termes finis la somme de la série (10) tirée de ces intégrales définies. C. Q. F. T.

§. 9.

Je me borne à un seul exemple pour ne pas entrer dans de longs calculs.

Soit à sommer la série

$$\frac{1}{\sin.\,\varphi} + \frac{1}{\sin.\,2\varphi} + \frac{1}{\sin.\,3\varphi} + \frac{1}{\sin.\,4\varphi} + \&c. \ldots\ldots \frac{1}{\sin\,s\varphi}$$

& soit $\varphi = \frac{\pi}{3} =$ arc 60°. On aura $p = 0$, $q = 1$, $n = 3$, & puisque n, q sont des nombres impairs, il faudra se servir de la forme (1). Or $N = 1 - 2x\cos.\frac{2\pi}{3} + x^2$, $Q = 1$, & par conséquent la formule à intégrer devient

$$\frac{3}{\pi}\int\frac{(1 - 2x\cos.\frac{2\pi}{3} + x^2)dx}{1 + x^3} = \frac{3}{\pi}\int\frac{(1 - 2x\cos.\frac{2\pi}{3} + x^2)dx}{(1+x)(1 - 2x\cos.\frac{\pi}{3} + x^2)}$$

si on résout la fraction

$$\frac{1}{(1+x)(1-2x\cos.\frac{\pi}{3}+x^2)}$$

on a ces fractions partielles

$$\frac{A}{1+x}+\frac{B+Cx}{1-2x\cos.\frac{\pi}{3}+x^2}.$$

A étant $\frac{1}{2+2\cos.\frac{\pi}{3}}=\frac{1}{3}$,

$$B=\frac{1+2\cos.\frac{\pi}{3}}{2+2\cos.\frac{\pi}{3}}=\tfrac{2}{3},\ C=-\frac{1}{2+2\cos.\frac{\pi}{3}}=-\tfrac{1}{3},$$

lesquelles étant multipliées par le numérateur $(1-2x\cos.\frac{2}{3}\pi+x^2)\,dx$, on n'a qu'à intégrer les formules suivantes

$$A'dx+\frac{B'\,dx}{1+x}+\frac{(C'+D'x)\,dx}{1-2x\cos.\frac{\pi}{3}+x^2}.$$

ou $A'=B-A+2C\cos.\frac{\pi}{3}=0$,

$B'=2A+2A\cos.\frac{2\pi}{3}=\frac{1}{3}$,

$C'=2C\cos.\frac{2\pi}{3}-2C\cos.\frac{\pi}{3}=\frac{2}{3}$,

$D'=2B\cos.\frac{\pi}{3}+4C\cos.\frac{2\pi}{3}-2B\cos.\frac{2\pi}{3}-4C\cos.\frac{\pi}{3}\cos.\frac{2\pi}{3}=\frac{1}{3}$.

On a donc $\frac{1}{3}\,l.(1+x)+\frac{1}{3}\,l.\sqrt{(1-2x\cos.\frac{\pi}{3}+x^2)}$

$$+\frac{\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\cos.\frac{\pi}{3}}{\sin.\frac{\pi}{3}}\ \text{Arc Tang.}\left(\frac{x\sin.\frac{\pi}{3}}{1-x\cos.\frac{\pi}{3}}\right).$$

pour intégrales complètes de ces formules, & par conséquent si l'on fait $x = 1$, la somme de la série proposée

$$\frac{1}{\sin.\varphi} + \frac{1}{\sin.2\varphi} + \frac{1}{\sin.3\varphi} + \text{\&c. sera}$$

$$\frac{1}{\pi}\, l.\, 2 + \frac{5}{\pi}\, l.\, \sqrt{\left(2 - 2\cos.\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$+ \frac{2 + 5\cos.\frac{\pi}{3}}{\pi \sin.\frac{\pi}{3}} \text{ Arc Tang.} \left(\frac{\sin.\frac{\pi}{3}}{1 - \cos.\frac{\pi}{3}}\right) = \frac{l.\,2}{\pi} + \sqrt{3}.$$

§. 10.

A présent il est aisé de multiplier les exemples & les Problèmes autant qu'on veut. Les essais qui précèdent me paroissent démontrer suffisamment la généralité de la méthode, & c'est par cette raison que je ne toucherai qu'en passant à la résolution de ces Problèmes par rapport aux co-sinus, dont les séries réciproques se somment de la même manière que celles des sinus.

§. 11.

Problème III. *Sommer la série réciproque de co-sinus* (13).

$$(13) \;\ldots\ldots\; \frac{1}{\cos.(p+q)\varphi} - \frac{1}{\cos.(p+2q)\varphi} + \frac{1}{\cos.(p+3q)\varphi} - \text{\&c.}$$

Qu'on mette $\frac{\pi}{2n}$ au lieu de ω, $n - p$ au lieu de p, $- q$ au lieu de q; le terme général $\frac{1}{\cos.(p + sq)\varphi}$ de cette série devient

$$\frac{1}{\cos.(n - p - sq)\frac{\pi}{2n}} = \frac{1}{\cos.\left(\frac{\pi}{2} - (p + sq)\frac{\pi}{2n}\right)}.$$

Mais cos. $\left(\frac{\pi}{2} - (p + \epsilon q)\frac{\pi}{2n}\right) = \sin.(p + \epsilon q)\frac{\pi}{2n}$, & par conséquent la série dont $\frac{1}{\cos.\left(\frac{\pi}{2} - (p+\epsilon q)\frac{\pi}{2n}\right)}$ est le terme général, doit égaler la série dont $\frac{1}{\sin.(p + \epsilon q)\frac{\pi}{2n}}$ est le terme général. Par la même raison la série ayant pour terme général $\frac{1}{\cos.(p + \epsilon q)\frac{\pi}{2n}}$ doit égaler la série dont $\frac{1}{\sin.(n - p - \epsilon q)\frac{\pi}{2n}}$ est le terme général. C'est pourquoi on n'a qu'à mettre dans la série (7) du Problème I. $n - p$, $-q$ au lieu de q, $2n$ au lieu de n, pour qu'elle se change en série réciproque de co-sinus de la forme (13). Si l'on fait donc ces mêmes substitutions dans l'expression de la somme, qu'on a trouvé (§. 4) pour la série (7), elle se transformera en expression de somme pour les co-sinus, de cette forme

$$\frac{n}{\pi(n-p)} + \frac{n}{q\,\sin.\left(\frac{p-n}{q}\right)\pi} + \frac{q}{\pi}\int \frac{x^{\frac{n-p-q}{2n}}\,dx}{(1 + x^{-q:2n})(1 + x)}$$

ce qui donnera de la même manière la somme de la série (13). C. Q. F. T.

§. 12.

C'est ainsi qu'on trouvera la somme de la série (14)

$$\frac{1}{\cos.(p+q)\varphi} + \frac{1}{\cos.(p+2q)\varphi} + \frac{1}{\cos.(p+3q)\varphi} + \&c.$$

en faisant les mêmes substitutions, $2n$ au lieu de n, $n - p$

au lieu de p, $-q$ au lieu de q dans l'expression de la somme qu'on a trouvée pour la série réciproque de sinus (10) (§. 8), ce qui la transformera en expression de somme pour les co-sinus réciproques. On aura donc

$$\frac{2n}{\pi}\int x^{n-p-q-1}dx\left(\frac{1-x^{2n}}{(1-x^{-q})(1+x^{2n})}\right)$$

pour la somme de la série (14), qu'on réduira sans peine, ainsi qu'on a fait dans cet endroit pour la somme des sinus réciproque.

§. 13.

Il n'est pas inutile d'ajouter ici par appendice quelques Théorèmes, que l'occasion m'a fait découvrir sur des séries de sinus & de tangentes directes & réciproques tant en progression arithmétique qu'en progression géométrique. Il est bien de cas où ils peuvent être de quelque usage dans la résolution des Problèmes qui dépendent de ces sortes de transcendans.

§. 14.

Soit φ un arc quelconque de cercle ayant l'unité pour demi-diamètre, je dis que

$$\text{cot.}\,(p+\varepsilon\varphi)-\text{cot.}\,(p+\overline{\varepsilon+1}.\,\varphi)=\frac{A}{B-\text{cos.}\,(2p+\overline{2\varepsilon+1}.\,\varphi)},$$

A étant $=2$ sin. φ, B $=$ cos. φ, p, n tout ce qu'on veut.

Qu'on fasse pour abréger $p+\varepsilon\varphi=y$, $p+\overline{\varepsilon+1}.\,\varphi=z$, & puisque $\frac{\text{cos.}\,y}{\text{sin.}\,y}-\frac{\text{cos.}\,z}{\text{sin.}\,z}=\frac{\text{sin.}\,z\,\text{cos.}\,y-\text{cos.}\,z\,\text{sin.}\,y}{\text{sin.}\,y\,\text{sin.}\,z}$

$$= \frac{-\sin(y - z)}{\sin. y \sin. z} = \frac{\sin.(z - y)}{\frac{1}{2}\cos.(y - z) - \frac{1}{2}\cos.(y + z)}, \text{ on aura}$$

$$\frac{\cos y}{\sin. y} - \frac{\cos. z}{\sin. z} = \cot.(p + \varepsilon\varphi) - \cot.(p + \overline{\varepsilon + 1}.\varphi)$$

$$= \frac{2 \sin.\varphi}{\cos.\varphi - \cos.(2p + \overline{2\varepsilon + 1}.\varphi)}.$$

§. 15.

On prouveroit de la même manière que

$$\text{Tang.}(p + \varepsilon\varphi) - \text{Tang.}(p + \overline{\varepsilon + 1}.\varphi) = \frac{-A}{B + \cos.(2p + \overline{2\varepsilon + 1}.\varphi)}$$

§. 16.

Si φ étoit un arc de 90°, n un nombre entier positif, p ce qu'on veut, on trouveroit

$$\text{Tang.}(p + \varepsilon\varphi) - \text{Tang.}(p + \overline{\varepsilon + 1}.\varphi) = \frac{-2}{\mp \sin. 2p}.$$

Car $A = 2 \sin.\varphi$ devient dans ce cas $2 \sin.\frac{\pi}{2} = 2$, $B = \cos.\frac{\pi}{2} = 0$, & par conséquent

$$\text{Cos.}(2p + \overline{2\varepsilon + 1}.\varphi) = \cos. 2p \cos. \overline{2\varepsilon + 1}.\varphi$$
$$- \sin. 2p \sin. \overline{2\varepsilon + 1}.\varphi = \cos. 2p \cos. \overline{2\varepsilon + 1}.\frac{\pi}{2}$$
$$- \sin. 2p \sin. \overline{2\varepsilon + 1}.\frac{\pi}{2} = \mp \sin. 2p,$$

selon que n est un nombre pair ou impair.

§. 17.

La somme générale de la série

$$\frac{A}{B + \cos. 3\varphi} + \frac{A}{B + \cos. 5\varphi} + \frac{A}{B + \cos. 7\varphi} + \&c.$$

est Tang. $\overline{\epsilon + 1}. \varphi$ — Tang. φ, ϵ étant l'exposant des termes.

Qu'on fasse $p = 0$ dans l'équation du §. 15, on aura

$$\text{Tang. } \overline{\epsilon + 1}. \varphi - \text{Tang. } \epsilon\varphi = \frac{A}{B + \cos. (2\epsilon + 1)\varphi},$$ & en substituant successivement les nombres naturels au lieu de ϵ, on aura

$$\text{Tang. } 2\varphi - \text{Tang. } \varphi = \frac{A}{B + \cos. 3\varphi}$$

$$\text{Tang. } 3\varphi - \text{Tang. } 2\varphi = \frac{A}{B + \cos. 5\varphi}$$

&c. &

$$\text{Tang. } 3\varphi - \text{Tang. } \varphi = \frac{A}{B + \cos. 3\varphi} + \frac{A}{B + \cos. 5\varphi}$$

$$\text{Tang. } 4\varphi - \text{Tang. } \varphi = \frac{A}{B + \cos. 3\varphi} + \frac{A}{B + \cos. 5\varphi} + \frac{A}{B + \cos. 7\varphi}$$

& ainsi successivement. Par conséquent

$$\text{Tang. } \overline{\epsilon + 1}. \varphi - \text{Tang. } \varphi = \frac{A}{B + \cos. 3\varphi} + \frac{A}{B + \cos. 5\varphi}$$

$$\ldots\ldots + \frac{A}{B + \cos. \overline{2\epsilon + 1}. \varphi}$$

§. 18.

On prouveroit de la même manière que
$\cot.\varphi - \cot.(\epsilon+1)\varphi$ est la somme générale de la série

$$\frac{A}{B-\cos.3\varphi}+\frac{A}{B-\cos.5\varphi}+\frac{A}{B-\cos.7\varphi}\ldots+\frac{A}{B-\cos.\overline{2\epsilon+1}.\varphi}$$

§. 19.

La somme de la série (M)

(M) .... $\text{Tang.}\,\varphi - \text{Tang.}\,2\varphi + \text{Tang.}\,3\varphi -$ &c. .... $\text{Tang.}\,\epsilon\varphi$
est égale à la somme de la série (M')

$$(M') \ldots -A\left(\frac{1}{B+\cos.3\varphi}+\frac{1}{B+\cos.7\varphi}+\frac{1}{B+\cos.11\varphi}+\&c.\right)$$

En reprenant l'équation $\text{Tang.}\,\epsilon\varphi - \text{Tang.}\,\overline{\epsilon+1}.\varphi$
$= \frac{-A}{B+\cos.\overline{2\epsilon+1}.\varphi}$, qu'on y substitue successivement les nombres naturels impairs au lieu de n, on aura

$$\text{Tang.}\,\varphi - \text{Tang.}\,2\varphi = \frac{-A}{B+\cos.3\varphi}$$

$$\text{Tang.}\,3\varphi - \text{Tang.}\,4\varphi = \frac{-A}{B+\cos.7\varphi}$$

&c. Par conséquent en prenant la somme de tous les termes de part & d'autre, on aura S (M) = S (M').

§. 20.

On trouvera de même que la série
$\cot. \varphi - \cot. 2\varphi + \cot. 3\varphi - \&c.$; ou la série (N)

$$(N) \ldots \frac{1}{\tan g. \varphi} - \frac{1}{\tan g. 2\varphi} + \frac{1}{\tan g. 3\varphi} - \&c. \ldots\ldots \frac{1}{\tan g. n\varphi}$$

sera égale à la série (N′)

$$(N') \ldots A \left(\frac{1}{B - \cos. 3\varphi} + \frac{1}{B - \cos. 7\varphi} + \frac{1}{B - \cos. 11\varphi} + \&c.\right)$$

§. 21.

Trouver différentes expressions de la somme de la tangente & de la cotangente d'un arc quelconque φ

I. Puisque $\cot. 2\varphi = \frac{1}{2} \cot. \varphi - \frac{1}{2} \tan g. \varphi$, &
$- \cot. 2\varphi = - \frac{1}{2} \cot. \varphi + \frac{1}{2} \tan g. \varphi$, en ajoutant de part & d'autre $\cot. \varphi$, on aura

$$\cot. \varphi - \cot. 2\varphi = \frac{\tan g. \varphi + \cot. \varphi}{2}. \text{ Mais}$$

$$\cot. \varphi - \cot. 2\varphi = \frac{2 \sin. \varphi}{\cos. \varphi - \cos. 3\varphi} \quad (\S. 14.)$$

Par conséquent $\tan g. \varphi + \cot. \varphi = \frac{4 \sin. \varphi}{\cos. \varphi - \cos. 3\varphi}$.

II. Et puisque $\cos. 3\varphi = 2 \cos. \varphi \cos. 2\varphi - \cos. \varphi$, on aura

$$\frac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi - \cos. 3\varphi} = \frac{\sin. \varphi}{2\,(1 - \cos. 2\varphi) \cos. \varphi} = \frac{\tan g. \varphi}{2\,(1 - \cos. 2\varphi)}.$$

En substituant donc au lieu de $\cos. 2\varphi$ sa valeur $2 \cos.^2 \varphi - 1$, on aura

$\frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi - \cos.3\varphi} = \frac{\text{tang.}\,\varphi}{4\,\sin.^2\varphi}$. C'est pourquoi

$$\text{Tang.}\,\varphi + \cot.\,\varphi = \frac{\text{tang.}\,\varphi}{\sin.^2\varphi}.$$

III. Et si l'on substitue pour tang. φ sa valeur $\frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi}$ on a encore

$$\text{Tang.}\,\varphi + \cot.\,\varphi = \frac{1}{\sin.\,\varphi\,\cos.\,\varphi}$$

IV. Mais sin. φ cos. $\varphi = \frac{1}{2}$ sin. 2φ, donc encore

$$\text{Tang.}\,\varphi + \cot.\,\varphi = \frac{2}{\sin.\,2\varphi}.$$

§. 22.

Et puisque cot. φ — cot. $2\varphi = \frac{1}{2}$ tang. $\varphi + \frac{1}{2}$ cot. φ, nous aurons de même pour cot. φ — cot. 2φ toutes ces valeurs

I. $\frac{2\sin.\varphi}{\cos.\varphi - \cos.3\varphi}$, II. $\frac{\text{tang.}\,\varphi}{2\sin.^2\varphi}$

III. $\frac{1}{2\sin.\varphi\cos.\varphi}$, IV. $\frac{1}{\sin.2\varphi}$.

§. 23.

L'usage de ces expressions va bientôt paroître. En effet qu'on mette $p + \varepsilon q$ au lieu de φ, la formule $p + \varepsilon q$ exprimant toutes les séries arithmétiques. Dès qu'on pourra sommer la série dont $\frac{1}{\sin.2(p+\varepsilon q)}$ est le terme général, on sommera de même les séries, dont I., II., III.

I. $\frac{2\sin.(p+\varepsilon q)}{\cos.(p+\varepsilon q) - \cos.3(p+\varepsilon q)}$, II. $\frac{\text{tang.}(p+\varepsilon q)}{2\sin.^2(p+\varepsilon q)}$

III. $\frac{1}{2\sin.(p+\epsilon q)\cos.(p+\epsilon q)}$ sont les termes généraux, & c'est ce qui n'a plus de difficulté moyennant la méthode de sommer les séries réciproques des sinus dont on vient de s'occuper.

§. 23.

Mais on peut s'ouvrir un champ plus vaste pour la sommation encore des séries de sinus, co-sinus, tangentes & cotangentes d'arcs en progression géométrique par les seuls principes qu'on vient d'énoncer. A cet effet qu'on cherche une fonction $y_{(\epsilon)}$ de ϵ telle, que

$$y_{(\epsilon)} - 2y_{(\epsilon+1)} = 0.$$

On trouve sans peine $y = \frac{1}{2^\epsilon}$. C'est pourquoi en mettant par tout $\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}}$ au lieu de φ, on a

I. $\cot.\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}} - \cot.\frac{\omega}{2^\epsilon}$, II. $\frac{1}{2}\,\text{tang}.\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}} + \frac{1}{2}\cot.\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}}$

III. $\frac{2\sin.\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}}}{\cos.\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}} - \cos.\frac{3\omega}{2^{\epsilon+1}}}$, IV. $\frac{\text{tang}.\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}}}{2\sin.^2\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}}}$

V. $\frac{1}{2\sin.\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}}\cos.\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}}}$, VI. $\frac{1}{\sin.\frac{\omega}{2^\epsilon}}$

pour termes généraux de séries dont les termes sont de sinus, co-sinus, tangentes &c. d'arcs en progression géométrique. Et comme ces termes généraux sont tous égaux en-

tr'eux, si l'on peut trouver la somme de la série exprimée par quelqu'un d'entr'eux, on en peut conclure la somme de toutes les autres. C'est ce que nous allons faire.

§. 24.

Je dis donc que

$$-\cot.\frac{\omega}{2}+\cot.\frac{\omega}{2^{\epsilon+1}}$$

est la somme générale de toutes les séries suivantes

$$\text{II.}\ \frac{1}{2}\left\{\frac{\text{tang.}\frac{\omega}{4}}{\cot.\frac{\omega}{4}}+\frac{\text{tang.}\frac{\omega}{8}}{\cot.\frac{\omega}{8}}+\frac{\text{tang.}\frac{\omega}{16}}{\cot.\frac{\omega}{16}}+\&c.\right\}$$

$$\text{III.}\ 2\left\{\frac{\sin.\frac{\omega}{4}}{\cos.\frac{\omega}{4}-\cos.\frac{3}{4}\omega}+\frac{\sin.\frac{\omega}{8}}{\cos.\frac{\omega}{8}-\cos.\frac{3}{8}\omega}+\frac{\sin.\frac{\omega}{16}}{\cos.\frac{\omega}{16}-\cos.\frac{3}{16}\omega}+\&c.\right\}$$

$$\text{IV.}\ \frac{1}{2}\left\{\frac{\text{tang}\frac{\omega}{4}}{\sin.^2\frac{\omega}{4}}+\frac{\text{tang.}\frac{\omega}{8}}{\sin.^2\frac{\omega}{8}}+\frac{\text{tang.}\frac{\omega}{16}}{\sin.^2\frac{\omega}{16}}+\&c.\right\}$$

$$\text{V.}\ \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\sin.\frac{\omega}{4}\cos.\frac{\omega}{4}}+\frac{1}{\sin.\frac{\omega}{8}\cos.\frac{\omega}{8}}+\frac{1}{\sin.\frac{\omega}{16}\cos.\frac{\omega}{16}}+\&c.\right\}$$

$$\text{VI.}\ \left\{\frac{1}{\sin.\frac{\omega}{2}}+\frac{1}{\sin.\frac{\omega}{4}}+\frac{1}{\sin.\frac{\omega}{8}}+\frac{1}{\sin.\frac{\omega}{16}}+\&c.\right\}$$

Car en faisant généralement représenter par M les termes généraux du §. 23, par M' les premiers termes des séries qui en résultent, par M'' les seconds, & ainsi de suite, selon qu'on met 1, 2, 3 &c. au lieu de ϵ, on aura

$\cot.\frac{\omega}{4} - \cot.\frac{\omega}{2} = M'$ & $\cot.\frac{\omega}{8} - \cot.\frac{\omega}{2} = M' + M''$

$\cot.\frac{\omega}{8} - \cot.\frac{\omega}{4} = M''$ $\cot.\frac{\omega}{16} - \cot.\frac{\omega}{2} = M' + M'' + M'''$

$\cot.\frac{\omega}{16} - \cot.\frac{\omega}{8} = M'''$ $\cot.\frac{\omega}{32} - \cot.\frac{\omega}{2} = M' + M'' + M''' + M''''$.

&c. &c.

& ainsi de suite. Donc en général

$$-\cot.\frac{\omega}{2} + \cot.\frac{\omega}{2^{\varepsilon+1}} = M' + M'' + M''' + \&c. \ldots\ldots M^{\varepsilon}$$

expression très-simple d'un nombre ε de termes de toutes les séries précédentes II., III., IV., &c.

§. 25.

Mais la somme de ces séries continuées à l'infini est de valeur infinie. En effet $\cot.\frac{\omega}{2^{\varepsilon+1}} = \frac{1}{\tang.\frac{\omega}{2^{\varepsilon+1}}}$; dans le cas donc de $\varepsilon = \infty$, $\frac{\omega}{2^{\varepsilon+1}}$ devenant un arc infiniment petit, $\tang.\frac{\omega}{2^{\varepsilon+1}} = \frac{\omega}{2^{\varepsilon+1}}$, ce qui donne $\cot.\frac{\omega}{2^{\varepsilon+1}} = \frac{2^{\omega+1}}{\omega}$, dont la valeur est infinie dans le cas de $\varepsilon = \infty$.

§. 26.

Cependant on trouve par un artifice bien simple, que la somme de la série infinie (K)

$$(K) \ldots\ldots \frac{1}{4}\tang.\frac{\omega}{4} + \frac{1}{8}\tang.\frac{\omega}{8} + \frac{1}{16}\tang.\frac{\omega}{16} + \&c.$$

est de valeur finie, de même que celle de la série

(K') .... $\frac{1}{4}$ tang. $\frac{\pi}{4}$ + $\frac{1}{8}$ tang. $\frac{\pi}{8}$ + $\frac{1}{16}$ tang. $\frac{\pi}{16}$ + &c.

π étant la demi-circonférence du cercle. A cet effet qu'on reprenne l'équation

$$\text{cot.}\ \frac{\omega}{2^{\varepsilon}+1} - \text{cot.}\ \frac{\omega}{2^{\varepsilon}} = M \ (\S.\ 24.)$$

& qu'on la multiplie par $\frac{1}{2^{\varepsilon}}$. En faisant un calcul semblable à celui du même §, on a d'abord

$$\frac{1}{2}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{4} - \frac{1}{2}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{2} = \frac{1}{2}\ M'$$

$$\frac{1}{4}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{8} - \frac{1}{4}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{4} = \frac{1}{4}\ M''$$

&c. & substituant pour M la II. expression de ce § on a

$$\frac{1}{2}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{4} - \frac{1}{2}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{4} = \frac{1}{4}\ \text{tang.}\ \frac{\omega}{4} + \frac{1}{4}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{4}$$

$$\frac{1}{4}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{8} - \frac{1}{4}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{4} = \frac{1}{8}\ \text{tang.}\ \frac{\omega}{8} + \frac{1}{8}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{8}$$

&c.

Par conséquent

$$\frac{1}{4}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{4} - \frac{1}{2}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{2} = \frac{1}{4}\ \text{tang.}\ \frac{\omega}{4}$$

$$\frac{1}{8}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{8} - \frac{1}{4}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{4} = \frac{1}{8}\ \text{tang.}\ \frac{\omega}{8}$$

&c. &c.

& ainsi à l'infini. C'est pourquoi en prenant la somme de tous les termes de part & d'autre, on trouve tout de suite que

$$-\frac{1}{2}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{2} + \frac{1}{2^{\varepsilon}+1}\ \text{cot.}\ \frac{\omega}{2^{\varepsilon}+1}$$

est la somme générale de la série (K). Et puisque on a vu que $\cot \frac{\omega}{2^{\epsilon+1}} = \frac{2^{\epsilon+1}}{\omega}$ dans le cas de $\epsilon = \infty$, la somme de cette série continuée à l'infini sera manifestement $\frac{1}{\omega} - \frac{1}{2} \cot. \frac{\omega}{2}$; & ajoutant $\frac{1}{2}$ tang. $\frac{\omega}{2}$ de part & d'autre, on aura encore

$$\frac{1}{2} \text{ tang. } \frac{\omega}{2} + \frac{1}{4} \text{ tang. } \frac{\omega}{4} + \frac{1}{8} \text{ tang. } \frac{\omega}{8} + \&c.$$

$= \frac{1}{\omega} - \cot. \omega$. Et si l'on met la demi-circonférence π au lieu de ω dans la série (K), on trouve que la série (K′)

$$(K') \ldots\ldots \frac{1}{4} \text{ tang.} \frac{\pi}{4} + \frac{1}{8} \text{ tang.} \frac{\pi}{8} + \frac{1}{16} \text{ tang.} \frac{\pi}{16} + \&c. = \frac{1}{\pi}$$

Mais on iroit trop loin en voulant donner à ces méthodes toute l'étendue dont elles seroient susceptibles, ce qui ne peut pas être le sujet d'une appendice.

DESCRIPTION PARTICULIÈRE
DU DUCHÉ D'AOSTE,

SUIVIE
D'UN ESSAI SUR DEUX MINIÈRES DES ANCIENS ROMAINS,
ET
D'UN SUPPLÉMENT A LA THÉORIE DES MONTAGNES ET DES MINES.

PAR M. LE CHEV.r NICOLIS DE ROBILANT.

De toutes les vallées comprises dans la chaîne des Alpes du côté du Piémont, celle d'Aoste est une des plus intéressantes tant à cause de ses antiquités, que des curiosités naturelles qu'elle cache dans le sein de ses montagnes. Avant 1728 on n'avoit, relativement à l'histoire de cette grande vallée, que quelques mémoires bien imparfaits, lorsque feu mon père en dressa une carte topographique assez exacte, qu'il présenta au Roi Victor Amédée II. avec un manuscrit contenant la description la plus complète & la plus détaillée qu'on pût alors désirer de tout le Duché. Pour achever cet ouvrage il n'épargna aucun soin; il tira des archives tant ecclésiastiques que séculières tous les titres qui pouvoient fixer les différens points de l'histoire moderne & du moyen âge; il rapporta tous les monumens propres à éclaircir l'ancienne; il décrivit les mœurs des peuples qui ont habité ce pays, les révolutions auxquelles ils ont été sujets, les antiquités que le tems a respectées, les productions du sol, les mines qu'on y connoissoit, enfin tout ce qui regarde la géographie externe & l'histoire politique. C'étoit-là

le terme des connoissances qu'on avoit de cette Province à mon retour d'Allemagne, en janvier 1752.

Pour en rendre la collection plus utile & plus parfaite il falloit visiter les montagnes, découvrir les trésors qu'elles renferment, examiner les couches qui les constituent, chercher les mines qui y ont été exploitées, s'occuper enfin de tout ce qui a rapport à la minéralogie & à l'architecture souterraine, & en exposer les observations. C'est ce que j'ai déjà fait en partie dans mon essai géographique, inséré dans le premier volume de l'Académie, mais que je me propose de faire plus en détail dans ce Mémoire, dont néanmoins le sujet principal sera une description plus particulière des mines de Courmayeur & de St. Marcel. Cette description va confirmer ma théorie sur la formation des montagnes & des minières.

DESCRIPTION PARTICULIÈRE
DU DUCHÉ D'AOSTE.

La vallée d'Aoste érigée en Duché en 1238 par l'Empereur Fréderic II. est bornée au Nord par la vallée de Sesia, au Sud par celle de Lans, à l'Est par le Novarois, le Biellois & le Canavois, & à l'Ouest par le Faucigny & la Tarantaise. Elle commence au Pont St. Martin, & se continuant par les gorges resserrées du Fort de Bard & du Mont Jouet elle s'étend jusqu'aux monts du grand & petit St. Bernard, autrefois les monts Penins, ce qui fait environ 50 milles de longueur. Sa largeur varie continuellement à cause des très-hautes montagnes qui forment d'autres vallées subordonnées, comme celles d'Eze, d'Evenson, de Tournanche, de St. Barthelemi, de Bione, de Valpelline, de Boutiers, d'Alexblanche, de Grisan-

che, de Cogne & de Champourcher, sans faire mention des vallées de moindre importance.

La cité d'Aoste est située au milieu du Duché, au confluent du Boutiers & de la Doire, & dans un endroit assez plat. Elle est environnée de douces collines qui rapportent d'excellens vins. Bâtie par une Colonie Romaine que César Auguste y envoya, cette ville étoit autrefois fermée de fortes murailles dans un carré long de 300 *trabucs* sur 160 de large, & avoit six portes. Le palais du Préteur, qui regardoit la place, se trouvoit près de l'orientale, ayant à côté le colisée. De ces monumens il ne subsiste plus que la tour des prisons & quelques vestiges du colisée qui se trouvent dans le cloître de Ste. Catherine construit de marbre gris. Les édifices que le tems a épargnés suffisent pour témoigner la grandeur antique de la ville. Parmi les marques éclatantes que les Romains y ont laissées de leur magnificence on admire dans un de ses fauxbourgs l'arc de triomphe qui fut élevé en l'honneur d'Auguste en mémoire de la victoire qu'il avoit remportée sur les Salasses. Cet arc terminé en pyramide d'une hauteur considérable, est orné symétriquement de statues, de trophées & d'inscriptions, & garni de huit colonnes corynthiennes avec un entablement dorique: la pierre dont il a été bâti est glaireuse ou de brèche rude. Il est surprenant qu'après 1800 ans environ cet arc se soit conservé dans cet état.

Tout le Duché donne également des preuves de la grandeur Romaine. On voit en sortant de Donas pour parvenir aux gorges de Bard, un chemin commode pour le passage de deux chariots, taillé dans un roc de granit très-dur de la longueur de plus de 50 toises & dans bien des endroits sur une ver-

ticale de plus de 12. Cet ouvrage qui a été attribué mal à propos à Annibal, ne peut être que l'éffet d'un travail assidu des Légions sédentaires, pour assurer, comme le remarque Strabon, la communication des Gaules. On est surpris de voir les ponts hardis de pierre de taille construits d'une seule arche sur les torrens les plus rapides, tels que ceux de St. Martin sur l' Eze, de St. Vincent sur un abyme, de Chatillon, du Boutiers, celui d'È au-dessus d'Aymeville sur le torrent de Cogne en forme d'aqueduc, dont les eaux servoient à l'exploitation des mines. On n'est pas moins étonné de voir les restes de tant de forts élevés dans les gorges, de tant de châteaux & de tours placées de distance en distance pour donner avec des feux les signaux d'un pays à l'autre. On découvre partout des inscriptions latines que mon père a soigneusement recueillies; il y en a deux au grand St. Bernard dédiées au Dieu Penin.

Le peuple qui habite les plus grandes hauteurs est bien fait, spirituel & laborieux. Celui de la basse vallée remplie de substances calcaires, & infectée d'exhalaisons méphitiques, est grossier, stupide & crénitique. Le sol est très-fertile depuis le Mont Jouet jusqu'à St. Nicolas, il produit fort bien le froment, le seigle & les autres légumes; il n'en fournit cependant pas assez pour que les habitans puissent se passer du Piémont. A mesure que la vallée s'élargit on découvre une quantité d'agréables collines où l'on voit partout de beaux vignobles. Ces collines la plupart calcaires, marneuses & gypseuses s'adossent contre de hautes montagnes dont l'étendue immense abonde en bons paturages. On y voit partout de belles prairies qu'on arrose avec un art admirable. On a su en ménageant les niveaux conduire jusque sur les montagnes

qui bordent la vallée des canaux tirés des ruisseaux les plus enfoncés dans les Alpes. Le canal qui depuis Ayas cotoie les hauteurs de Brusson & d'Arba, vient se décharger dans le Pison d'Arles, & répandre ses eaux à Émareze & à Challand. On en trouve de toutes parts qui fertilisent les côtes inférieures, de sorte que le haut & le bas des vallées participent des eaux. On nourrit ainsi beaucoup de bétail qui fait la principale richesse du pays. Si le peuple étoit plus industrieux, il pourroit faire encore un grand commerce en peaux & en laines, en établissant des manufactures. Si l'on se régloit d'après les principes que j'ai donnés sur la conservation des forêts, on pourroit encore tirer un grand avantage de la thérébentine & du goudron, au lieu qu'on en fait un dégat qui n'est nullement compensé par le peu de produit que l'on en retire.

Les rochers à Bard, à Challand & au Mont Jouet, sont granitiques surmontés par des couches de différente nature qui gagnent les plus grandes hauteurs jusqu'au pic de Servin & au Mont Rose, c'est-à-dire, que ces granits sont suivis de petrosilex, de schistes quartzeux, cornés, serpentins, de schistes argileux & talqueux dont les couches se terminent souvent par un chapeau de tuf. L'assemblage des vallées depuis St. Vincent & Chambave jusqu'à St. Nicolas au-dessus de la cité, dans les environs de Villeneuve & d'Aymeville, comprend de belles collines calcaires, marneuses, toutes cultivées en vignes. Les rochers calcaires & marbreux s'étendent dans le Valdigne, à Pré St. Didier & à la Salle: les environs de Courmayeur & le côté opposé en participent; aussi y trouve-t-on des eaux thermales, des sources acidules & des stalactites. Toutes ces masses calcaires ne font, pour ainsi di-

re, point corps avec la grande chaîne des Alpes qui bordent le Duché, & qui sont de pierre primitive, étant seulement couvertes de bancs tufacés vers les plus hauts sommets, comme les hauteurs de la Thuille, & les vallées de Severanche & de Grisanche.

Les minières que la Nature a répandues dans l'intérieur de ces montagnes primitives, pourroient être une autre source de richesse réelle, si elles étoient exploitées avec intelligence & avec les forces nécessaires. J'eus, il y a près de 28 ans, l'honneur de présenter au feu Roi un essai sur les avantages qui résulteroient de la culture de toutes les mines qui étoient alors découvertes; je prouvai qu'on auroit pu retirer annuellement 25 mille *rubs* de rosette & 80 mille de fer, ce qui auroit donné un fond de plus de 700 mille livres en argent, sans y comprendre les mines fines de Challand & celles qu'on auroit pu découvrir. Je ne comprenois dans ce calcul que la quantité de cuivre rosette qui seroit fournie par les mines de Champ de Pras, de S. Marcel, de Fenis, de Verrez, de Graine, d'Arnax, de Champourcher, de Grassoney, d'Anthey, de Nus, de Valpelline & de Quart. Je faisois encore réflexion que si ce cuivre eût été manufacturé en creux & en plat, en bronze & en laiton, il auroit donné lieu à une grande quantité d'autres produits. Quant aux manufactures de fer, la mine de Cogne en amas, qui est inépuisable, auroit seule pu fournir annuellement ces 80 mille *rubs* de fer, qui auroient même été augmentés par les mines d'Ussey & de Champ de Pras. C'est pour cela aussi que je m'appliquai à dresser un plan complet de manufactures de fer. Les forêts, l'eau, le climat, tout enfin auroit

contribué à favoriser mon projet. Il n'auroit plus fallu qu'une main puissante & des gens industrieux.

Présentement il y a les mines de Valpelline qui donnent 8 à 9000 *rubs* de cuivre par an: celles de S. Marcel, de Fenis & de Champ de Pras peuvent en fournir 3000 *rubs* en tout; ainsi ce produit se réduit à 200 mille livres. A l'égard du fer je suis persuadé que tous les fours de Pont d'È, d'Ussey & de Bard n'en rendent pas au-delà de 30 mille *rubs*, ce qui revient à 120 mille livres. Les mines d'or ne sont point cultivées; celles de plomb & d'argent sont également négligées; de manière que toutes les ressources des habitans ne consistent que dans ce peu de produit, dont nous venons de parler, dans la vente de quelque peu d'or de lavage de l'Evenson, & de quelques cristaux de roche & de poix résine.

La dissertation de Blaise Cariophyle sur les mines des Anciens, nous apprend que ce furent les paillettes d'or que le hasard fit rencontrer dans les ruisseaux, les fleuves & les campagnes, qui donnèrent lieu à la recherche des mines d'or & des autres métaux dans les montagnes. Les excavations que toutes les Nations furent obligées de faire dans les carrières de pierre pour se procurer les matériaux nécessaires à la construction de leurs édifices, firent aussi découvrir les mines: les veines d'or qui serpentent dans le quartz, dans le granit, dans le schiste quartzeux furent poursuivies & étudiées. C'est ainsi que l'on se convainquit que les métaux précieux ne se tirent des entrailles de la terre que par un ouvrage laborieux.

Strabon nous apprend que les premiers habitans de la vallée d'Aoste, les Salasses s'occupoient de la recherche des mines: il dit qué la Doire, rivière principale de la vallée, leur étoit d'un grand secours pour les exploitations des mines de différens métaux, comme aussi pour les lavages de l'or: il ajoute que la rivière demeuroit souvent à sec, parce qu'ils en tiroient l'eau par beaucoup de canaux, de sorte que ceux qui en avoient besoin pour arroser les campagnes, étoient continuellement en querelle avec les laveurs d'or. Selon le témoignage du même Auteur la première fois que ces anciens peuples furent vaincus par les Romains, ils perdirent les propriétés des traitemens de l'or; mais étant encore les maîtres des eaux ils les vendoient aux entrepreneurs des Romains qui en exploitoient les mines. Lorsque la guerre fut finie, & qu'ils furent reconciliés avec les Romains, ils redevinrent si puissans qu'ils insultoient ceux qui étoient obligés de traverser ces montagnes & qu'ils portèrent la hardiesse jusqu'à voler l'argent de César, en profitant de l'avantage qu'ils avoient de connoître les endroits & les sentiers les plus cachés. Ils continuèrent à pousser leur insolence à un tel point qu'Auguste se détermina de les subjuguer entièrement. C'est alors que cet Empereur envoya une Colonie de trois mille hommes pour bâtir la ville d'Aoste dans l'endroit où Terence Varron avoit planté son camp. Les Romains se trouvant ainsi les maîtres absolus de la vallée destinèrent des gens pour l'exploitation des mines.

La manière dont ils s'y prenoient pour conduire leurs travaux, étoit admirable. Pour disposer la pierre la plus dure à être aisément ébranlée, ils commençoient par la calciner

au moyen du feu de flamme: ensuite ils pratiquoient dans le vif des galeries en tout sens. Lorsque l'eau devenoit un empêchement, ils creusoient des réservoirs, d'où ils la puisoient par la vis d'Archimède. C'est ainsi qu'ils continuoient à cultiver la minière: les morceaux de mine qu'ils en retiroient, ils les réduisoient sur une meule très-dure en poudre qu'ils lavoient ensuite sur des plans inclinés; l'or comme le plus pesant demeuroit sur les lavoirs & se ramassoit avec des éponges. Ils le purifioient ensuite avec du plomb, du natrum & du sel commun dans des creusets bien lutés.

De tant de minières que les Romains ont dû cultiver dans ce Duché, les plus décidées que nous connoissions, sont celle du Labyrinthe près de Courmayeur, & celle de S. Marcel. La description que je vais en donner, & les Planches qui l'accompagnent donneront une idée du travail des Romains.

DE LA MINE DU LABYRINTHE (*a*)

Cette mine que le vulgaire appelle la *Borne de la Fée*, & que les cartes désignent sous le nom de Labyrinthe, se rencontre au-dessus & à plus de demi-heure de Courmayeur, village renommé par ses sources acidules & spiritueuses, & situé sur le penchant d'une montagne schisteuse, talqueuse & silicieuse tenant aux hauteurs de la Salle & du vallon de Ferrein. Elle a été long-tems regardée comme une simple caverne formée par les eaux souterraines, à cause des stalactites & stalagmites dont la Nature l'a fort grotesquement

(*a*) Voy. Planches VII. & VIII.

revêtue; & quoique ces concrétions laissent assez de vide pour que l'œil en puisse parcourir les excavations anciennes, tout autre qu'un habile mineur la prendroit néanmoins encore pour telle, malgré les travaux qu'on y a faits au commencement de ce siècle. C'est aux Pères de S. Bernard, qui étoient les possesseurs du sommet de la vallée, qu'on en doit la découverte. Ayant observé & suivi attentivement deux filons qui courent parallèlement à mi-côte de la montagne, ils en entreprirent l'exploitation, & en fouillant ils trouvèrent leur liaison avec les travaux des Anciens. Mais ce ne fut qu'à mon retour de Saxe que ces filons & ces travaux souterrains furent assez soigneusement examinés, pour pouvoir en donner des desseins démonstratifs.

Après avoir visité d'ordre du feu Roi Charles les exploitations qu'on faisoit alors proche de S. Didier, je ne manquai pas, avant de me rendre à Turin, de m'instruire sur la mine du Labyrinthe. Les renseignemens qu'on m'en donna me mirent bientôt sur la voie de la reconnoître. J'y fis une descente, bien dangereuse à la vérité, mais l'examen, que j'eus occasion de faire d'un des plus beaux monumens d'architecture souterraine, me dédommagea des peines & de la crainte. J'eus d'abord intention d'y faire pratiquer des déblayemens pour pouvoir l'examiner encore mieux dans la belle saison; je donnai pour cela mes instructions à ceux qui étoient alors chargés de faire des recherches dans toutes ces montagnes, pour qu'ils rendissent communicable celle dont il s'agit. On exécuta la commission aussi-bien que les circonstances du tems pouvoient le permettre; mais on n'y a plus songé depuis: c'est le motif qui m'a déterminé à en donner une courte description.

Les deux filons qui fournirent aux Pères de S. Bernard l'occasion de découvrir cette mine, coupent la côte de la montagne suivant sa direction d'Orient en Occident; inclinés en pente d'environ 60 degrés, ils se plongent vers le Midi, dressant le chef au N., & out enfin même chûte. La matrice est un silex mêlé de matière talqueuse où est incorporée la galène de plomb à lamelles compactes, assez fusible, & donnant à l'essai 2 onc. p. $\frac{o}{o}$ d'argent & plus de 60 liv. de plomb. Ce qui a été vérifié par les échantillons pris dans les filons mêmes. Par les anciens travaux qu'on y a découverts l'on voit que ces filons ont dû se soutenir assez constamment sur une perpendiculaire de plus de 40 toises, & sur une étendue de plus de 60. Ces ouvrages dont la nature & l'ordre annoncent une exploitation Romaine, ont été conduits au moyen du feu de flamme, se montrent en forme voûtée & ne s'étendent qu'aux enchassures où la gangue a été plus traitable.

La galerie fut conduite depuis D (Planche VIII. fig. 2) terme de l'entrée inférieure qui coupa les deux filons jusqu'à H H, où apparemment le filon se comprima. Depuis H on poussa d'autres galeries convergentes en G, toutes continuées jusqu'à A & à B, & tournées en convergence jusqu'à C, terme de l'entrée supérieure. Il étoit naturel de croire qu'on avoit pratiqué les mêmes directions sur les deux filons de repos & de chûte, & qu'on s'étoit contre-ouvert aux différens termes H H, F F, ainsi que l'indiquent les excavations. Tout ceci ne fait que l'ébauche de la disposition de la mine: tout est coupé en galeries parallèles depuis D H & G F. Les croisures des galeries ont plus de 2 toises & les piliers environ une. On peut comparer toutes ces excavations à un travail réticu-

laire, le seuil des galeries principales, divergentes & convergentes est alternativement continu & solide. L'on y a ménagé une coulisse bien polie qui règne sur le repos, & que je trouvai toute recouverte d'une ocre rouge, humide & fort glissante. C'étoit apparemment un canal de décharge pour faire glisser le bois & les matériaux des excavations. Peut-être étoient-ils aussi destinés à l'emplacement de la vis d'Archimède pour puiser les eaux. Les petits puits L de figure parfaitement cylindrique n'ont pas plus d'une demi-toise de diamètre; ils sont verticaux & poussés sur les flancs & dans le cœur des excavations depuis le filon de chûte jusqu'à celui du repos; peut-être servoient-ils en partie de réservoirs aux eaux qui s'y amassoient, & qu'on déchargeoit ensuite par la vis sans fin dans les ruisseaux extérieurs; peut-être servoient-ils pour la communication du bois, pour la décharge des matériaux & pour l'issue de la fumée.

Tel est le plan que j'ai cru devoir tracer de cette mine d'après une simple visite que j'y fis avec M. le Chevalier de Salmour, aujourd'hui Grand Maître d'Artillerie; s'il n'est pas aussi juste & aussi complet qu'on pourroit le désirer; du moins fait-il assez voir avec combien d'intelligence & d'art les Romains conduisoient ces sortes de travaux. La disposition en est admirable: pour peu que l'on soit connoisseur on est également surpris de voir les galeries, les croisures & les petits puits cylindriques. Il seroit important de les faire ouvrir, d'en prendre une mesure géométrique, de rompre dans les piliers d'appui les stalactites, & d'éprouver les filons du côté de l'Orient & de l'Occident pour mieux s'assurer de la nature de celui qu'on a délaissé; peut-

être trouveroit-on des scories de la fonte des Anciens. Il seroit aussi aisé de reconnoître le filon pyriteux qui règne au-dessus des deux premiers & de se convaincre s'il est aurifère. Ce qu'il y a de bien sûr, c'est que dans son enchassure il se croise un filet qui sort de la chûte à une direction plus septentrionale, & qui contient du réalgar natif. C'est bien là une preuve que la montagne est de nature noble, & qu'elle mérite d'être soigneusement examinée par des gens versés dans la métallurgie.

DE LA MINE DE S. MARCEL

Le village de S. Marcel se trouve près & à la droite de la Doire, au pied d'une haute montagne nue & rude vers le sommet, garnie d'épaisses forêts de hêtre au milieu, & cultivée dans sa partie inférieure. A en juger par les ravins sa constitution est partout la même depuis le ruisseau qui est à l'Occident, jusqu'à celui qui coule vers l'Orient dans la Baronie de Fenis, & depuis sa partie cultivée jusqu'aux Alpes & aux glaciers qui confinent avec les vallées de Soane & de Meirane. Ses couches supérieures sont constituées de schistes talqueux & feuilletés, les inférieures de schistes serpentins, de ceux qui sont mélangés de grenats, & d'autres espèces de pierre. Entre ces couches on en voit qui sont composées de schistes verds & compactes, & surmontées alternativement par d'autres couches de schistes gris & friables. C'est dans cette montagne qu'est située la mine de cuivre de S. Marcel, à 3 heures ½ de la cité d'Aoste. Elle a été anciennement exploitée, mais les trous qu'on y avoit pratiqués s'étoient dans la suite bouchés, de manière qu'ils

seroient encore entièrement ensevelis dans l'oubli, si les lavanges qui firent au commencement de ce siècle après un rude hiver tant de dégâts, n'en eussent enlevé les débris qui les avoient couverts. C'est à des bergers qui y faisoient paître à l'entour leurs troupeaux qu'on en doit la découverte. Sur leur rapport, des mineurs allèrent visiter l'endroit, & reconnurent en effet l'ancienne fosse & la couche minérale dont la direction principale est entre 6 à 7 heures à la boussole de Saxe, c'est-à-dire, d'Occident en Orient selon celle de la montagne.

Cette couche est plus comprimée & moins riche vers l'Orient en A & en E que vers l'Occident en D & en B (Planche IX. fig. 3): elle se réduit seulement à quelques pieds d'épaisseur dans les premiers termes, tandis qu'avant d'être exploitée elle paroît en avoir plus de 3 toises dans les deux derniers. On peut regarder comme la cause de sa moindre amplitude vers l'Orient la fente ou le filon qui la coupe, & qui a près de 3 à 4 heures de direction & tombe en sens droit avec une inclinaison de 60 degrés, ayant 2 pieds d'une enchassure à l'autre.

Dans le tems que j'examinai les excavations que les Anciens avoient faites pour attaquer cette mine, j'observai qu'ils s'y étoient introduits par six grandes ouvertures au moyen du feu. J'admirai la disposition des niches qu'ils avoient formées au bout des grandes avenues pour y placer les bûchers qui devoient être fort considérables. Le feu mis à ces bûchers s'insinuoit dans les fentes, calcinoit bientôt la pierre & la rendoit plus traitable. Après la calcination les ouvriers délogeoient facilement la mine, & pénétrant ainsi toujours plus en avant dans la couche ils pratiquoient des voûtes allignées & en-

tre-croisées. Il est probable qu'ils aient préparé & déblayé en même tems les six trous qu'ils y ont poussés, parce qu'autrement la fumée qui devoit s'exalter pendant la combustion des bûchers, les auroit nécessairement empêchés de pratiquer la fosse. On sait que ce n'est qu'après les 24 heures que l'on peut entrer dans ces excavations & même tout nu, à cause que la sueur met les ouvriers dans l'impossibilité d'agir, outre que l'atmosphère des mines de cuivre pyriteux doit alors être remplie d'une éxhalaison & d'une vapeur de soufre.

Entre les voûtes que ces anciens mineurs formoient en s'introduisant dans la couche ils laissoient des piliers de plus de 18 pieds. J'en ai encore découvert quelques-uns où l'on remarquoit différentes veines de la couche; celle du repos, c'est-à-dire, la plus épaisse, étoit de pyrite grainée de 1 pied $\frac{1}{2}$ & de 2 liv. de cuivre par quintal. On voyoit ensuite par intervalles du schiste verd, savonneux & mélangé de grenats avec de la pyrite parsemée, riche de 3 liv. pour $\frac{0}{0}$, mais qui lavée montoit à plus de 12 livres. La veine la plus riche se tenoit vers le toit de la couche, la massive rendoit environ 12 liv. par quintal.

Les corridors me parurent avoir été distribués en cinq ordres qui se dégradoient dans la profondeur & se dirigeoient vers l'Est & vers l'Ouest, étant croisés par *6* à 7 autres à angles droits, suivant la pente de la couche du S. au N.; je jugeai qu'ils pouvoient avoir 5 à *6* toises, espace suffisant pour que l'action du feu pénétrât intimément la couche minérale pyriteuse. Supposons que le feu appliqué dans la direction de K I eût creusé jusqu'en I, on étoit alors à même de s'avancer en L & en N, la figure approchoit ainsi d'un trêfle, &

continuant à pousser le terme I & N il en résultoit la grosseur des piliers de 2 à 3 toises. En poussant le terme N, l'on poussoit aussi ceux de Q & de R, d'où résultoit le second corridor parallèle au premier; ainsi à mesure que l'on multiplioit les endroits latéraux, les rangs des galeries s'étendoient au point qu'il se formoit des portiques réguliers. Le seuil & le toit de la couche étant d'une pierre solide, & la couche elle-même marquée par une fente qui la détachoit du seuil & du toit, le vide des excavations se bornoit à la simple couche, à quoi l'art de placer le bois contribuoit aussi. Les Anciens poussant ainsi les excavations au moyen du feu & suivant la pente de la couche, tandis qu'ils s'avancoient dans l'intérieur de la montagne, durent être incommodés par les eaux, comme nous l'avons déjà remarqué au sujet de la mine du Labyrinthe. Pour s'en dégager ils faisoient aussi probablement usage de la vis d'Archimède. Peut-être y avoit-il quelque ruisseau qui servoit d'écoulement & qui s'étant engorgé dans la suite a noyé la mine vers le Nord au-dessus du troisième ordre des piliers. Aussi n'y a-t-il plus aucun vestige de leurs travaux hormis vers l'Orient, parce que la fente F G y donnoit un passage aux eaux que fournissoit l'intérieur de la montagne.

Cette manière de s'introduire dans la pierre est pratiquée dans l'exploitation des mines d'étain d'Altenberg en Saxe, où lorsque la place de la mine est déblayée & que les tronçons de bois sont stratifiés jusqu'aux deux tiers de la hauteur, on se sert de blocs que l'on a détachés pour resserrer totalement le bois & pour laisser sur le devant un libre passage au courant de l'air, afin que l'amorce porte la communication

du feu contre la pierre, & que la flamme soit dirigée vers l'endroit que l'on veut attaquer.

Mais pour revenir à la mine de S. Marcel, la conduite des excavations anciennes, l'étendue, l'ordre admirable qu'on y a gardé, la nature des moyens qui ont été mis en usage, font assez connoître que c'est-là aussi l'ouvrage des Romains: c'est probablement la richesse de la couche minérale & la quantité immense d'épaisses forêts dont la montagne étoit revêtue, qui les engagèrent à entreprendre ce travail.

Les mêmes motifs déterminèrent les Modernes à le reprendre. Aussitôt qu'ils eurent fait la découverte de la couche & des exploitations anciennes, ils remirent la mine en action, établirent pour cela des fourneaux de fonte sur le torrent qui coule à côté des excavations, & en dressèrent à Bande & à Refort pour y raffiner les rosettes. Leurs travaux ont eu différens succès, mais ils n'ont pas été poussés bien loin. Les entrepreneurs qui les ont conduits, n'ont pas fait la moindre recherche de quelqu'importance; ils n'ont jamais eu d'autre but que celui d'effleurer l'endroit le plus apparent de la mine. Ils auroient dû chercher à se convaincre si la mine n'étoit pas plus ample vers l'Orient: ils auroient aussi pu pousser sur le plan I G vers l'Occident des galeries ou des ruisseaux principaux, qui en atteignant au seuil de la couche parvinssent à rouvrir les trous des Anciens & en épuiser les eaux croupissantes; mais ils n'ont eu aucune de ces vues: tout ce qu'ils y ont fait se réduit à une galerie qu'ils ont ménagée pour la sortie & la communication des ouvriers, & à une casserie volante établie hors de

la fosse, avec des emplacemens pour la calcination des matières minérales qu'ils transportoient ensuite aux fonderies.

Le peu de ménagement qu'ils ont eu pour les belles forêts d'alentour, annonce la grande envie qu'ils avoient d'un gain démesuré & rapide, plutôt que d'un profit discret & durable: aussi, tandis qu'ils ont trouvé du bois à la portée de la mine, ils se sont bien soutenus, mais quand la partie la plus voisine de la montagne a été presqu'entièrement dépeuplée & qu'ils se sont vus obligés d'aller chercher le bois bien loin, ils ont commencé à se décourager & la société s'est toujours plus affoiblie. Une autre preuve de leur aveugle conduite, c'est qu'ils ont abbattu les piliers que les Anciens avoient eu la prudence de laisser pour soutenir la montagne. Il étoit naturel de prévoir que le toit de la fosse se trouvant sans appui devroit s'écrouler. C'est ce qui est arrivé il y a plus de 8 ans: la ruine s'annonça dans toute la vallée par un grand fracas, & on reconnut qu'une grande partie de la montagne s'étoit éboulée.

Je ne sais pas si après cet accident on a pratiqué quelque galerie d'écoulement pour se remettre dans la partie saine de la fosse: je sais bien que des opérations de cette nature ne peuvent avoir lieu que lorsque les mines sont réglées par des gens experts, & qu'on en a les desseins géométriques.

Malgré cet écroulement on parviendroit néanmoins à pratiquer des communications sûres au milieu des ruines, en tirant les gros blocs de minéral détachés, & en les faisant servir d'étayes. C'est ce que je conseillai à M. le Baron d'Aviso qui à l'occasion de l'éboulement de sa mine me de-

manda mon sentiment: mais ce travail, comme je l'ai déjà remarqué, exige une géométrie souterraine bien entendue.

Je finirai la description de la mine de S. Marcel par un calcul du produit qu'elle a pu donner aux mineurs qui l'ont cultivée. Nous savons que les Modernes, quoiqu'ils n'aient choisi que les morceaux de mine les plus riches, & négligé tout le reste, en ont retiré plus de 15000 quintaux de cuivre rosette. A l'égard des Anciens on a aussi des preuves qu'ils jetoient tout le minéral de seconde qualité dans les décharges de la montagne que j'ai marquées en T & en V (Planche VIII fig. 1), ce qui faisoit pour le moins la moitié de rebut. En comparant ce rebut avec le vide actuel de 3000 toises cubes que présente l'excavation, on voit que 1500 toises de la mine ont été rejettées, & les autres 1500 fondues. Que l'on compare encore le produit de 15000 quintaux de cuivre qu'ont retirés les Modernes, avec celui que les Anciens doivent avoir obtenu, on ne se trompera pas beaucoup, si l'on croit qu'ayant fondu communément au titre du 5 pour % il falloit à ces derniers 6000 quintaux de mine choisie, & cinq fois autant de celle de rebut; ainsi en supposant que l'excavation qui montre présentement un vide de 3000 toises fût anciennement de 2700, & qu'ils rejettassent la moitié des glèbes métalliques, on peut juger qu'ils en auront tiré plus de 80000 quintaux de cuivre rosette. Il n'est donc pas étonnant que dans l'espace de plus de 1500 ans ces débris par le ramollissement de la pierre & par les sucs pierreux se soient unis pour ne plus faire qu'une masse, & qu'ainsi il se soit fait une décomposition continuelle du cuivre qu'ils contenoient, comme le prouvent les belles incrustations de

couleur céladon & les sédimens ocracés que l'on remarque à la surface des décombres, & le goût de cuivre qu'ont les eaux (*b*).

Ce seroit ici l'endroit de répéter ce que je dis depuis 30 ans, qu'en reprenant tous les débris des Anciens & des Modernes, & en les soumettant aux grilles, aux cribles & aux lavoirs on en pourroit retirer avec peu de frais un fond immense de cuivre. On peut m'objecter que la fonte de ces mines mélangées de grenats, produisant dans les fourneaux de fer cuivreux en forme de caillots, exige une dépense énorme de charbon pour en tirer parti: je réponds qu'en y ajoutant de cette même pyrite pauvre sans trop pousser le soufre, l'on détruiroit ce fer, & qu'il ne resteroit pas tant de difficultés à surmonter. On pourroit aussi imiter les travaux d'Ehrengronde, mine de cuivre de Hongrie, où l'on fait tournoyer lentement par le moyen de grandes caisses les eaux chargées de crocus de Venus pour en retirer de tems en tems un abondant sédiment céladon, connu sous le nom de verd de Hongrie, que l'on vend 200 liv. & plus le quintal, & pour les conduire ensuite sur des lames de fer & les incruster d'un cuivre de cémentation qui fait aussi un produit considérable. C'est ainsi que les Hongrois tirent parti d'un objet qui se perd chez nous.

DE LA MINE DE FENIS.

La mine de cuivre qu'on exploite au-dessus de Fenis a été découverte vers le commencement de ce siècle. La couche qui

---

(*b*) M. le Comte S. Martin de la Motte dans son analyse de la fontaine verte de S. Marcel & dans la rélation qu'il a faite des ocres de Venus, a démontré le goût rebutant des eaux, qui sortent de cette montagne.

se montre au-déhors d'une masse de rocher tout ébranlé & escarpé monte, en pénétrant dans le vif vers le Sud, à la rencontre des excavations de la mine de S. Marcel. Elle a été attaquée au Nord, & les excavations y sont poussées de bas en haut suivant l'inclinaison de la couche : elles sont des plus favorables, les eaux n'y apportant aucune incommodité. L'on y entre par une bouche assez étendue & l'on monte intérieurement 150 toises environ vers le Sud ; l'on n'a étendu la fouille que 12 à 15 toises suivant la direction d'Occident en Orient. Ce qui prouve que l'on n'a exploité que le filon le plus riche, & que l'on n'a fait aucune recherche pour étendre les découvertes vers l'Orient & vers l'Occident. On ne sépare pour les fontes que les morceaux de mine riche ; celle qui est mélangée on la jette dans les ravins, n'en retenant qu'une partie pour appuyer les voûtes, sans faire usage des étayes de bois. On peut faire là-dessus les mêmes réflexions que sur les débris de la mine de S. Marcel : les bocards & les lavages seroient d'un égal rapport : en effet ces deux mines sont absolument les mêmes, la matrice est analogue, les couches pauvres ou riches de l'une répondent à celles de l'autre ; elles ont aussi la même inclinaison & direction & peuvent avec le tems se communiquer & n'en faire plus qu'une seule qui seroit attaquée d'un côté par son chef & de l'autre par sa queue : c'est ce qui va nous donner une idée claire de la formation des montagnes & des mines.

SUPPLÉMENT

A LA THÉORIE DES MONTAGNES ET DES MINES.

Je viens de faire voir que la mine de cuivre de Fenis n'est qu'une extension de la couche qu'on a attaquée par son chef à S. Marcel. L'analogie des emplacemens, l'uniformité des dispositions & l'homogénéité du minéral ne sauroient permettre d'en douter. L'inspection des plans topographiques & des profils que j'en ai tracés, ne démontre pas moins que depuis Champ de Pras jusqu'à la tête de la mine de S. Marcel ce n'étoit originairement que la continuation d'une couche de la même qualité de pierre. La minière qu'on exploite à Champ de Pras est de cuivre, ainsi que celles de Fenis & de S. Marcel: elle n'est séparée de ces dernières que par le vallon de Meirane, & n'en diffère que par sa chûte qui est tout-à-fait opposée, & un peu par sa direction: on lui observe dans tout le reste une grande ressemblance avec elles. Les couches qui la surmontent, sont les mêmes, ou approchent beaucoup de la qualité de celles dont les deux autres minières sont surmontées. Les rochers qui dominent au-dessus & au-dessous de toutes trois sont parfaitement homogènes dans leurs parties, & leurs couches minérales entièrement analogues & partout également composées de pyrites compactes farcies de grenats, ou de pyrites parsemées dans un schiste verd, talqueux & avec de grenats de fer. Enfin toute cette étendue de pays que représente la Planche VII. depuis le Mont-Jouet jusqu'aux hauteurs de Cogne, est constituée partout de la même nature de pierre. Cette parfaite correspondance témoigne que les masses C, B, D n'ont fait primitivement qu'un corps

continu, & que c'est à quelque grande révolution qu'on doit rapporter leur état présent. Une force provénante d'un foyer placé aux racines du Mont-Jouet, semble avoir poussé intérieurement la masse C, renversé les rochers en sens contraire, & formé la vallée actuelle. Un foyer opposé a dû faire éclater la masse B A & former les rochers de S. Marcel & ceux de la mine du Manganèse, ou de la montagne de Pras Borgne au-dessus de Cogne. Ce que je dis ici de ces masses peut s'appliquer à toutes celles qui constituent les Alpes, & même à toutes les montagnes de la Terre. Point de chaîne qui ait été exempte de ces secousses violentes: on reconnoît partout des traces du grand bouleversement: la formation de toutes les montagnes actuelles du globe terrestre a donc la même origine. En imprimant son action suivant la direction des vallées principales & adjacentes cette force a rompu la continuité des couches anciennes, & en culbutant & renversant en sens contraire les masses énormes, elle leur a fait prendre la forme qu'elles ont communément aujourd'hui. On doit sentir qu'une cause si générale n'a pu être que le déluge universel, accompagné de la plus terrible explosion.

Il résulte donc que la pierre qui constitue nos montagnes est primitive & dépendante uniquement de la création du globe: elle n'a fait à l'occasion du grand désordre que se briser & changer de situation. En observant extérieurement les montagnes qui en sont formées on aperçoit encore les marques de la fracture, on reconnoît dans quel ordre de couches elle avoit dû se déposer & se distribuer lorsqu'elle se trouvoit encore dans l'état de liquidité. Les couches granitiques & de pierres cornées se présentant toujours aux racines des plus

hautes montagnes nous marquent qu'elles furent primitivement les plus profondes au-dessous de la croûte du globe; les autres qui se montrent successivement au-dessus jusqu'aux plus grandes hauteurs nous représentent la manière avec laquelle les schistes quartzeux, pyriteux, argileux & serpentins s'étoient arrangés entre les granits & les couches schisteuses, micacées, saponaires grises ou stéatiteuses. Une immense quantité de morceaux de toutes ces sortes de couches dut remplir lors du renversement le fond des vallées; aussi l'œil observateur y en trouve-t-il tantôt d'une qualité, tantôt de plusieurs, & souvent de toutes les espèces quand les montagnes sont extrêmement hautes. C'est dans ces différentes qualités de pierres primitives qu'on doit chercher les différens métaux; les mines d'or & d'argent sont pour l'ordinaire renfermées dans les granits, dans les pierres cornées & dans les schistes quartzeux; elles doivent donc se trouver les plus basses, puisqu'on ne connoît point de couches au-dessous de celles des granits; de manière que si par le déplacement général causé par l'explosion qui accompagna le déluge, elles n'avoient pas été rendues apparentes ou dans les matrices qui les suivent, ou dans les morceaux roulés qui sont dispersés dans les plaines & sur les collines, elles nous seroient peut-être encore cachées. Les mines de cuivre suivent les schistes quartzeux, pyriteux, argileux & serpentins; lors donc que les faces des escarpemens nous présentent de ces sortes de couches, on a lieu d'y soupçonner du cuivre. Les mines de fer, on les trouve dans les couches schisteuses, micacées, saponaires grises ou stéatiteuses: il faut donc connoître parfaitement toutes les qualités de la pierre primitive pour conjecturer avec fonde-

ment qu'une couche peut contenir quelqu'un de ces métaux. Je ne m'étendrai pas davantage sur l'énumération des métaux. Je ne parlerai pas non plus des demi-métaux & des fossiles, parce que cela me conduiroit trop loin, & que d'ailleurs les collections minérales nous prouvent assez la présence de plusieurs métaux & demi-métaux associés dans les mêmes veines. On pourroit demander ici si les mines ont une origine commune avec les montagnes, ou bien si elles s'y sont formées dans la suite: les deux minières dont nous venons de donner le plan nous font également voir que dans le tems que tout étoit encore détrempé & dissous, les minéraux prirent suivant les circonstances une assiette convenable & fixe en s'arrangeant régulièrement par différens ordres de couches. Ce fut-là leur première situation; mais ces couches s'étant séchées & durcies par le laps du tems, elles durent se fendre en tout sens & faire place aux substances minérales encore molles. Voilà comment on peut se faire une idée de la formation des veines métalliques, riches ou pauvres ou de nulle valeur, selon l'abondance des métaux qui y ont concouru; ainsi les veines métalliques que nous appelons filons, & à plus forte raison les couches minérales sont de première formation, & tant les unes que les autres d'aussi ancienne date que la pierre même qui les renferme.

Mais la suite de ces couches primitives fut tellement interrompue & dérangée par les grands abymes qui se firent de toutes parts à l'occasion du renversement général, que les indices que nous avons des mines en couches ou en filons ne sont que des morceaux détachés des premières mines. De là vient que si une portion de filon s'étend dans une masse de

rocher, la partie correspondante se montre du côté opposé; aussi l'observation a-t-elle appris aux mineurs que lorsqu'il règne un filon dans une montagne, si la montagne opposée offre la même qualité de pierre, il doit y avoir son correspondant, & qu'ainsi la mine qui est supposée à la droite d'une vallée s'y trouve aussi à la gauche, c'est ce qu'on appelle *gegentrum*; mais il ne s'ensuit pas qu'elle soit dans une semblable direction, & qu'elle ait une même chûte, étant constant qu'un solide qui se brise, se renverse des deux côtés & prend des situations différentes: ce n'est que dans la même montagne que les filons nobles suivent toujours la même direction. Tous ces principes sont appuyés sur l'expérience & servent à démontrer que les fentes de la pierre se sont faites parallèlement & qu'elles ont été remplies en même tems par les mêmes substances molles. Dans la conduite des mines les gens experts distinguent les cas de simple dérangement arrivé dans la masse de la pierre à filon, de ceux où la pierre change entièrement de nature. Ils savent que le simple dérangement n'est que le déplacement des couches & des fentes des rochers, occasionné par les tremblemens de terre qui ont pu rompre la correspondance primitive des filons ou des couches; l'habile mineur qui étudie la nature de la montagne retrouve alors le filon, comme il est arrivé dans bien des mines riches d'or & d'argent. Mais si on observe un changement total dans la nature de la pierre, si le schiste quartzeux, par exemple, se termine contre un rocher de nature ignoble qui se présente comme une barrière, le mineur expérimenté voit assez que c'est-là le terme d'une masse de montagne qui a choqué contre une autre masse hétérogène, & qu'il n'y a plus

espérance de retrouver le filon. Il n'en est cependant pas ainsi de tous les filons & de toutes les couches; il y en a qui tantôt s'élargissent, tantôt se compriment & tantôt s'ébranchent: ainsi c'est à l'habile entrepreneur à suivre les indications pour retrouver le filon ou la couche, sans se laisser rebuter aux premières anomalies; car si la Nature a rempli une fente décidée & accompagnée d'un filon détaché par les argiles dans ses enchassures, surtout dans celles de chûte, & dont on voit les indices parcourir bien avant dans la surface de la montagne, on doit alors poursuivre avec attention ces filons, principalement lorsqu'ils se montrent avec des produits nobles, parce qu'il peut arriver qu'on les recouvre.

Le cas que j'ai exposé de la mine de S. Marcel est unique, à mon avis, puisqu'elle a été commencée par son chef & attaquée par sa queue, & qu'il s'agit par conséquent d'une profondeur fixée par la Nature.

Je n'ai jamais rien vu de semblable dans mon voyage en Allemagne & en Italie; d'ailleurs il semble qu'une couche qui ne doit être regardée dans son origine que comme une surface plane, quoique lors de la rupture générale ses morceaux se soient inclinés en tout sens, elle ne peut selon les loix des mines se continuer qu'autant que continue la masse qui la contient. Les mines ne devroient donc pas avoir une profondeur sans fin; il en est de même des filons, qui ayant une origine commune avec les couches, doivent avoir un terme commun avec les rochers où la Nature les a renfermés. Ces rochers primitifs qui sont exposés depuis tant de siècles à l'action de l'air & du soleil ont dû extrêmement se durcir: liées avec le gluten quartzeux, mêlées de schorl, de mica & de grains

de feld-spath ou d'argile unie par un gluten silicieux, leurs molécules se décomposent difficilement. Ce n'est même qu'aux substances martiales & pyriteuses qui leur sont incorporées qu'on doit attribuer la décomposition qu'on leur observe & qui se rend apparente par les aspects brûlés ou revêtus d'ocres; par les efflorescences vitrioliques, martiales, cuivreuses & calcaires; par les amas de plâtre; par les effervescences internes qui occasionnent les tremblemens de terre en développant une vapeur élastique; par les sources thermales qui se trouvent dans les endroits où les dépôts pyritiques sont en abondance & surtout dans les schistes talqueux, & enfin par les feux souterrains qui donnent origine aux volcans.

Les pierres d'une date postérieure sont d'une dureté bien différente de la pierre primitive; elles souffrent continuellement des décompositions; nos collines en donnent tous les jours des marques dans les couches calcaires de marbre, de brèche, de grès, de sable, de tuf, d'argile, d'ardoises argileuses calcaires.

Voilà les principales différences qu'il y a entre les pierres primitives & celles de seconde formation. Les premières qui contiennent les mines, sont plus dures & ne se décomposent que difficilement, & leur décomposition n'est même due qu'aux parties hétérogènes qui y sont mêlées: les dernières sont plus tendres & plus sujettes à se décomposer. Cette distinction est importante pour ceux qui s'adonnent à l'étude des mines, & de l'histoire naturelle du globe.

EXPLICATION DES PLANCHES VII. VIII. & IX.

La PLANCHE VII. *est une carte ichnographique, qui représente le Duché d'Aoste dans toute son étendue depuis le Pont S. Martin jusqu'au petit S. Bernard. On y a indiqué les ramifications, les directions & les détours de toutes les vallées latérales, les gorges, les cimes subordonnées, les hauteurs les plus élevées & les côtes des montagnes qui constituent la grande & la petite chaîne de cette partie des Alpes.*

PLANCHE VIII. *La figure 1 représente le plan ichnographique de la mine du Labyrinthe de Courmayeur. Pour en faciliter l'intelligence on y a ajouté l'extérieur de la mine: l'on y voit les deux filons auxquels les Anciens ont travaillé, leur direction, leur chûte & l'entrée supérieure & inférieure.*

La figure 2 représente la coupe du filon, l'état actuel des ouvrages intérieurs, l'admirable disposition des piliers qu'ont laissés les Anciens, les galeries de descente divergentes & convergentes, les puits qui servoient apparemment aux décharges, aux communications & aux réservoirs.

La figure 3 fait voir plus en grand ces galeries tapissées de stalactites, concrétions & dépôts ocracés.

La figure 4 représente la coupe transversale des filons, où l'on voit leur parallelisme, leur chûte, les puits de décharge & des communications, & les galeries de sortie.

PLANCHE IX. *La figure 1 est un plan topographique des montagnes depuis les hauteurs de Brissogne jusqu'au bord opposé de la Doire. L'on y a tracé les mines du Manganèse, de*

S. Marcel, de Fenis & de Champ de Pras. Les montagnes sont dessinées suivant leurs couches & renversemens & suivant leurs analogies.

La figure 2 laisse voir une coupe suivant la déclivité de la Doire au-dessus du niveau de la mer, & montre le rapport de la couche de Champ de Pras avec celles de Fenis & de S. Marcel, la correspondance qu'ont entr'elles les couches de la montagne du Manganèse; ce qui peut répandre le plus grand jour sur la théorie de nos montagnes.

La figure 3 représente plus en grand le plan de la fosse de S. Marcel, comme on l'a trouvée, avec les piliers qui la soutenoient tels qu'ils étoient du tems des Romains.

La figure 4 fait voir la coupe de la montagne, la couche minérale & toutes les circonstances qui ont paru l'accompagner, sa sortie, sa descente & l'ordre des couches de la pierre.

C thermales, acidules

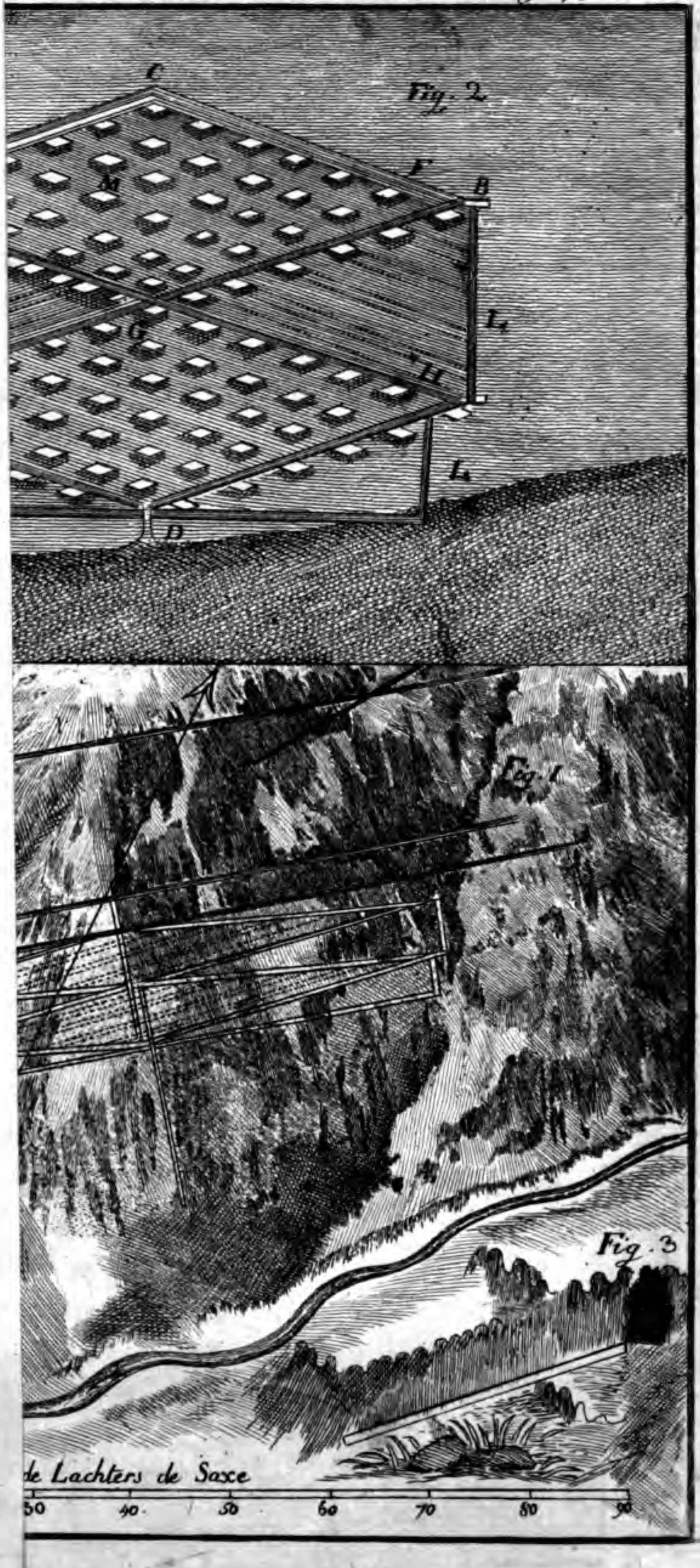


Fig. 2
C
F
M
B
G
L
H
L
D
Fig. 1
Fig. 3
de Lachters de Saxe
50
40
50
60
70
80
90

Fig. 3
M. Prabergne
Mine du Manganese
Mine de S.t Marcel
Casserie
M. Molac
Fonderie de
Fonderie de Resort
Ocres vertes
N D de Fenis
Fig
N.D. des Champs
Rean
S. Marcel
Brussogne
Planey
Echelle de
Echelle
Roche schisteuse mixte
Couche de manganese
Roche de Corne schisteuse
Couches de Pirites avec grenats
de S.t Marcel et Fenis
de la Doire Baltee
du M. Jouet
d'Ivree

EXAMEN PHYSICO-CHIMIQUE

DES COULEURS ANIMALES.

PAR M. LE COMTE MOROZZO.

PREMIÈRE PARTIE.

J'ai démontré, dans un autre mémoire (*a*), que la couleur dans le règne végétal, qu'on avoit jusqu'alors communément regardée comme purement accidentelle, est très-fixe & permanente, puisque les différentes substances de ce règne calcinées & poussées à la vitrification au moyen de matières vitrifiables non colorantes, ont toujours teint les verres ou les substances vitreuses de leur propre couleur. Lu le 4 février 1786.

Les expériences que j'ai faites en grand nombre & avec toutes les précautions nécessaires, ont toutes concouru à constater cette nouvelle vérité; & si M. Achard qui en a répété quelques-unes (*b*) n'a pas obtenu les mêmes résultats que moi, c'est qu'il n'a pas opéré sur les mêmes quantités, & qu'il a employé d'autres fondans, comme il doit en avoir été convaincu par ma réponse insérée dans le Journal de Physique de Novembre 1782. Je me crois dispensé d'entrer dans un plus grand détail à ce sujet, parce que plusieurs d'entre vous, Messieurs, ont vu les échantillons de ces verres colorés.

(*a*) Voyez mon *Examen physico-chimique de la couleur des fleurs &c.* inséré dans le 5 vol. de la Société de Turin.

(*b*) *Mém. de l'Acad. de Berlin*, *année* 1778.

Il étoit tout naturel de penser qu'il en seroit de même des couleurs animales : aussi m'étois-je dès lors proposé d'en faire un semblable examen; j'avois même déjà entrepris quantité d'expériences qui me promettoient les plus heureux succès; mais entraîné par la nouvelle science des gas, j'ai différé jusqu'à présent de les reprendre & de les suivre: elles font le sujet du Mémoire que je vous présente, illustres Confrères; les résultats qu'elles m'ont donnés m'ont paru intéressans & sont tout-à-fait conformes à ceux que j'ai obtenus des substances végétales.

Tableau des substances animales colorantes.

Quoique le règne animal soit infiniment moins riche en couleurs que le végétal, où la Nature en fait tous les jours une étonnante reproduction, il ne laisse pas que d'en offrir une grande variété à tous ceux qui le parcourent dans toute son étendue, & qui examinent avec une attention particulière toutes les espèces des individus qu'il renferme. Si dans la robe des quadrupèdes on ne distingue que six à sept couleurs, dont la plus grande partie est fauve & dont aucune n'est primitive, nous en sommes bien dédommagés par le plumage richement diversifié des oiseaux; si les couleurs des poissons, à l'exception de deux ou trois espèces, ne sont pas plus variées que celles des quadrupèdes, les coquillages, surtout ceux de la mer du Sud, nous en présentent de très-vives & de très-brillantes, & quelques espèces de testacées renferment dans leurs coquilles des substances fort colorantes, telles que le pourpre, le murex & le buccin, qui fournissent une tein-

ture pourpre par son éclat infiniment supérieure à notre écarlate, & dont le prix avoit été porté par le luxe des Romains à des sommes presqu'incroyables (*c*).

Les insectes qui sont les plus multipliés de tous les animaux, nous présentent encore un tableau de couleurs très-vives, qui contrastent assez bien avec celles des fleurs sur lesquelles ils voltigent pour en tirer leur nourriture. Quelques familles semblent même avoir été particulièrement destinées par la sagesse infinie du Créateur à extraire les huiles & les sucs colorans de quelques végétaux & les offrir en tribut à l'homme, qui ne sauroit y parvenir de lui-même malgré tous les procédés les plus recherchés de la Chimie. Telle est la cochenille du Mexique (*d*), celle de Pologne (*e*) & le kermès de Provence (*f*) qu'on ne prend aujourd'hui que pour de véritables insectes qui tirent des plantes particulières la substance colorante tant estimée; sans parler du miel & de la cire

(*c*) La méthode de teindre en pourpre avec le pourpre, le murex & le buccin, qui s'étoit presqu'entièrement perdue, l'auroit été pour jamais sans les soins de deux savans Italiens, M. Amati qui nous apprend dans son livre (*de restitutione purpurae*) la méthode d'extraire cette teinture & d'en faire usage, & M. le Chev. Rosa qui dans ses momens de loisir a publié une dissertation (*delle porpore e delle materie vestiarie presso gli antichi*) remplie d'érudition, & servant de commentaire au livre de M. Amati, & qui a poussé ses recherches non seulement sur les substances propres à teindre en pourpre, mais encore sur les matières auxquelles on donnoit cette teinture.

(*d*) La cochenille du Mexique est un progalle-insecte qui se nourrit de feuilles de figuier d'Inde, ou de *nopel* & d'*opontia*.

(*e*) La cochenille ou kermès de Pologne, qu'on avoit pris anciennement pour une graine végétale, est un galle-insecte qui se nourrissant de la racine du *poligonum cocciferum incanum flore majore perenni* (Ray) en retire le suc rouge.

(*f*) Le kermès de Provence, ou *coccus tinctorius ilicis* est un insecte qui vit sur les feuilles épineuses du chêne vert *coccus ilicis*, qui lui fournit la teinture.

des abeilles, de la laque des fourmis volantes *(g)*, des productions du ver à soie, du *bombice*, du serum, & de tant d'autres qui sont étrangères à mon sujet. Peut-être qu'on découvrira un jour d'autres insectes utiles à l'art des teintures, & qu'on reconnoîtra que le règne animal n'est pas à cet égard aussi pauvre qu'il paroît l'être aujourd'hui.

Il n'y a pas long-tems que MM. Donati, Peissonel & Ellis ont rendu à ce règne la nombreuse famille des animaux-plantes, savoir les zoophites & les lythoophites qui ont été examinés avec le plus grand soin par MM. Spallanzani & Cavolini. Cette famille se présente aussi avec des couleurs bien variées dont quelqu'une est très-vive, comme le corail rouge & celui qu'on appelle noir & qui est proprement pourpre foncé.

Tel est en raccourci le tableau des couleurs extérieures du règne animal. Mais il possède encore bien de substances colorées qui sont contenues dans les animaux même, comme le sang, la bile, l'encre de sèche, & différentes concrétions calculeuses & bilieuses, de sorte que s'il n'est pas aussi riche que le règne végétal, du moins l'est-il assez pour présenter une agréable & surprenante variété.

Il est donc très-intéressant d'observer plus particulièrement les différentes couleurs des individus du règne animal, de chercher les causes de leurs diversités & de leurs changemens, & d'en découvrir la nature & le principe. C'est la tâche que je me

(g) Ces fourmis volantes se trouvent en abondance aux Indes Orientales, & déposent sur les branches des arbres la laque, qui sert à faire la teinture écarlate, à colorer les maroquins & à peindre les toiles.

suis prescrite, & pour la remplir je m'en vais considérer cet objet sous différens points de vue.

J'exposerai dans cette première partie les observations qui ont du rapport avec l'histoire naturelle, & l'analogie des couleurs du règne animal avec celles du végétal.

Je donnerai dans la seconde partie l'analyse chimique des substances animales colorantes & les expériences sur les verres colorés que j'en ai obtenus.

De la couleur considérée relativement à l'histoire naturelle.

Aristote, Pline, Linné, Buffon & presque tous les Auteurs célèbres de l'histoire naturelle conviennent que la couleur dans le règne animal n'est pas une caractéristique suffisante pour en reconnoître les genres, parce qu'elle peut être altérée, modifiée & même entièrement changée par différentes causes. Voyons si en parcourant ces causes il nous seroit permis d'adopter une autre opinion.

1° Nous avons observé que la différence du climat (*h*) contribue beaucoup aux changemens de couleurs, avec cette règle presque constante que dans les contrées sous la Zone torride, elles deviennent plus vives & plus foncées, témoins les oiseaux du Sénégal, de la Guyenne, du Brésil &c. (*i*).

Nous voyons au contraire que les teintes des couleurs sont plus foibles dans la Zone froide, & que même beaucoup de

(*h*) Voyez Tom. V. de la Société Royale de Turin.

(*i*) M. De Buffon apporte la même raison pour la couleur des Nègres.

quadrupèdes & d'oiseaux y sont tout-à-fait blancs, comme dans la Sibérie, dans la Laponie, dans le Groenland, à la Baye d'Hudson & aux Terres Australes (*l*).

Le Chevalier Rosa rapporte dans son livre un passage d'Aristote, qui nous apprend que les murex & les buccins fournissent dans les Régions Septentrionales des teintures moins vives; il cite encore un endroit de Vitruve, qui prouve que la pourpre est plus éclatante dans les Pays Méridionaux, *purpura pro Solis propinquitate colorem habet*.

On rencontre à la vérité quelquefois dans nos climats, dit M. De Buffon, des bécasses blanches, des courlis, des merles, des moineaux aussi blancs, mais ces variétés individuelles sont des dégénérations accidentelles qui ne doivent pas être regardées comme des races constantes (*m*).

2° Nous avons aussi fait observer qu'on appercevoit au passage de l'été à l'hiver des différences fort sensibles dans la couleur, & que même quelques espèces devenoient tout-à-fait blanches dans les hautes montagnes; & quoique cette différence soit moins sensible dans les climats tempérés, elle est toutefois considérable dans la couleur des oiseaux lorsqu'ils passent de la livrée d'été à celle d'hiver, ainsi que M. De Buffon l'a très-bien remarqué.

(*l*) Voyez Linné, *Systema naturae*. De Buffon, *Hist. naturelle*. Gmelin, *Voyage de Sibérie*; & dans les Commentaires de l'Académie de Pétersbourg, Hist. Philos., Description du Canada, & les Voyages du Capitaine Cook aux Terres Australes.

(*m*) De Buffon, *Hist. des oiseaux* tom. XV. pag. 39.

3° Les oiseaux dans les mues font des changemens si considérables qu'on a quelquefois de la peine à en distinguer l'espèce.

4° Dans quantité d'oiseaux le plus haut point de couleur n'est développé que lorsqu'ils ont pris tout leur accroissement; ce qui a fait prendre bien des équivoques aux Naturalistes.

5° Le plumage des mâles est dans la plupart si différent en couleur de celui des femelles, qu'ils semblent d'une autre espèce: cette différence s'observe plus rarement dans les quadrupèdes: elle est cependant frappante dans ceux que l'homme n'a point rendus esclaves.

6° La domesticité a si fort contribué à adoucir les teintes primitives, qu'il est quelquefois difficile de rapporter l'origine des animaux privés, à leur véritable souche: le mouflon & le bouquetin nous en fournissent un exemple; selon M. De Buffon, l'un est la souche des brebis & l'autre celle des chèvres (*n*): la couleur primitive est fauve; tandis que dans les descendans apprivoisés elle est beaucoup diversifiée & blanche dans la plupart.

7° La vieillesse fait aussi changer & même blanchir la couleur de la robe de quelques quadrupèdes & le plumage de quelques oiseaux. Nous observons que les chevaux gris deviennent en vieillissant tout-à-fait blancs; on a encore observé des corbeaux, des chardonnerets & des ortolans qui étoient devenus blancs en avançant en âge.

(*n*) Voy. De Buffon, *Disc. sur la dégénération des animaux*; & les artic. *mouflon & bouquetin*.

8° Les oiseaux métis qui sont assez fréquens prouvent par la couleur de leur plumage la mésalliance de leurs parens, elle est ordinairement moins foncée, c'est ce que j'ai observé dans différentes espèces d'oiseaux & surtout dans des perdrix venues de la bartavelle & de la grise, leur plumage tenoit à la couleur des deux familles, mais avec des teintes plus douces.

Ces considérations semblent nous faire entrevoir que généralement la couleur est dans le règne animal un caractère de force. En effet, si nous observons la couleur blanche dans les animaux sur lesquels le climat n'a aucune influence, on la reconnoît comme une dévise de la dégénération ou du dépérissement de l'animal: elle est ordinairement accompagnée d'imperfections: aussi ces animaux sont-ils foibles, mal sains & de la nature des plantes étiolées. C'est pour cette raison qu'on bannit des haras les étalons qui ont des couleurs lavées. Nous remarquons au contraire que les animaux féroces ont ordinairement des teintes brunes de même que les oiseaux de proie.

Je conviens qu'on est bien éloigné de pouvoir généraliser ces considérations qui sont très-sujettes à des exceptions. Je ne voudrois pas cependant que l'habitude de considérer la couleur dans les animaux comme un attribut accidentel, fît abandonner l'examen qu'on pourroit en faire.

Analogie des couleurs du règne animal avec celles du végétal.

Si les couleurs dans le règne animal étoient un caractère accidentel & équivoque, comme la plupart des Naturalistes les ont envisagées, il en faudroit conclure qu'elles sont l'ouvrage du caprice & du hasard: mais il est raisonnable de penser que

la Nature s'écarte ici de la règle qu'elle suit invariablement dans toutes ses autres productions ? Si elle agit d'une manière constante par rapport aux couleurs du règne minéral & du végétal, pourquoi se démentiroit-elle à l'égard de celles du règne animal? Il est donc à présumer qu'elle emploie la même cause productrice, & qu'elle garde constamment les mêmes loix que dans les deux autres règnes.

L'observation vient à l'appui de nos conjectures; nous observons un si grand nombre de rapports entre les productions du règne animal & celles du végétal, qu'il n'y a pas lieu de douter de la grande analogie de ces deux règnes. La raison de cette analogie est que les animaux tirant entièrement leur nourriture des végétaux, ils en acquièrent quelques principes, ce qui est démontré par l'analyse chimique à l'égard d'un grand nombre de substances. De plus quelques végétaux contiennent déjà la substance animale toute formée, & si le travail de l'animalisation produit des substances qui n'ont jamais existé parmi les végétaux, c'est que ces nouvelles substances sont plutôt des résultats de la décomposition des principes des végétaux, que nous ignorons encore, & ce sont probablement nos procédés pour l'extraire qui contribuent à nous tenir cachée la marche que la Nature suit pour les former (*o*). On peut donc croire avec raison que les substances végétales contribuent aussi à la couleur des animaux: en effet, les moutons, les poulets, les pigeons nourris pendant quelque tems avec de la garance ont les os parfaitement

(*o*) On peut consulter les belles expériences de MM. Berthollet & de la Métherie sur ce sujet.

rouges, comme MM. Halles & Duhamel l'ont observé (*p*). Il n'y a cependant personne qui ait poussé jusqu'à présent les expériences au point d'obtenir ou le changement de la robe dans les quadrupèdes, ou celui du plumage dans les oiseaux; changement néanmoins qui ne paroît pas impossible. M. Busching (*q*) assure qu'il y a des paturages qui font changer la couleur aux brébis; que les blanches qu'on met en paturage dans la Norvège, près de l'île nommée l'Illedimen, deviennent noires en peu de tems; & que les premières taches noires viennent aux pieds, augmentant jusqu'à ce que toute la laine y ait reçu la même couleur; ce qui laisse quelque doute sur ce rapport, c'est que le célèbre Linné n'a point parlé, que je sache, de cette particularité dans ses ouvrages, quoiqu'il s'agisse d'un fait qui arrive dans sa patrie.

En faisant attention aux changemens que les eaux produisent dans la couleur des sucs végétaux, l'on est porté à croire qu'elles doivent faire le même effet sur celle des animaux. Aristote (*r*), Pline (*s*), Eudicus (*t*), Théo-

(*p*) *Mém. de l'Acad. R. des Scien. année* 1746.

(*q*) Géographie Tom. II.

(*r*) *Aquarum item diversarum usu nonnulla (animalia), suos immutant colores: alibi enim candida, alibi nigra redduntur. Sunt etiam aquae multis in locis, quas cum oves biberint, moxque inierint, nigros generent agnos: ut in terra Assyritide agri Chalcidici Thraciae facit amnis, quem prae nimia frigiditate Psycrum vocant. Et in Antandria quoque duo sunt fluvii, quorum alter candorem, alter nigritiam pecoribus facit. Scamander etiam amnis flavas reddere oves creditur: quamobrem Xantum pro Scamandro nuncupatum ab Homero autumant.* Aristot. de Hist. animal. lib. 3. cap. XII.

(*s*) *In Falisco omnis aqua potata candidos boves facit: in Boeotia amnis Melas oves nigras; Cephisus ex eodem lacu profluens albas, rursus nigras Peneus, rufasque, juxta Ilium Xanthus unde & nomen amni.* Plin. lib. 2. Hist. Natur.

(*t*) *Eudicus in Hestiaeotide fontes duos tradit esse, Ceronem ex quo bibentes oves nigras fieri, Melan ex quo albas, ex utroque autem varias.* Plin. in lib. 31.

phraste (*v*) attribuoient les changemens de couleur qu'ils observoient dans le poil des bœufs & dans la laine des brebis (du noir au blanc & du blanc au noir), à la qualité des eaux qu'ils buvoient de quelques fleuves & fontaines particulières.

Ces faits sont assez intéressans pour laisser désirer d'en avoir de justes connoissances, mais malheureusement depuis Aristote & Pline aucun Naturaliste n'en a plus fait mention; & la Phrygie, la Grèce, la Thrace & les autres contrées arrosées par le Scamandre, le Céphise, le Céron &c., autrefois si florissantes nous sont à présent trop inconnues pour être dans le cas de vérifier les rapports que nous ont fait à cet égard ces anciens Ecrivains.

Enfin si nous en croyons M. Klein, le fluide électrique paroît aussi avoir beaucoup d'action sur la couleur des animaux: il nous assure qu'en électrisant pendant six mois un chardonneret, il est parvenu à lui faire changer entièrement la couleur naturelle de son plumage (*x*); ce fait paroît être confirmé par l'expérience que le Prince Demetrius de Gallitzin a rapportée à l'Académie Impériale de Petersbourg, & qui nous apprend que d'une quantité d'œufs qu'il avoit mis à couver artificiellement, ceux qu'il a électrisés pendant quelque tems ont éclos plutôt, & ont donné des poussins noirs, tandis que ceux qui ne l'ont pas été, en ont donné de blancs & ont éclos plus tard.

(*v*) *Theophrastus in Thuris Crathim candorem facere, Sybarim nigritiam bobus ac pecori*. Loc. cit.

(*x*) Klein, *ordo avium* pag. 93 & De Buffon *hist. des oiseaux*, à l'article du chardonneret.

Les observations que je viens d'exposer, semblent nous prouver que les animaux peuvent subir des changemens dans leurs couleurs par la diversité de leur nourriture, par la différente qualité des eaux & par quelques autres causes.

Le principe de la couleur doit donc être inhérent dans les animaux, comme il l'est dans les plantes, & capable de changemens & de modifications.

Or puisque nous avons observé que le fer diversement modifié dans les plantes est la cause de leurs couleurs aussi-bien que de presque toutes celles du règne minéral, je devois aussi le regarder comme le véritable principe des couleurs animales. C'est ce qu'il falloit démontrer par l'expérience, & c'est aussi ce que je vais faire dans la seconde Partie.

SECONDE PARTIE.

ANALYSE

DES SUBSTANCES COLORANTES ANIMALES.

EXPÉRIENCES

Sur les verres colorés par ces substances.

Il est bien permis aux Physiciens de former des doutes sur les raisonnemens systématiques, mais ils n'ont pas le même droit à l'égard des faits qu'on a examinés avec la plus scrupuleuse exactitude, & dont on a détaillé le procédé: puisque chacun peut alors se convaincre à son gré de leur certitude. Je me persuade donc que les expériences que je vais rapporter sur les verres colorés par les substances animales seront à l'abri de tout reproche. Si quelqu'un souhaite les répéter, il n'a qu'à suivre exactement la méthode que j'ai employée & que j'indique en détail, pour en obtenir les mêmes résultats.

Substances animales soumises à l'expérience.

De quadrupèdes	D'oiseaux	De crustacées.	D'insectes	Zoophytes	Substances liquides.
Laine blanche) de Laine noire)brébis Crin blanc) de Crin noir) cheval	Plumes blanches) de Plumes noires)poulet Plumes noires de corbeau. Plumes brunes de duc.	Coquilles d'écrevisses.	Cochenille du Mexique. Cochenille de Pologne. Kermès de Provence. Grillons. Hannetons.	Corail blanc. Corail rouge. Corail noir.	Sang. Lait. Bile. Encre de sèche.

Parmi toutes ces substances on peut aisément reconnoître presque toutes les couleurs principales, à la seule exception du bleu & du vert. Ces deux couleurs, dont la dernière surtout semble appartenir au règne végétal, se trouvent rarement dans le règne animal, puisqu'on ne les observe qu'en quelques oiseaux & principalement dans ceux des deux Indes; substances par conséquent trop rares pour pouvoir s'en procurer une assez grande quantité & les soumettre à l'expérience. Il a donc fallu m'en tenir à celles que je viens d'indiquer dans la table.

Pour commencer mes expériences sur ces substances animales, 1° j'en ai *incinéré* & calciné un très-grand nombre.

2° J'en ai examiné les différentes chaux avec l'aimant, pour m'assurer si elles contenoient du fer libre.

3° Je les ai dissoutes séparément dans de l'esprit de sel marin; & après les avoir filtrées, j'y ai versé de l'alkali phlogistiqué pour en reconnoître le précipité.

4° J'ai associé ces chaux avec des substances vitrifiables, savoir avec des cailloux, des cristaux de roche, du verre pilé &c. j'ai poussé ces mélanges jusqu'à la vitrification, afin d'en reconnoître les différentes couleurs dans les verres, employant le sel de tartre pour en aider la fusion. Tous ces articles vont être traités séparément.

Incinération & calcination.

C'est dans des vases de terre réfractaire ouverts & parfaitement exempts de toute substance métallique, que j'ai brûlé les substances animales solides, poussant le feu

jusqu'à la calcination la plus complète, & me servant toujours de baguettes de verre pour en remuer les chaux (*a*).

Quant aux substances liquides, telles que le sang, le lait, la bile & l'encre de sèche, je les ai concentrées jusqu'à siccité dans des vases de verre, & calcinées dans des creusets avec les mêmes précautions que ci-devant.

Examen par l'aimant.

Dans beaucoup de cendres soit végétales soit animales le fer se trouve dans un état presque métallique: voici les substances animales, dans lesquelles j'en ai reconnu sous cette forme avec l'aimant.

Dans le sang.
Dans les plumes de corbeau.
Dans celles de duc.
Dans la cochenille.
Dans la laine noire.
Dans les coquilles d'écrevisses.
Dans la chaux de hannetons.
Dans celle de grillons.

(*a*) Je n'ai pas examiné les produits aériformes de ces substances, dont l'odeur étoit insupportable comme celle de toutes les matières animales brûlées.

Des précipités obtenus par les différentes substances animales calcinées.

J'ai pris douze grains de chaque chaux animale; j'y ai versé jusqu'à saturation de l'acide marin affoibli avec trois parties d'eau distillée; j'ai filtré la liqueur, ensuite j'y ai versé de l'alkali phlogistiqué pour en reconnoître les précipités (*b*).

Toutes ces substances m'ont donné du bleu de Prusse, avec la seule différence dans la quantité, qui étoit plus ou moins abondante, selon les différentes substances.

Pour être assuré de mes résultats, quoique l'acide marin dont je me suis servi fût absolument pur, de même que l'alkali phlogistiqué, j'ai commencé par verser de l'alkali phlogistiqué dans l'esprit de sel marin affoibli, & je n'ai pas vu le moindre changement dans la couleur, ni aucun précipité, même après quelques heures (*c*). Je me suis toujours servi du même alkali phlogistiqué & du même acide marin pour les expériences dont voici les produits.

(*b*) Beaucoup de ces chaux éprouvées avec la solution de galle donnèrent la teinture noire; celle de sang & celle d'écrevisses furent les plus marquées.

(*c*) Je sais très-bien que quelques Chimistes croient d'après Schéele que l'on ne peut avoir de l'alkali phlogistiqué tout-à-fait exempt de fer: mais ce que je prétends ici, c'est que celui que j'ai employé ne prenoit aucune couleur décidée avec l'acide marin.

Chaux soumises à l'expérience.	*Couleur des mêmes chaux.*	*Precipités obtenus par la dissolution de ces chaux dans l'acide marin avec l'alkali phlogistiqué.*
De laine noire	feuille morte . .	beau bleu très-abondant.
De laine blanche . . .	gris de fer . . .	bleu moins abondant que le précédent.
De crin noir de cheval .	d'un brun ocracé .	bleu peu abondant.
De crin blanc de cheval .	gris fauve . . .	bleu moins abondant que le dernier.
De plumes noires de poulet	d'un brun jaunâtre .	précipité bleu très-abondant.
De plumes blanches de poulet	gris d'acier . . .	bleu peu abondant.
De plumes de corbeau . .	brun tirant sur l'ocre	bleu très-abondant.
De plumes de duc . . .	canelle	moins abondant que celui des plumes noires de poulet.
De coquilles d'écrevisses .	fleurs de pêcher .	bleu le plus foncé & le plus abondant de tous.
De la cochenille du Mexique	d'un brun rougeâtre	bleu très-abondant.
De la cochenille de Pologne	d'un brun clair . .	bleu médiocre.
De kermès de Provence .	brune	bleu comme le précédent.
De hannetons	gris de lin . . .	bleu très-abondant.
De grillons	fleur de pêcher .	de même.
De corail rouge (*d*) . .	blanche	de même.
De corail blanc	d'un gris clair . .	bleu presqu'aussi abondant que les trois précédens.
De corail noir	noire	bleu très-abondant.
De sang	d'un rouge briqueté	de même.
De lait	fleur de pêcher pale	bleu assez abondant.
De la bile	verdâtre	bleu très-considérable.
D'encre de sèche . . .	noire	bleu peu abondant, à cause que l'acide marin a très-peu dissous de cette chaux.

(*d*) J'ai cru intéressant de faire remarquer ici quelques particularités que le corail présente lorsqu'on le dissout dans l'acide nitreux.

Le corail rouge se dissout entièrement dans l'acide nitreux, à la seule exception de la couche extérieure; la dissolution étant presque achevée on voit flotter sur la liqueur cette espèce d'écorce mince & vide semblable à la peau d'un ver qui s'en est dépouillé.

Le corail blanc s'y dissout entièrement.

Le noir n'est dissout par aucun des acides. Si on le plonge dans l'acide nitreux

L'on a une preuve de l'existence du fer dans toutes les chaux animales par le précipité bleu plus ou moins abondant que j'en ai obtenu; & quoiqu'on ne le trouve pas toujours dans un état métallique, comme nous avons observé ci-devant, n'étant que dans quelques-unes attirable à l'aimant, il ne laisse pas d'y exister en forme de chaux & différemment modifié par les substances salines & terreuses qui y sont mêlées.

De la vitrification des substances animales.

Pour faire passer à la vitrification les différentes chaux animales je ne me suis pas indifféremment servi de toute substance vitrifiable & de tout fondant: j'ai eu la précaution de n'employer que des tuyaux de baromètre de verre blanc réduit en poudre très-fine ou de caillou bien pur, quelquefois aussi de cristal de roche: quant aux fondans je n'ai fait usage que du sel de tartre; ayant expressément exclu le borax & le nitre pour les raisons que j'ai rapportées ailleurs (*e*). Je me suis servi de creusets d'argile de Castellamonc, qui ne donnent aucune couleur. J'ai aussi employé quelquefois des scorificatoires dont on se sert pour les essais des mines, & qui sont composés d'argile pure avec de la stéatite. J'ai usé de toutes

---

affoibli, on le voit s'exfolier à plusieurs couches à l'instar des os qui ont été présentés à l'Académie par M. Perenotti, (*Mém. de l'Acad. R. des Scienc. de Turin an.* 1784-85 tom. 2 pag. 339 & suiv.) ou de quelqu'autre branche de végétal.. Cette différence m'a fait soupçonner que cette substance nommée improprement corail noir n'appartient probablement pas au règne animal, comme les deux autres.

(*e*) *Journal de Physique, année* 1782.

ces attentions pour éviter tout reproche sur la couleur produite dans les verres par les chaux animales. Pour être encore plus assuré de mes résultats, j'avois soin toutes les fois que je mettois au fourneau de la verrerie mes creusets contenants les chaux colorées, d'y en mettre aussi un de la même qualité où il n'y avoit que du verre pulvérisé ou de caillou avec du sel de tartre, pour servir d'étalon, & je n'ai jamais observé la moindre trace de couleur dans aucun de ces derniers creusets. Une autre précaution que j'ai prise encore, ç'a été de faire cinq ou six essais doubles, les unes dans des creusets & les autres dans des scorificatoires; & j'ai obtenu dans la couleur des substances vitrifiées des résultats très-conformes qui m'ont fait juger que mes expériences étoient aussi de ce côté sans reproche.

J'ai préféré de mettre les creusets dans le fourneau de la verrerie pour avoir une chaleur égale & constante; & j'ai trouvé que huit à douze heures suffisoient ordinairement pour que les essais qu'ils contenoient fussent réduits en verre.

Pour éviter des répétitions & pour que l'on puisse voir d'un coup d'œil les résultats obtenus de ces différentes substances, j'ai formé la table suivante qui indique les proportions & les quantités des substances employées, de même que les couleurs obtenues après la vitrification. La dernière colonne contient quelques remarques sur l'opacité ou la transparence de ces verres.

Tableau des différentes substances animales vitrifiées.

Mélanges	*Proportions* Drach.	Grains	*Résultats*	*Couleurs*	*Remarques*
Laine noire . . . Caillou . . . . Sel de tartre . .	3 2 2		verre	vert obscur noirâtre	opaque.
Laine noire . . . Verre pulvérisé . Sel de tartre . .	3 2 2		substance vitreuse	vert noir .	opaque.
Laine blanche . . Caillou . . . . Sel de tartre . .	3 2 1		vitreufe	blanche avec teinte verte.	comme un mauvais émail.
Laine blanche . . Verre pulvérisé . Sel de tartre . .	2 2 1		vitreuse	blanche avec une légère teinte de vert	opaque comme un émail.
Crin noir de cheval Cristal de roche . Sel de tartre . .	2 2 1		vitreuse	verdâtre obscur.	opaque.
Crin noir de cheval Verre pulvérisé . . Sel de tartre . .	2 2 1		vitreuse	vert fauve	opaque.
Crin blanc de cheval Cristal de roche . Sel de tartre . .	2 1 1		vitreuse	blanche tirant sur le bleu clair.	comme un émail.
Plumes noires de poulet Verre pulvérisé . Sel de tartre . .	2 2 1		vitreuse	noire comme le jais	opaque comme une espèce d'émail.
Plumes blanches de poulet . . . . Verre pulverisé . Sel de tartre . .	2 2 1		vitreuse	blanche avec l'œil bleuâtre	opaque comme un émail.
Plumes de corbeau . Caillou . . . . Sel de tartre . .	3 2 1	36	verre . . .	tirant sur le bleu.	opaque émaillé.
Plumes de duc . . Verre pilé . . . Sel de tartre . .	1 1	36	verre . . .	maron. .	opaque comme un émail.

Mélang s	*Proportions* Drach.	Grains	*Résultats*	*Couleurs*	*Remarques*
Plumes de duc . .	1		verre . . .	vert-jaunâtre	opaque.
Cristal de roche .	1				
Sel de tartre . .		36			
Coquilles d'écrevisses	2		substance vitreuse	violette .	la fubstance étoit friable.
Verre pulvérisé .	2				
Sel de tartre . .	1				
Coquilles d écrevisses	2		le tout comme ci-devant.		
Cristal de roche .	1	36			
Sel de tartre . .	1				
Cochenille du Mexique	2		substance vitreuse	rouge jaunâtre. . .	la matière étoit opaque & boursouflée & les bords émaillés en blanc.
Cristal de roche .	2				
Sel de tartre . .	1				
De la même cochenille	1	36	vitreuse	maron jaunâtre. . .	la matière s'est boursouflée, & la surface étoit émaillée en blanc.
Caillou	1	36			
Sel de tartre . .	1				
De la même cochenille	1		vitreuse	maron.	émaillé.
Verre pulvérisé . .	1				
Sel de tartre . .		36			
Kermès de Provence	2		vitreuse	blanche & rougeâtre.	comme un émail blanc dont le fond étoit coloré en rouge de brique.
Cristal de roche .	2				
Sel de tartre . .	1				
Hannetons . . .	1	36	verre . . .	olivâtre.	opaque & émaillé.
Verre pilé . . .	1	36			
Sel de tartre . .	1				
Grillons		25	verre . . .	violet foncé	transparent.
Verre pilé . . .		25			
Sel de tartre . .		25			
Corail rouge . . .	2		substance vitreuse	rouge & violette . .	la substance s'est boursouflée.
Verre pilé . . .	2				
Sel de tartre . . .	1				
Corail rouge . . .	1		vitreuse	rouge & violette . .	boursouflée.
Cristal de roche .	1				
Sel de tartre . .		36			
Corail blanc . . .	2		vitreuse	d'un blanc-azuré.	friable.
Caillou	2				
Sel de tartre . .	1				

Mélanges	*Proportions* Drach.	Grains	*Résultats*	*Couleurs*	*Remarques*
Corail blanc . . . Cristal pilé . . . Sel de tartre . . .	1 1	 36	comme le précédent.		
Corail blanc . . Cristal de roche . Sel de tartre . .	1 1	 36	substance vitreuse	d'un blanc-mat	friable.
Corail noir . . . Verre pilé . . . Sel de tartre . . .	1 1	36 36 36	verre très-beau	pourpre .	transparent.
Sang de bœuf . . Verre pilé . . . Sel de tartre . . .	5 5 2		verre . . .	rouge & vert-jaunâtre.	La surface étoit tout-à-fait rouge & le verre opaque.
Sang de veau . . Verre pilé . . . Sel de tartre . . .	1 1	 36	beau verre	rouge & vert-jaunâtre.	A taches dans la substance du verre.
Lait calciné . . . Caillou . . . . Sel de tartre . . .	3 2 1	 36	substance vitreuse	d'un blanc-azuré.	friable.
Le même mélange à un plus long feu			verre . . .	d'un blanc-mat	un véritable émail.
Lait calciné . . . Verre pilé . . . Sel de tartre . . .	2 2 1		verre . . .	d'un beau blanc.	comme un émail.
Bile calcinée . . Verre pulvérisé . . Sel de tartre . .	1 1	 36	verre . . .	d'un mordoré verdâtre.	opaque & émaillé.
Encre de sèche . . Verre pulvérisé . Sel de tartre . .	1 1	 36	verre . . .	noir un peu jaunâtre au bord.	opaque émaillé.

La plus grande partie des échantillons de ces différens verres ont été présentées à l'Académie.

Ce Tableau nous présente le résultat de toutes les substances animales colorantes poussées à la vitrification, & nous fait voir que les verres ont été colorés de la même couleur que les substances employées *(e)*. Il nous démontre encore 1° que les substances blanches telles que la laine, les plumes, le corail & le lait ont donné des espèces d'émaux parfaitement blancs: 2° que celles qui contiennent le plus de fer ont donné des couleurs plus foncées, telles que le sang, les coquilles d'écrevisses, la laine noire & les plumes noires.

Comme l'objet que je me suis proposé étoit d'examiner uniquement les couleurs animales, je n'ai pas fait une analyse chimique pour déterminer la proportion des composans de chaque chaux; mais j'ai reconnu qu'elles contiennent presque toutes de l'alkali minéral, du fer, de la magnésie, de l'acide phosphorique & du phosphate calcaire. Je n'y ai point reconnu de la manganèse, mais quoiqu'on parviendroit à y en découvrir, comme il est arrivé à M. Schéele dans les cendres végétales *(f)*, cela n'auroit rien de commun avec mon sujet; car mes expériences démontrent que les couleurs animales comme les vé-

(*e*) Comme on observe quelque petite différence dans la nuance de la couleur d'une même substance, selon que l'on emploie le cristal de roche, le verre pilé ou le caillou dans la composition des verres, ceux qui voudront répéter mes expériences devront toujours employer dans les essais des différentes substances colorantes la même matière, pour être à même de bien juger; & s'ils font usage du cristal de roche, ce ne sera pas une précaution inutile que de le cohober après la calcination avec l'acide marin pour le dépouiller des parties ferrugineuses qu'il contient. MM. Bergman & Kirvvan en ont trouvé dans les morceaux même les plus transparens.

(*f*) *Mémoires de Chimie de Schéele.* Edition françoise, pag. 106 tom. I.

gétales sont fixes au feu, & qu'elles conservent à la vitrification leur couleur primitive.

Quoique les couleurs animales soient dues au fer contenu dans ces cendres, je me propose cependant de résoudre deux difficultés qui paroissent naître de mes expériences.

La première est d'expliquer pourquoi le sang & la bile conservent dans le verre leur couleur naturelle, tandis que l'un & l'autre contiennent du fer. Il suffit de répondre que le fer préparé par différens menstrues donne des couleurs différentes. En effet, par le grand nombre d'expériences que j'ai faites sur des chaux de fer préparées avec différens menstrues, j'ai obtenu des verres de couleurs fort différentes: je me réserve d'en rendre compte dans un autre mémoire (g).

La seconde difficulté est, pourquoi la chaux de la laine blanche, des plumes blanches & du lait donnant par l'alkali phlogistiqué du bleu de Prusse & contenant par conséquent du fer, ne manifeste-t-elle dans la vitrification aucune couleur, & pourquoi est-elle blanche comme de l'émail? Je réponds 1° que le fer est moins abondant dans ces précipités, & que l'alkali phlogistiqué en décèle la plus petite partie: 2° qu'il est peut-être dans un état de chaux rendue apire par les substances qui y sont mêlées: 3° que la terre calcaire ou quelqu'autre terre y est plus abondante, & qu'elle forme cet émail en masquant la couleur que le fer auroit pu y donner. On en a d'ailleurs des exemples dans le règne minéral: beau-

---

(g) Konckel avoit déjà observé les différentes couleurs que le fer donnoit au verre, selon les menstrues avec lesquels il étoit préparé, & il s'étoit servi avec succès de ces différentes préparations dans ses travaux sur la verrerie. *Voyez art. de la verrerie.*

coup de corps qui contiennent des substances ferrugineuses, ne présentent aucune couleur, mais ils sont parfaitement blancs, comme la mine de fer blanche & quantité de pierres.

Pour voir si le fer étoit la cause exclusive de la couleur que les chaux animales donnoient dans la vitrification, j'ai fait l'expérience suivante. J'ai pris 5 drachmes de coquilles d'écrevisse calcinée, je les ai dissoutes dans l'acide marin jusqu'à saturation; la liqueur filtrée m'a donné avec l'alkali phlogistiqué du bleu de Prusse en abondance, & a laissé sur le filtre un résidu de 17 grains. J'ai mêlé ce résidu avec une partie égale de verre pulvérisé & avec 10 grains de sel de tartre; & ayant poussé ce mélange jusqu'à la vitrification, j'ai obtenu un verre tout-à-fait blanc comme l'émail, tandis que la chaux non édulcorée unie à ces substances, & poussée au même degré de feu m'a donné un verre de couleur violette.

La chaux de laine noire traitée de la même façon, c'est-à-dire, dissoute dans l'acide marin m'a offert un singulier phénomène. C'est que la portion restée sur le filtre, associée comme la précédente avec du verre pilé & du sel de tartre, & poussée à la vitrification, m'a donné un verre rouge comme du sang, pendant que la chaux de laine noire produit un verre presque noir (*voyez la table*).

J'ai soupçonné tout de suite que cette couleur rouge étoit due à une petite portion de fer qui n'ayant pas été enlevée par l'acide marin, & se trouvant dans un état de plus grande division avoit donné une couleur moins intense. Pour cet effet j'ai cohobé plusieurs fois de l'acide marin sur la même chaux jusqu'à ce que la dissolution mêlée avec l'alkali phlogistiqué ne donnant plus ni couleur bleue ni couleur verte, m'assurât si j'a-

vois enlevé tout le fer: j'ai soumis à la vitrification la substance qui étoit restée sur le filtre avec du verre & du sel de tartre, & ai obtenu un verre sans couleur, au lieu que la même chaux non purgée m'a donné un verre d'un vert noirâtre.

J'ai fait la même expérience sur une once de sang de bœuf calciné, en usant les précautions indiquées: j'y ai versé de l'acide marin & l'ai fait digérer à petit feu pendant quelques jours, & la liqueur décantée m'a donné de bleu de Prusse en abondance: j'ai ensuite versé du nouvel acide marin, j'ai séparé de nouveau la liqueur que j'ai toujours essayée avec l'alkali phlogistiqué jusqu'à ce qu'elle ne me parût plus être changée en bleu par l'alkali prussien. Après cela j'ai filtré le résidu, lequel poussé dans un creuset au feu de la verrerie avec une partie égale de verre pulvérisé & avec la moitié de son poids de sel de tartre, m'a donné un beau verre transparent, mais où l'on voyoit entrelassées des stries soyeuses de couleur violette, comme seroient des filamens ou de l'amianthe que l'on aperçoit quelquefois dans le cristal de roche. Ce verre confronté avec un autre composé dans les mêmes proportions avec du sang non édulcoré, présentoit une différence très-remarquable, car celui de sang non édulcoré étoit opaque rouge de couleur de minium entremêlé de vert-jaunâtre sur les bords; l'autre au contraire étoit transparent & clair, & n'avoit que ces filamens groupés dans le corps du verre, que les partisans des molécules organiques auroient très-bien pu distinguer dans cette substance.

Sur le doute que cette petite portion de rouge qui se trouvoit encore dans le verre, ne fût aussi due à quelque partie de fer dont je n'avois pu délivrer entièrement la chaux du sang, j'ai ré-

pété avec tout le soin possible cette importante expérience.

J'ai pris 6 drachmes de chaux de sang sur lesquelles j'ai versé une demi-once d'acide marin allongé avec 3 onces d'eau distillée ; j'ai tenu le mélange à une douce chaleur pendant seize jours, coulant chaque jour la liqueur que j'éprouvois avec l'alkali prussien, & remettant du nouvel acide marin sur la chaux; je n'ai plus vu alors se produire de la couleur par l'alkali phlogistiqué ; soupçonnant néanmoins que l'acide marin n'avoit plus de prise sur la chaux à cause d'une espèce de vernis que j'y observois, & d'après ce qui m'étoit arrivé dans l'expérience précédente, je me suis déterminé à calciner pour la seconde fois cette chaux qui pesoit 4 gros ; l'ayant donc soumise à la calcination dans un creuset de porcelaine, je l'ai trouvée du poids de 1 gros, 1 denier ; & l'ayant examinée avec une bonne lentille j'ai vu qu'elle étoit liée à grumeaux avec des points brillants comme du mâchefer, sans être attirable à l'aimant.

J'ai recommencé les cohobations avec l'acide marin, & j'ai été convaincu que la précaution de calciner cette chaux une seconde fois avoit été excellente, puisqu'éprouvée le premier jour avec l'alkali phlogistiqué elle m'a donné une quantité abondante de bleu de Prusse & d'une couleur très-foncée. J'ai continué encore pendant 32 jours les cohobations en laissant au feu de sable la liqueur & en changeant tous les jours l'acide marin, & j'ai éprouvé chaque jour avec l'alkali prussien la liqueur décantée qui s'est colorée jusqu'alors. Cette chaux bien lavée & séchée pesoit 39 grains $\frac{1}{2}$; avec une lentille on la voyoit, comme la précédente, à grumeaux luisans comme le mâchefer. L'ayant ensuite associée à une partie égale de verre pilé & à 18 grains de sel de tartre, & mis le mélange dans un scorificatoire au feu de la

verrerie pendant dix heures, j'ai obtenu un verre sans la moindre couleur rouge; le fond du creuset étoit un peu terne, ce que je crois devoir attribuer à quelque terre apire qui est dans le sang.

Je pense d'après ces expériences 1° que les Physiciens cesseront d'envisager le principe colorant du règne animal comme uniquement dû à ce qu'on appelle *phlogistique*, ou à l'air inflammable ou à la matière de la chaleur, mais que l'on tombera d'accord que ses couleurs sont dues au fer & que ce métal a autant d'aptitude à teindre le verre qu'il est plus dépouillé de phlogistique, ainsi que le célèbre Bergman nous l'a fait remarquer sur les chaux métalliques.

2° Que la variété de ces couleurs dépend de la différente modification de ce métal par les différens dissolvans, ou de son agrégation avec diverses substances.

3° Que le fer si généralement répandu dans la terre, dans les végétaux & peut-être dans l'air même, se trouve par conséquent aussi dans toutes les parties animales.

4° Enfin, que mes expériences pourroient contribuer à perfectionner l'analyse des substances animales; analyse encore très-imparfaite & qui est fort difficile, puisqu'on n'est pas maître d'enlever uniquement la substance qu'on désire. Mes dernières expériences sur le sang le prouvent assez; mon objet étoit d'enlever tout le fer, mais la terre calcaire s'est dissoute avec lui de même que l'alkali minéral & quelqu'autre substance inconnue: que si dans cette chaux il n'y eût point eu quelque substance apire, elle se seroit entièrement dissoute & réduite à rien à force de cohobations. J'invite donc les Chimistes à ne pas abandonner cette branche intéressante qui est la plus arriérée, pendant que les autres ont fait des progrès rapides.

FŒTUS OCTIMESTRIS

IN QUO MAXILLA INFERIOR IMMOBILIS, UVULA EXERTA, LINGULATA, OSQUE NECESSARIO APERTUM CUM LINGUA BIFIDA INCLUSA INVENIEBANTUR,

DESCRIPTUS

A JOANNE PETRO MARIA DANA.

Anno 1784 12 Decembris fœtum examinandum praebuit Joseph Carolus Fixorius pauperum hujus Civitatis Chirurgus & diligentissimus Obstetricator paullo ante a se ipso non sine difficultate eductum ex utero robustae mulieris infantes sanos jam pluries enixae. Monstrosi nihil in toto illius corpore apparebat, si os excipias, quod continuo apertum nulla adhibita externa vi claudi potuerat; sed ab hiatu suo extra labia protensam quamdam linguaeformem productionem (*Tab.* X. *fig.* 1. C) emittebat ita media posteriore, & inferiore sui parte ossibus accretam, ut inde dimoveri plane non posset. Tres hydatidicae vesiculae ad laevam (*fig.* 1. OOQ), & quarta ad dexteram (*fig.* 1. P) lingulatae productionis partem sitae, & a cavo oris prodeuntes reliquam oris hiantis apertionem pene obturare videbantur quin interna oris cavitas conspici posset. Plerique deinde rei Anatomicae, & Chirurgicae hujus Urbis Professores fœtum hunc viderunt. Inter quos Clarissimi Collegae nostri Franciscus Cigna, Jo. Antonius Penchienati, Jo. Antonius Baldi, aliique. Cumque judicaverim rei Anatomicae, Physiologicae, ac Medico-legali promovendae interesse ejusdem descriptionem, & deli-

neationem curare, utrumque perfeci anatomici prosectoris peritissimi D. Jacobi Peronae Collegii Chirurgiae Taurinensis Membri manu adjuvante; qui coram Cl. Baldi, Fixorio, aliisque pluribus Medicinae, & Chirurgiae cultoribus non sine omnium stupore praeternaturale osseum corpus secando eduxit (*fig.* 3) pone memoratam productionem lingulatam ita oblique in ore positum, ut ab ossium palatinorum posteriori & media parte ad interiorem mediamque posteriorem maxillae inferioris partem infigeretur; & ideo hanc immobilem redderet, osque adeo ipsum perpetuo hians servaret. Ex ipsa anatomica sectione constitit linguam bifidam in hoc fœtu intra os reconditam delituisse; (qualem exhibent *fig.* 2 & 4 *lit.* HI) nec vere linguam esse, sed potius uvulam linguae forma extra os ad pollicem circiter productam id, quod linguae faciem mentiebatur (*fig.* 1. & 2. *lit.* C). Ex glandulis duabus amygdalarum loco positis, quarum dextera major, magis oblonga, & osseo septo posterius adnata erat, petioli quatuor membranacei cavi proveniebant. Hi in oblongam vesiculam dilatati hydatides totidem extra os (OOPQ) pendulas efficiebant lymphatico humore transparenti plenas, excepta sinistra omnium superpositarum longiore, (*fig.* 1 *lit.*Q) quae humore rubicundo replebatur. Tertia circiter marginis labii inferioris media pars deficiebat, aut potius cum lingulata productione uvulae (C) confundebatur absque ullo praegressae exulcerationis vestigio; reliquus labii ejusdem margo ad angulos oris usque erat secundum naturam. Osseae utriusque maxillae parti dentibus emittendis destinatae obsignati, ac veluti impressi dentium alveoli apparebant. Maxillae inferioris symphisis ad mentum interne nondum perfecte coaluerat,

sed hiatum quemdam cartilagine utrinque tectum relinquebat duarum, aut trium linearum, qui immobiliter articulatam recipiebat extremitatem inferiorem ossei corporis praeternaturaliter existentis mox describendi, cujus iconem exhibet *fig.* 3 N.

Crassities hujus praeternaturalis ossei septi, sive laminae erat in media sui parte duarum fere linearum, in extremitate inferiore (N) triplo, in superiore (M) duplo major. Utrumque ejusdem extremum, ubi aliis ossibus junctum fuerat, cartilagine tegebatur: maxima ipsius septi longitudo pollicem cum semisse aequabat; structura satis compacta, firma, & spongiosa. Figuram ejus planatam, irregularem iconis (*fig.* 3) simplex aspectus satis exhibet, si addamus complanatam figuram versus extremitatem inferiorem in crassiorem subconcavam mutari, & fieri transverse trigonam, irregulariter tuberosam, foraminulo (K) praeditam pro vasorum trajectu; superiorem vero in oblique truncatam, minusque patentem. Ejusdem septi positus talis erat ut vomeris in naso directionem sequens pone uvulam lingulatam (C) oris cavum in duas partes aequales divideret. Firmiter superne jungebatur hoc septum cum media junctura portionis quadratae ossium palatinorum, quin aut inter se valde recederent, aut iisdem continuum foret, aut pro vomeris productione haberi posset; inferne vero cum symphysi interiore menti immobili articulatione figebatur eamdem inferius firmans, ut diximus, & maxillae inferioris elevationem plane prohibens. Proprio periosteo, spongiosa carne ad instar productionis (*c*) lingulatae uvulae, & membrana reliquo palati ossei fornici conti-

nua tegebatur osseum modo descriptum septum; quae omnia ante anatomicam sectionem nemo unquam detegere potuisset.

Linguae basis ab osse hyoide cartilagineo sustentata fere secundum naturam se se habebat. At versus mediam sui longitudinem fraeni loco ita lingua in duas aequales partes dividebatur, ut bifida plane fieret, (quemadmodum videre est *fig.* 2 *lit.* HI & *fig.* 4 *lit.* HIS); indeque suis duabus anterioribus extremitatibus, sive apicibus ad obtusum angulum divergentibus (*) locum veluti relinquebat descendenti monstrosae osseae productioni, seu septo ut ad genium figi posset. Linguae fraenum plane deficiebat. Porro anterius spectata lingua falcata apparebat apicibus liberis, utrinque deflectentibus versus latera osseae memoratae productionis, & inter hanc & basim ossis maxillaris jacentibus. Invisibilis quoque plane erat haec late bifida lingua, quamquam ore continuo aperto continebatur. Contra uvula ab ore eodem propendens molem naturali majorem adepta, & linguae exertae formam obtinens, licet digitis vix elongari, & nullo modo, naturalis more, dimoveri a situ posset, adeo belle linguam naturalem exhibebat, & aspectantibus imponebat, ut pro vera lingua habuerint plerique omnes, qui ipsam ante fœtus hujus sectionem anatomicam viderant.

Articulatio maxillae inferioris cum superiore, licet nihil praeternaturalis haberet, immobilitati tamen ipsius perfectae in hoc fœtu jungebatur propter perpendiculare illud osseum

(*) An inde conjici recte possit osseum hoc septum prius sub incremento duritiem acquisivisse, quam mollis linguae substantia, quae ob id bifida reddi debuerit, viderint alii. Mihi sane probabile admodum videtur.

monstrosum septum supra descriptum, cujus interpositione oris hiatus perpetuus sequebatur.

Patet inde monstrosos hujus generis foetus quoad caetera sanos in lucem editos ex descripto oris vitio suctionem, deglutitionem, & demum masticationem prohibente vitam diu ducere non posse. Nec aliam ob causam inter vitales reputari, nisi quia hactenus inauditam chirurgicam operationem ex observationibus nostris admittere, immo & poscere videntur. Sic enim ablato per sectionem opportunam praeternaturali corpore (*fig.* 3. K M) &, si adsint, hydatidibus (OOPQ *fig.* 1) resectis, simulque liberata a praeternaturalibus adhaesionibus uvula, sub apta producti ulceris curatione deglutitio, & propterea nutricatus obtineri poterunt: sic satis firma spes affulgebit ex superstitibus illaesis, agentibusque aliis muscularibus potentiis motus maxillae, & ossis hyoidis ita subsequi, ut functiones memoratae aliquomodo restituantur, vitaeque diutius agendae deinde opitulentur. Lac saltem, potiones, & reficientia per patulam inde redditam oris viam, aptorum infundibulorum juvante subsidio, ad perfectam ulceris sanationem ingeri poterunt, & evidentem interitus causam removere.

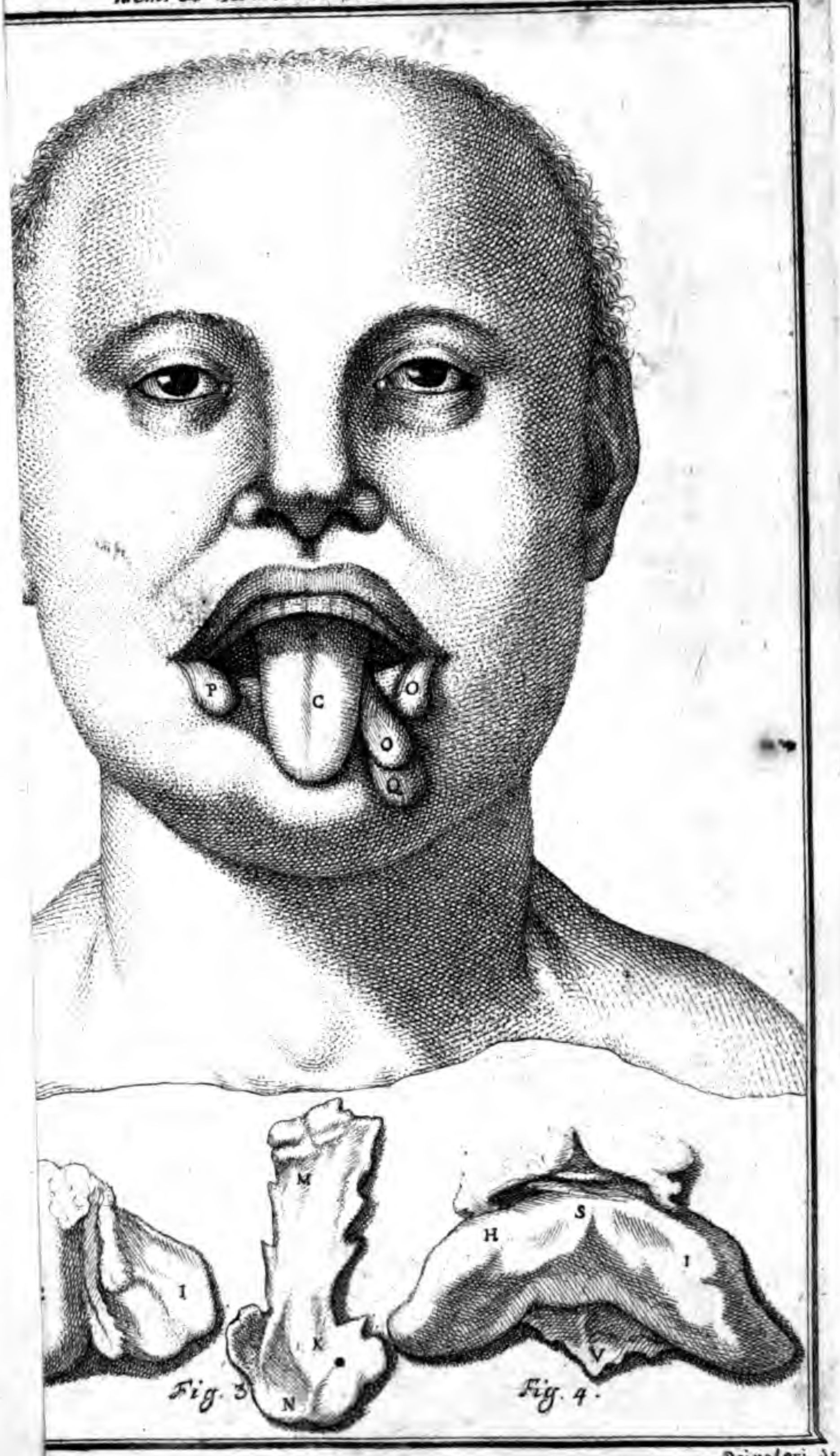
TABULÆ X. EXPLICATIO

Fig. 1. *foetus exhibet monstrosum, in quo observentur*
C. *Uvula linguae similis extra patens os producta.*
O O P Q. *Hydatides.*

Fig. 2. C. *Eadem uvula ex ore educta cum adjacentibus hydatidibus.*
H I. *Lingua in duas partes ad medium divisa.*

Fig. 3. K M N. *Osseum septum latiore extremitate inferiori* (N) *donatum.*

Fig. 4. HSI. *Lingua ex oris cavo sectione extracta usque ad mediam sui longitudinem* (V) *bifida.*



Peiroleri Sc.

JOANNIS PETRI MARIÆ DANA

DESCRIPTIO FŒTUS

ABSQUE PENE, ET VULVA ULTRA BIENNIUM VIVENTIS, OBSCURIQUE SEXUS IDEO HABITI.

Cum anno 1778 regio jussu Bellinianae rerum ad Historiam naturalem pertinentium collectioni examinandae, quae Buscae erat, me contulerim, in varia monstra, quorum jam prius descriptionem dederam (*a*), quaeque in eadem occurrebant animadvertens, eorum occasione ab adstantibus peritis viris Comite Alfassio Grimaldi de Bellino, & Carolo Falcono egregio Medicinae Doctore sciscitabar num quidpiam certi noscerent de hybrida equi, aut asini specie, quam clarissimus Bonnet, aliique in vicinis ibi convallibus minime raram esse scripserant, quaeque Gallis *Jumarre*, Pedemontanis *Gimerro*, Italis *Giumarro* audit; Quamquam vero nihil de hac re ex suis se observationibus affirmare iidem posse

(*a*) *Scelta di opuscoli interessanti. Tom. I. Torino* 1776.

faterentur; mihi tamen indicarunt in finibus proximi Vici Villafallettorum puerum pro hermaphrodito creditum *Calderae* nomine vivere, quem juvenis sana, & caeteroquin copiosae, ac laetae prolis mater ex robusto, altaeque staturae marito habuerat, & ex aliquo tempore, non sine multa erubescentia, monstruositatem ipsius studiose celans, uberibus adhuc alebat. Hinc rari hujusce phaenomeni observandi cupiditate motus una cum perillustri Aloysio Grimaldi Bellinorum, & Cellarum Comite, amicisque Viris doctissimis Carolo Falcono Medico, & Jo. Baptista Mazzucchi Regii Musaei antiquitatum tunc Directore ad ipsum invisendum puerum me contuli.

Infantem ideo admirabundi aspicere potuimus sexus plane dubii ob penis, vulvaeque defectum; imo viventem & valentem examinare licuit, quem inter mares utique adscribendum curaverant ad Sancti Baptismatis fontem, tum quod in re dubia masculorum conditio potior parentibus videretur, tum quia ob scroti, aut potius lineae raphe vestigia manifesta, & ob verisimilem testium in his futuram praesentiam probabilius ad mares pertinere ab ipsis crederetur. Porro in genitalibus tantummodo partibus, & hypogastrio monstruositas erat a nativitate, reliquo corpore secundum naturam apparente, altamque staturam promittente; herniosi quidpiam ad annuli abdominalis sedem (*Tab.* XI. *lit.* L) poterat conjectari. Umbilici apertio in plano inferiori, & pubi propiore in hypogastrio sita erat (A) quinque pollices distans a cordis scrobiculo.

Ipso sub umbilico haemisphaeroidea protuberantia supra uniformem abdominis convexitatem elata pollicaris altitudinis, & latitudinis bipollicaris observabatur (B), abdominalibus tegumentis facta, epidermide undique tecta, si ipsius partem infimam excipias, quae ob excoriationem, epidermide denudata apparebat. In parte hujus protuberantiae inferiori & laterali duae parvae ad pollicem inter se dissitae, (CC) mammillares prominentiae conspiciebantur ex visibili rotundo tenui foramine in ipsarum apice sito urinam continuo plorantes, quae supra majorem illam protuberantiam sub infantis conatibus, aut alia sub ventris valida compressione interdum continuo jactu inde prosiliebat, ut *lit.* CC *Tab.* XI. indicatur.

Sub memoratae majoris hemisphaeroideae protuberantiae margine inferiori convexo transversim posita ampla quaedam conspiciebatur curva fissura, unum pollicem & lineas tres lata, os veluti quoddam semilunatum exhibens hiatu (DDD) falcato sursum & antrorsum spectante.

Hiatus hujus labium aliud (DEED) inferne positum labio superiori latius erat, & semilunato limbo, seu margine sursum verso falcato donabatur; & fiebat semicirculari ampliori prominentia (IDEHKHDI); hanc vero, si placeat sic vocare, scrotum (HH) sursum, & ad latera veluti tractum, diductumque ossi pubis, & inguini anterius appositum, appressumque, nec ullo modo sub ipso propendens efficiebat. Glandulosa corpora, & probabiliter testes in hac prominentia continebantur (nam distinctius postmodum testes apparuisse parentibus per epistolam a Carolo Fal-

cono Medico illius urbis celeberrimo datam accepi) per ejus medium ad anum usque extensa linea raphe apparebat.

In media parte modo memoratae fissurae, seu oris (DDD) apertio, aut potius in hiatu ipso caeca cavitas aderat, e cujus medio balaniformis, carnosa, tenera substantia prominebat (FF), linguae adinstar, quae retracta ab hiantibus labiis intercipiatur. Imperviae scilicet humanae glandis superiorem extremitatem substantia ipsa referebat haec balanacea prominentia leviter depressa in medio suae latitudinis (G), sub qua insinuabat se se caeco fortasse fine desinens cavitas, sive productio illius oris interior (DDD). Utrum haec cavitas communicaret minimulis, & invisibilibus ostiolis cum cavitate vesicae urinariae, vel imi ventris merito dubitari poterat; licet enim, digitis depresso labio ipsius inferiore, per os illud urina jam repletum cavitas (DDD) evacuaretur; eademque urina proflueret ex ipsa ad breve tempus: quoniam tamen ex memoratis duabus mammillaribus superioris labii prominentiis continuo fluxu lotium in ipsius cavitatem descendere solebat; eamque madidam, exulceratamque servabat, quin ex ipsius fundo lotium prodire continuo fluxu observaretur ex se hiatus cavitatem repleturum absque subsidio lotii, quod a mammillaribus substantiis prostillabat, dubium remansit an tota cavi ipsius urina inde descenderet, vel pars saltem aliqua lotii ex invisibilibus meatibus cum ureteribus, vel cum vesica communicantibus suppeditaretur; idque eo vel magis quod caecae hujus cavitatis jam exulceratae fundum explorare non potuerimus prae maximo dolore, quo infans torquebatur quoties

vel diducere hiatus labia, vel specillo explorare hiatus internas partes volebamus. Putavit tamen Falconus, qui anno subsequenti rursus infantem explorare, suasque observationes humanissime mihi communicare non est dedignatus, aliquam hujus magni hiatus communicationem cum vesica verosimiliter adfuisse. Ego vero, cum ex compressa haemisphaeroidea prominentia in ploratibus, aut nisibus infantis nunquam ex ipso urinam prosiluisse viderim, sed unice ex binis memoratis mammillarium prominentiarum apertionibus prostillantem, vel prosilientem, has potius tamquam externos ureterum fines considerari oportere sum opinatus. Jam vero, quamvis post biennium infans interierit, & cito ex parentum voto sepulturae sit traditus, quin peroptatam anatomicam internam structuram ex prosectione assequi licuerit, in hac mea opinione pene confirmatus fui, ex quo perlegi Clarissimi Viri Josephi Flajani Philosophiae & Medicinae Doctoris, Chirurgi Pontificii alteram singularem observationem elapsis mensibus anni hujus 1786 Romae editam apud Fulgoni, quae reperitur pag. 131 & seq. addita libro, cui titulus est *Nuovo metodo di medicare alcune malattie spettanti alla Chirurgia*, & tribus adjectis aeneis tabulis illustratur. Attente siquidem ibi relata perpendenti nostrisque conferenti patebit nostram a sua, suamque a nostra observationem illustrari; utriusque ideo non inutile fore icones cum publico communicare; ut, si forte simile malum accidat, remediorum adhibendorum ratio inde queat expiscari, neve hoc monstruositatis genus aut sexus plane obscuri, aut vitalitatis nimis difficilis idaeam impertiantur. Et sane secuit ipse anno 1779 septuagenarium virum,

cui a nativitate structura monstruosa inerat ab externo hermaphroditi aspectu, ut ait, non valde absimilis; nempe vesica, pene, scroto, vulvaque carentem. Unde per totam vitam supra pubem spongiam gestare consueverat ad urinam recipiendam ne profunda inflammatio, & partium pubis exulceratio ex urinae acrimonia contingeret. Quo quidem ex morbo fortasse sublatus est puer Villafalletensis; qui molli spongia gestata, eaque per fasciam ex resina elastica in vesicae formam apte confectam continuo recepta, & a mammillaribus prominentiis (CC) ducta fortasse diutius servari potuisset. Verumtamen adnotavit Cl. Flajanus (ib. p. 132) a suo aegrotante relatum fuisse cutem abdominis, & pubis usque ad 14 aetatis annum albam, & levem, (ut in infante nostro erat) permansisse, sed loco pilorum pubis demum post 14 aetatis annum usque ad 24 sensim enatam fuisse sarcomatosam glandularem excrescentiam delineatam Tab. sua I (lit. AAA), per cujus apertiones BB (quarum sinistra altior erat dextera) continuo exibat urina ab ureteribus illuc desinentibus perpetuo adducta. Ossa pubis loco symphisis inter se diducta reperiebantur, ut Tab. III fig. VI repraesentavit. Insuper sinistrum vidit ipse renem dextro duplo majorem; in suo utriusque dilatata pelvis renalis cum appenso utroque uretere multo majorem naturali diametrum obtinente vicem quodammodo gerebat vesicae urinariae plane deficientis. Demum ipse Flajanus suam observationem publici juris merito faciendam censuit, quod fateatur pag. 135 se nullibi similem reperisse apud auctores. Ob hanc quoque causam nos ipsi nostram in externis certe admodum accedentem ad suam, & inservientem ad il-

lius illustrationem confirmationemque luce dignam judicaveramus, & ideo jam ab anno 1785 nostrae imaginem R. Scient. Academiae Taurinensi ostenderamus, qualem e vivente puero prius libentissime pixerat ingeniosissimus Vassallus Bernardi Buschensis ab amico D. Falcono Medicinae Doctore nomine, suasuque nostro rogatus, ut scientiae incremento nobis proposito faveret.

EXPLICATIO TABULÆ XI.

A. *Umbilicus*.

B. *Protuberantia hemisphaeroidea ex tegumentis facta.*

CC. *Mammillares prominentiae foramine pertusae, e quo stillare, & ex inspiratione, aut apta compressione prosilire urina consueverat.*

DDD. *Ampla, & profunda semilunata fissura, sive hiatus caeca cavitate donatus, urinam profluentem recipiens.*

F. *Balaniformis carnosa substantia intercepta in medio hiatus modo memorati* DDD *impervia*.

G. *Levis ejusdem depressio.*

IHHI. *Plica cutis abdominalis, ad scroti sedem (* HH *) extensa & cum ipso continua*.

K. *Lineae raphes vestigium.*

L. *Oblonga, molliuscula prominentia herniosi quidpiam subesse indicans*.

A
B
C
C
D
D
L
E
G
E
H
K
H

MÉMOIRE

SUR LA NATURE DE LA TERRE DU SPATH FUSIBLE.

PAR M. MONNET.

Je n'entrerai pas dans le détail de ce qui concerne les différences qu'il y a entre la nature des différentes espèces de spaths; elles sont assez connues (*a*), il me suffit d'observer que M. Schéele prétendoit que la terre du spath qui nous occupe, étoit tout simplement une terre calcaire combinée avec un acide particulier qu'il appeloit acide spathique, ce qui constituoit la nature de cette substance. On sait l'étonnante sensation qu'a faite la découverte de ce prétendu acide. Je dis l'étonnante sensation, parce qu'aucune des expériences sur lesquelles ce Chimiste se fondoit pour établir sa prétention, n'étoit ni concluante, ni juste. C'est ce que je démontrai pour des personnes non prévenues, en 1777 dans un Mémoire imprimé dans le Journal de Physique, Tome X, où je fis voir que ce que M. Schéele avoit pris pour un acide particulier, n'étoit que l'acide même qu'il avoit mis sur cette substance, qui s'étoit élevée dans la distillation & qui avoit emporté une portion de la terre du spath, avec laquelle il s'étoit uni assez intimément pour prendre un caractère & des propriétés qu'il n'a pas dans son état naturel. Je me propo- Lu le 20 mai 1787.

(*a*) Parmi les spaths que nous avons en vue ici, on en distingue de violets, de verds & de verdâtres ou couleur d'aigue marine. Les uns sont massifs & disposés en feuillets, & les autres cristallisés en cube & demi-transparens; celui dont je me suis servi étoit de cette forme & de cette dernière couleur; il venoit de Ste. Marie-aux-mines.

sai alors d'examiner en particulier la terre même du spath, pour découvrir, s'il étoit possible, sa nature & ses propriétés singulières. Peu de tems après je vis que l'illustre Margraf, cet exact observateur que la mort a enlevé trop tôt à la Chimie, avoit déjà observé que cette terre avoit la propriété très-extraordinaire de s'élever avec l'acide vitriolique & de volatiliser cet acide, le plus fixe & le plus pesant de tous. Depuis ce tems-là M. Achard, cet habile Chimiste & Physicien qui ne fait pas moins d'honneur à l'Académie de Berlin, avoit répété les expériences de M. Margraf, c'est-à-dire, enlevé de la terre du spath au moyen de l'acide vitriolique dans la distillation à la cornue, pour soumettre cette terre à la fusion. Le résultat de ses expériences fut que cette terre formoit d'elle-même une sorte de substance vitriforme très-singulière, puisqu'elle ressemble à un émail ou porcelaine, & qu'elle se vitrifie très-bien & montre d'ailleurs des propriétés particulières dans sa fusion avec les métaux & les terres diverses. Mais il conclut très-mal à propos que cette terre est de nature alkaline, car assurément il n'y a aucune sorte de rapport entre la terre calcaire & celle du spath, quoique celle-ci se combine avec les acides (*b*). On trouve qu'il

(*b*) C'étoit en quelque-sorte autoriser l'opinion de M. Schéele, qui, comme nous l'avons vu, croyoit que cette terre étoit la terre calcaire, puisqu'il soutenoit que le résidu de la cornue où l'on avoit fait la distillation de l'acide vitriolique avec du spath, n'étoit autre chose que la sélénite. Ce n'est pas la seule erreur malheureusement où M. Achard est tombé en cette occasion, & qui a accrédité celles du Chimiste Suédois. Il a cru aussi que M. Schéele prétendoit que la terre qui montoit avec l'acide dans la distillation étoit elle-même l'acide que ce Chimiste admettoit dans le spath, tandis que M. Schéele ou ne s'expliquoit pas là dessus d'abord, ou prétendoit qu'elle étoit du quartz produit par son acide spathique uni à l'eau, ou enfin qu'il ne savoit trop à quoi s'en tenir quelque tems avant qu'il entreprît de me répondre, en voyant les contradictions qu'il éprouvoit sur cette ridicule & inouie prétention.

n'y a aucune ressemblance entre la combinaison de l'acide vitriolique & celle de la terre calcaire avec le même acide. D'abord on voit que la combinaison de l'acide vitriolique avec la terre du spath forme une sorte de sel acide, & que ce sel ne subsiste même qu'autant qu'il est fortement acide, c'est-à-dire, qu'il est avec excès d'acide. Ce qu'auroit dû voir M. Schéele avant de conclure que c'étoit de la sélénite. Si ce Chimiste avoit mieux examiné cette combinaison qu'il n'a fait, il auroit vu qu'elle est susceptible de se décomposer par l'eau, que ce sel lavé dans l'eau laisse précipiter une portion de sa terre, & que la partie du sel qui reste non décomposée, se trouve alors avec un excès d'acide qui le maintient dans l'eau, propriété que cette terre a de commun avec les chaux métalliques, ce qui fait entrevoir entre l'une & l'autre une analogie singulière; & ce n'est pas en cela seulement que nous y en trouverons, comme nous allons voir.

Presque tous les Minéralogistes ont assigné à ce spath une disposition singulière pour être converti en verre : de là lui est venu sa dénomination de spath fusible, pour le distinguer de ceux qui sont infusibles ou incapables de se réduire en verre, tel que le spath pesant. Mais Cronstedt examinant la nature de ce spath de plus près, aperçut au contraire qu'il étoit très-infusible par lui-même & qu'il ne se fondoit bien qu'avec des matières salines telles que le borax & le sel fusible. J'ai dû commencer mon examen par là. J'ai vu en effet, comme Cronstedt, que cette substance est au moins très-difficile à se fondre d'elle-même ; & que ce qu'il y a de singulier, c'est qu'elle ne perd à un très-grand feu ni sa couleur ni sa transparence ou son état vitreux; cependant ré-

duit en petites parties, jeté sur les charbons ardens, il donne une lumière phosphorique, il se dénature un peu & devient terne (*c*).

J'ai vu ensuite que le spath bien réduit en poudre & mêlé avec de l'alkali fixe ou de l'alkali minéral se fond au feu assez fàcilement, & qu'il en est de même, si on le dissout par un acide, c'est-à-dire, que la terre du spath précipitée de son dissolvant est aussi fusible que celle qui est mêlée purement & simplement avec de l'alkali fixe, ce qui n'est pas moins remarquable après ces premiers essais. J'obtins, comme M. Achard, une certaine quantité de terre du spath au moyen de l'acide vitriolique que je fis distiller dessus dans une cornue de verre. Je séparai cette terre de deux manières différentes, d'abord en affoiblissant beaucoup l'acide au moyen de l'eau, & puis en la précipitant de son dissolvant au moyen de l'alkali fixe bien pur.

Lorsque ces deux sortes de précipités furent bien lavés & séchés sur le filtre, je fis chauffer au fourneau de coupelle deux têts. Dans l'un je mis environ 24 grains d'un de ces précipités & dans l'autre la même quantité à peu près du deuxième précipité. L'un & l'autre s'y fondirent après le plus grand feu que l'on puisse faire dans ce fourneau. L'un & l'autre y formèrent une sorte d'émail, tel que le dit M. Achard, mais celui de l'alkali plus promptement que celui obtenu par la précipitation occasionée par l'eau seule.

Je répétai la même expérience dans des creusets à un fourneau à vent, & j'eus plus promptement encore ce résultat.

(*c*) Quelques-uns seulement, tel que celui qui se trouve dans le granit de plombière.

En 3 ou 4 minutes le précipité obtenu par l'alkali fixe me donna un bel émail blanc, qui couloit mieux qu'aucun verre ne peut le faire; cette espèce de verre prenoit facilement en coulant la sphéricité que prennent le borax, le sel sédatif & le sel miscrosmique: observation qui devient importante quand il s'agit de comparer cette espèce de verre avec celui qui résulte du quartz avec l'alkali fixe, qui est toujours très-tenace & transparent. On voit déjà par là l'énorme différence qu'il y a entre la nature de cette terre du spath & le quartz auquel M. Schéele n'a pourtant pas fait de difficulté de le comparer, en croyant comme nous l'avons dit, que cette terre étoit un nouveau produit dû à son prétendu acide spathique uni à l'eau.

Il faut encore se ressouvenir que M. Schéele prétendoit que la terre propre du spath fusible étoit une terre calcaire, & que c'étoit elle qui restoit combinée avec l'acide vitriolique dans la cornue, après qu'on y avoit fait distiller cet acide. Il me fut fort facile encore de voir à quoi on doit s'en tenir là-dessus. Pour cela je pris un pareil résidu, je le délayai dans de l'eau claire & nette & fortement échauffée. J'en laissai rasseoir les parties grossières, après quoi je jetai l'eau troublée dessus un filtre; je lavai bien le dépôt abondant qui y resta à plusieurs reprises avec de l'eau distillée, en sorte qu'il y resta insipide & pur; l'ayant fait sécher j'eus une matière qui ressembloit d'abord à de la colle, & qui retenoit par conséquent beaucoup d'eau entre ses parties.

Cette matière ayant été réduite en poudre dans un mortier de marbre, & exposée en fonte des deux manières que je viens de dire, elle se fondit beaucoup plus difficilement,

& ne forma pas, il s'en falloit de beaucoup, un verre en émail aussi beau que la terre qui avoit été élevée par l'acide vitriolique. Il étoit jaunâtre & terne & ne couloit pas aussi facilement; ce ne fut même qu'après le plus grand feu; ce qui établit d'abord une différence très-grande entre l'une & l'autre. Cependant je ne pensois pas pour cela que cette différence fût essentielle. La grande division qu'avoit éprouvée la terre qui étoit montée avec l'acide, étoit peut-être la seule cause de cette différence, car par cette élévation non seulement cette terre s'étoit subtilisée, mais encore elle s'étoit séparée de toutes les parties étrangères à la nature du spath, surtout de la chaux de mars qui se trouve plus ou moins dans le spath.

Mais de toutes les propriétés qui établissent incontestablement dans la terre du spath des caractères que nulle autre terre connue ne possède, c'est 1.° l'effet qu'elle produit sur le verre qu'elle ronge ou dissout promptement, lorsqu'elle est poussée par la chaleur; effet que M. Schéele avoit attribué à son acide prétendu spathique: il est bien vrai que l'état de division extrême à quoi le porte l'acide, facilite singulièrement cet effet; mais il est faux qu'il ne soit dû qu'à l'acide seul, & pour me convaincre du contraire, j'ai fait plusieurs distillations de l'acide vitriolique sur du spath, où j'ai triplé ou quadruplé les doses ordinaires, où par conséquent l'acide se trouvoit beaucoup moins saturé de terre, & j'ai remarqué que l'effet, dont nous parlons, étoit toujours moindre aussi à proportion, & qu'au contraire plus l'acide étoit saturé de terre spathique, plus il dissolvoit ou rongeoit le verre. Cette propriété de la terre du spath est

d'autant plus extraordinaire qu'on ne remarque pas que cette terre ait une grande disposition à s'unir au quartz & à l'alkali fixe par la fusion. J'ai remarqué, comme M. Achard, que cette terre ne se fond que très-difficilement avec la terre du quartz, lorsqu'elle ne la domine pas de beaucoup. A la vérité elle se fond assez facilement avec les sels alkalis, mais, comme je l'ai dit, elle ne donne pas un verre transparent, & n'a d'ailleurs aucune des propriétés connues aux verres faits par des matières quartzeuses & alkalines.

La seconde propriété qui distingue encore plus la terre du spath des autres terres, & qui, comme nous l'avons dit, la rapproche beaucoup de celles des métaux, est celle qu'elle a d'être précipitée par la lessive du bleu de Prusse: effet que M. Schéele a nié, ou du moins dont il a rejeté les conséquences & les explications que j'en donnois comme une erreur, quoique sur des faits de cette nature il ne soit guère possible de se faire illusion. Tout au plus M. Schéele pouvoit soutenir que le précipité bleu que j'avois obtenu du spath venoit du fer contenu dans cette substance. Mais ayant versé de la lessive saturée du bleu de Prusse dans de l'acide monté par la distillation sur du spath fusible, il ne me fut plus possible de conserver cette opinion. Il me fallut conclure que la terre même du spath se séparoit de l'acide, en s'unissant à la matière colorante du bleu de Prusse. Je trouvai même par cette précipitation le moyen de dépouiller entièrement l'acide de sa terre spathique & de l'avoir entièrement à nud.

Mais craignant toujours de me tromper sur la cause de ce précipité, & voulant d'ailleurs en obtenir une certaine

quantité, je fis à cet effet une distillation particulière de l'acide vitriolique bien pur & étendu dans beaucoup d'eau sur du spath réduit en poudre grossière, & cela dans une cucurbite de verre surmontée de son chapiteau. Mon but par là étoit d'empêcher que l'acide n'emportât avec la terre du spath quelques parties de celle du fer; quoique cette crainte fût peut-être vaine, je me contentai & me confirmai davantage dans mon opinion. L'acide qui monta fut très-foible & ne laissa pas de faire une croûte dans la rigole du chapiteau, & d'y laisser une traînée, mais qui ne se trouvoit pas assez forte pour attaquer le verre. J'étendis encore cet acide dans de l'eau distillée, & je versai dessus la liqueur saturée du bleu de Prusse (*d*), & j'eus la satisfaction de voir s'y former le plus beau bleu de ciel qu'il soit possible de produire; & au bout de 24 heures d'y voir rassemblé le précipité. Cette fois-ci, je remarquai encore mieux que je n'avois fait jusqu'alors, que la couleur bleue de ciel étoit celle qui étoit naturelle à cette espèce de précipité, & qui la distinguoit du bleu de Prusse fait par le fer.

(*d*) En pareille circonstance je me sers toujours de deux épreuves, l'une est de jeter de l'acide vitriolique ou marin sur la liqueur saturée du bleu de Prusse pour en dégager un peu de bleu, que l'alkali de la potasse & le bleu du commerce occasionent presque toujours, & l'autre est de faire un essai de comparaison pour voir si je ne me trompe pas; c'est de jeter de ma liqueur de bleu de Prusse dans de l'eau distillée, ou dans la même ou pareille eau qui m'a servi à faire ma lessive, & de jeter dessus la même quantité d'acide que sur l'objet de mon expérience; mais l'une & l'autre me donnèrent ici la preuve que ce n'étoit pas au bleu de Prusse que j'avois employé que je pouvois attribuer mon précipité bleu, & d'ailleurs son bleu clair de ciel me prouvoit que c'étoit à la terre du spath seule que je devois l'attribuer.

Enfin pour preuve incontestable que ce précipité n'étoit dû qu'à la terre du spath seule, je fis dessécher ce précipité, & calciner dans un têt sous la moufle d'un fourneau de coupelle, & je vis bientôt la terre du spath décolorée. On conçoit qu'il me fallut faire cette expérience un peu en grand, pour avoir des résultats assez sensibles, & je conviens qu'elle exige de l'attention & de l'exactitude; mais il en faut surtout dans tous les cas où il s'agit de faire apercevoir une vérité nouvelle.

Nous conclurons que la terre du spath prétendu fusible (*e*) est d'une nature particulière, & qu'elle constitue elle seule un genre de terre inconnue jusqu'ici.

Sans doute, que si on fait l'épreuve dont nous parlons avec les lotions qu'on obtiendra du résidu de la cornue, on aura encore bien davantage de précipité, parce qu'on aura beaucoup plus de cette terre tenue en dissolution; mais comme il peut y avoir aussi des parties de fer, on ne sera point étonné de ce grand précipité bleu; mais si on y fait bien attention, on remarquera que la couleur bleue n'est pas d'une intensité assez grande pour faire croire qu'il n'appartient qu'à la chaux de fer seule; on verra par la couleur bleue claire qu'il appartient au moins autant à la terre même du spath qu'à ces parties de fer.

(*e*) Nous disons prétendu fusible, parce qu'on a pu apercevoir que rien n'est plus faux que cette dénomination, & que ce spath n'est rien moins que fusible par lui-même, & que bien loin de l'être, c'est une des matières des plus infusibles qu'il y ait, puisqu'on sait qu'il ne perd pas sa forme & sa demi-transparence dans le feu de la seconde force, celui en un mot qui fait entrer en fusion de la terre calcaire unie à l'argile.

Je ne terminerai pas ce Mémoire sans faire observer que cette terre du spath jouit d'une autre propriété non moins remarquable, & qui la rapproche encore de celles des métaux; c'est qu'elle s'attache au mercure & se précipite avec lui, c'est ce que je remarquai en voulant reconnoître si l'acide prétendu spathique avoit les mêmes propriétés ou quelques-unes des mêmes propriétés de l'acide marin, que lui attribuoit l'Auteur d'une brochure qui s'est caché sous le nom de Boullanger, & c'est par cette propriété singulière que cet Auteur avoit été induit en erreur, & que je l'aurois été moi-même si je n'y avois regardé de plus près. En effet, après avoir versé de l'acide nitreux chargé autant qu'il pouvoit l'être sans déposer de lui-même avec de l'eau seule, après avoir versé, dis-je, de la dissolution mercurielle sur l'acide prétendu du spath, & après en avoir ramassé tout le précipité, je ne m'étois pas contenté, comme l'Auteur dont je parle, de considérer ce précipité en lui-même, & de le comparer avec le précipité blanc, quoique pour cela seul, il eût pu y voir une très-grande différence. J'essayai de faire sublimer ce précipité dans un petit matras enfoncé dans le bain de sable; mais je vis que le mercure montoit seul sous la forme d'une poudre noire & se trouvoit en petits globules attachés à la voûte de ce vaisseau. Ayant cassé ce vaisseau j'en obtins le mieux que je pus la poudre qui étoit au fond, c'étoit celle du spath, que je fondis avec un peu d'alkali, & dont je fis une sorte d'émail grisâtre.

ADDITION

EXTRAIT des Mémoires de M. MONNET sur ce même sujet, insérés dans le Journal de Physique pour les mois d'Avril & de Mai de cette année 1787, *par M. le COMTE DE SALUCES.*

Le sujet que M. Monnet traite dans le Mémoire précédent est par lui-même trop important pour négliger de le rendre aussi complet qu'il peut l'être: c'est ce que je me propose de faire en donnant l'extrait des travaux que ce Savant a publiés depuis qu'il a envoyé ses expériences à l'Académie.

Le spath dont s'est servi M. Monnet dans les expériences que nous allons résumer, étoit de Ste. Marie-aux-mines. Après l'avoir purgé de toute matière étrangère, l'avoir pulvérisé & introduit dans une cornue de verre bien nette avec quatre onc. d'acide vitriolique médiocrement concentré, & avoir mis quatre onc. environ d'eau distillée dans les ballons de l'appareil, il a observé les phénomènes qui se présentent ordinairement, savoir l'effervescence, les vapeurs blanches & la croûte sur l'eau.

Après environ 7 heures de feu les vaisseaux ont été délutés, & en brisant la cornue il en a obtenu le résidu moulé & dur, mais très-acide encore: son poids étoit de quatre onces moins un gros & demi, & ce qui s'étoit élevé dans la distillation pesoit deux onces un gros & demi.

De cette comparaison du résidu avec la partie de la matière qui avoit passé, dans les récipiens notre Auteur se permet la réflexion suivante, savoir, que puisqu'il n'avoit mis que deux

onces d'acide, & qu'il s'étoit élevé deux onces un gros & demi de matière, on tomberoit visiblement dans la contradiction que la partie fût plus grande que le tout, si l'on prétendoit que la matière distillée ne fût que l'acide caché dans le spath, comme le voudroit M. Schéele, qui prétend qu'il ne s'élève dans cette opération que l'acide sans aucune partie terreuse du même spath (*a*).

Notre Savant, en continuant l'examen de son résidu, a observé d'abord que le fond de la cornue où le résidu s'étoit moulé, étoit tellement corrodé qu'il brisa très-facilement entre ses doigts, & de cette remarque il lui paroît pouvoir déduire que l'érosion du verre est manifestement l'effet de l'action réunie de l'acide vitriolique avec la terre du spath, & non d'un acide particulier ayant cette propriété, puisque cet acide développé s'étant échappé ne pouvoit avoir exercé son action sur cette partie de la cornue qui étoit couverte par l'acide vitriolique & par le spath pulvérisé.

Il redistilla encore quatre onces d'huile de vitriol sur ce même résidu bien lavé & bien sec, & il en obtint pareillement un acide spathique & tout aussi fortement chargé de croûte que le premier, qui avoit aussi toutes les mêmes propriétés.

Il remarque ici que l'Auteur d'une brochure publiée sous le nom de Boullanger ayant fait passer jusqu'à 24 onces d'huile de vitriol sur 4 onces de spath, il a retiré à chaque distillation à peu près le même acide, & ayant enfin reconnu qu'il avoit deux onces de déchet dans le résidu, il conclut qu'elles étoient le produit du nouvel acide vitriolique, & de

(*a*) Voyez *Journ. de Phys. Mars.* 1786

la terre cohobée; or il n'y a pas de doute que ces faits, bien constatés, ne sont pas favorables à l'opinion de M. Schéele.

• Le but au reste de M. Monnet étoit de dépouiller le résidu de tout acide pour se procurer la terre du spath entièrement pur, afin de passer à l'examen des produits des deux distillations dont il avoit obtenu une assez grande quantité de terre des deux liqueurs.

Il commença par les bien laver sur leur filtre, avec de l'eau distillée, & elles etoient, après une parfaite dessication, absolument insipides & aussi blanches que de la neige, ne rougissant nullement le sirop de violette délayé dans de l'eau distillée.

La quantité de la première, quoique ne pesant qu'un gros, étoit cependant en quantité plus considérable que la seconde qui ne pesòit que 18 grains, ce qui lui fit penser que cette terre subtile différoit de la totalité du spath, & qu'il seroit possible de l'en épuiser à force d'y passer de l'acide vitriolique; cette conjecture étoit encore appuyée sur ce que rapporte M. Boullanger qui fait remarquer que la croûte ou poussière qui s'attache à la voûte de la cornue & aux parois du ballon, diminuèrent à mesure qu'il distilloit de la nouvelle huile de vitriol sur le résidu du spath.

M. Monnet préférant avec raison des expériences en grand, crut pouvoir confondre ces deux liqueurs dont il enleva les croûtes, n'y ayant reconnu aucune différence.

Il fit trois part de cette liqueur, il en laissa une de côté, & mis dans une cucurbite de l'alkali fixe en liqueur avec l'autre, & de la dissolution de cristaux de soude avec la troisième: ces deux parties se troublèrent, & il s'y fit peu à peu un léger précipité, jusqu'à ce qu'étant amenées à une parfaite satura-

tion il lava exactement les précipités restés sur les filtres avec de l'eau distillée (*b*).

Après avoir retenu une bonne partie de ces liqueurs, le reste de chacune fut mis dans deux capsules en évaporation, & il obtint de la première une gelée avec des cristaux confus, & de l'autre des cristaux petits opaques & de même confus qui craquoient sous la dent comme la crême de tartre.

Le sel qui provenoit de l'alcali fixe pesoit, étant bien sec, cinq gros & demi. Il fut mêlé avec 2 à 3 pincées de poudre de charbon & trois gros d'alcali fixe dans un creuset couvert, & ce mélange placé devant la tuyère d'un soufflet se fondit dans 4 ou 5 min., & étant versé sur une plaque M. Monnet le reconnut pour un vrai foie de soufre, sur quoi il fut encore confirmé lorsque l'ayant dissous & filtré, il le vit blanchir par l'addition d'un acide, en répandant l'odeur hépathique, & par le véritable soufre qui s'en précipita.

(*b*) M. Schéele après avoir dit que si les expériences de M. Meyer avoient été connues de M. Achard, c'eut été impossible qu'il pût encore douter de l'existence d'un acide particulier dans le spath fluor, sans le moindre mélange de terre (Journ.de Phys. tom.19 Août 1786) rapporte une expérience dont il eut un résultat différent; car en mettant du sel de tartre & de l'alcali volatil jusqu'à saturation dans l'acide qu'il avoit retiré par le même procédé de notre Auteur, avec la seule différence qu'il prit la précaution d'enduire la surface intérieure du récipient avec une couche de cire, il n'eut aucun précipité; mais ayant combiné ce même acide avec du cristal de roche en poudre dans le tems de la distillation, l'alcali fixe employé à saturation lui fournit une gelée: ce qui paroîtroit indiquer que les spaths employés par MM. Schéele, Achard, Boullanger, Meyer & Monnet pouvoient différer essentiellement entre eux, ou qu'il faudroit en effet convenir avec M. Meyer que cet acide agit sur les parties quartzeuses des verres, ou enfin avec notre Savant que la terre calcaire qui produisit la gelée devoit être contenue dans l'alcali fixe employé, puisque M. Schéele assure que son spath étoit sans le moindre mélange.

Le sel qui provint de la combinaison des cristaux de soude, dont le poids étoit d'une once juste, ayant été traité de même, fournit du soufre, mais en plus grande abondance; ce résultat est d'autant plus décisif que notre Savant ne pouvoit pas soupçonner qu'il existât du tartre vitriolé dans ces cristaux de soude: il fut au reste toujours plus convaincu par ces expériences que malgré la précipitation de la terre que l'alcali procure de l'acide en question, il en reste toujours d'unie au nouveau sel en assez grande quantité.

La dissolution mercurielle dans une partie des liqueurs saturées, après l'avoir troublée, produisit petit à petit un précipité assez abondant, sans que la liqueur devînt jaunâtre, comme il arrive avec l'acide vitriolique pur, ni blanche, comme avec l'acide marin.

La dissolution d'argent produisit sur le champ un précipité fort abondant, tel à peu près qu'elle l'auroit produit sur un sel contenant l'acide marin; il étoit fort blanc & en flocons, mais il flottoit dans la liqueur sans se précipiter entièrement, & il passoit peu à peu du blanc-sale à la teinte jaunâtre: notre Auteur remarqua encore à cette occasion que cette terre a une plus grande affinité avec les substances métalliques qu'avec les sels qui en sont exempts.

Ces précipités édulcorés sur des filtres particuliers avec de l'eau distillée furent bien desséchés, & celui de la dissolution mercurielle pesant une demi-once, & étant mis dans une fiole de médecine sur un bain de sable se sublima à la voûte après deux heures de tems en globules liés à une poudre noire.

La fiole ayant été cassée, il reconnut que non seulement l'acide vitriolique déguisé dans le sel neutre par une portion de la

terre du spath, avoit précipité le mercure comme à l'ordinaire, mais encore que cette terre s'étoit précipitée elle-même avec le mercure, ce qui avoit rendu le précipité blanchâtre, au lieu d'être jaune comme l'est toujours le turbit minéral, & l'avoit rendu plus volumineux qu'il n'auroit été sans cela: il observa encore que la plus grande partie de cette terre étoit restée dans le fond de la bouteille, & que l'autre partie en s'élevant avec le mercure s'étoit attachée à la voûte sous la forme de poudre, dans laquelle le mercure étoit dispersé en petits globules.

Le précipité de la dissolution d'argent du poids de 3 gros, après 3 ou 4 minutes de feu qu'il essuya dans un petit creuset placé devant la tuyère d'un soufflet, se trouva dispersé en petits grains dans la terre du spath, qui étoit devenue jaunâtre & prête à entrer en fusion.

Notre Auteur enfin, après avoir vu qu'une partie de cette terre qui étoit entrée en fusion, avoit fait passer avec elle à travers le creuset beaucoup de petites parties d'argent, remarque à ce propos que cette terre très-réfractaire dans le spath devient très-fusible étant unie à des terres quartzeuses & argileuses, & que d'ailleurs le creuset ne fut pas plutôt pénétré par le feu, qu'il sentit très-distinctement l'esprit volatil sulfureux.

Il prit occasion de confirmer ce qu'il avoit déjà autrefois avancé, que la terre du spath étoit précipitée de son dissolvant à peu près comme les substances métalliques par la matière colorante du bleu de Prusse, & que ce précipité étoit bleu, & il eut la satisfaction de s'assurer que l'emploi de la lessive prussienne étoit un moyen de dépouiller l'acide de cette terre du spath, & de le ramener à son état primitif d'acide vitriolique ordinaire. Mais pour qu'il ne restât pas le moindre dou-

te, il traita ce prétendu acide spathique avec la lessive de bleu de Prusse en même tems & de la même manière qu'un mélange d'acide vitriolique & d'eau pure, dans lequel il ne se fit aucun précipité ni de changement dans la couleur.

L'examen de la terre qui formoit les croûtes dans le ballon, & celle qui a été séparée de l'acide par l'alcali fixe végétal & minéral, lui a encore fourni des observations intéressantes, car celle qui avoit été précipitée par les alcalis étoit plus compacte, plus pesante & plus dissoluble dans les acides.

Cette dernière terre pesant une demi-once fut mise en fonte dans un creuset bien net & couvert; elle étoit fluide comme de l'eau après 3 minutes de feu animé par le soufflet, & étant versée sur une plaque de tôle elle se figea dans l'instant sous l'apparence d'un émail très-blanc (*c*).

L'autre terre fut si réfractaire, qu'il fallut y ajouter quelques grains de sel alcali pour la mettre en fusion, & obtenir une sorte de verre moins beau & moins homogène que le précédent.

Notre Savant parvint à établir ainsi la différence essentielle qui se trouve entre cette terre & la terre quartzeuse, laquelle forme toujours, comme l'on sait, un verre plus ou moins transparent, qui cependant ne ressemble jamais à un émail, & il observa en même tems que la terre quartzeuse ne contracte aucune sorte d'union avec les acides.

(*c*) M. Achard ayant avancé la même chose, M. Schéele lui répondit en ces terme (loc. cit.) *il est vrai que cette terre au commencement forme une masse telle que M. Achard la décrit, mais en continuant l'opération elle perd sa blancheur, & se change en un verre transparent. Ce verre est alcalin, attire l'eau de l'atmosphère, fait une gelée avec les acides &c. L'acide spathique adhérent est donc probablement la cause de la couleur blanche de cette masse, & la couleur se perd aussitôt qu'on chasse le reste de l'acide par un degré de feu plus fort.* Voici encore une différence bien importante.

Il démontre enfin qu'il ne faut qu'une très-petite quantité de cette terre du spath pour volatiliser beaucoup d'acide vitriolique: en effet, ayant employé 36 grains de spath cru avec 3 onces d'huile de vitriol, il assure que tout se passa de même que dans l'autre expérience où il avoit employé 24 grains de la terre obtenue par les moyens ordinaires, puisqu'il obtint un acide avec la même odeur: la voûte de la cornue se tapissa de poudre blanche, & les 2 onces d'huile de vitriol passèrent assez rapidement à un degré de chaleur qui n'auroit pas été capable d'en faire monter une goutte sans le secours de cette terre; ainsi tout se passa de la même manière ici soit dans la distillation, soit dans la précipitation par les alcalis, ou par la lessive prussienne.

Une belle cristallisation transparente fixa encore son attention. L'on y voyoit différentes aiguilles qui se croisoient, & par l'édulcoration la cristallisation se réduisit en une poudre très-blanche qu'il eut soin de ramasser & d'édulcorer sur le filtre; ayant revu le lendemain dans la liqueur filtrée qu'il avoit mise à part une autre belle cristallisation en aiguilles fines & fort longues, qui y surnageoit.

M. Monnet acheve son Mémoire (*d*) par l'examen de la terre calcaire qui selon M. Schéele fait la base du spath, & il commence par soupçonner que le savant Suedois n'avoit pas assez purgé son spath de ce qu'il pouvoit contenir de calcaire, puisque cette prétendue sélénite peut être sur le champ décomposée par l'eau chaude; ainsi qu'il l'a fait voir dans son premier Mémoire; ayant démontré aussi qu'il faut que la quantité d'eau soit proportionnée à celle de la surabondance de l'acide.

(*d*) Voyez *Journal de Mai*.

Pour ne rien laisser enfin à désirer sur ce sujet, notre Savant prit de la terre séparée des eaux de lavages de la cornue par l'alcali fixe, bien lavée & bien séchée, & l'ayant mise dans un matras, il remarqua qu'elle n'étoit pas même attaquée avec effervescence par l'acide nitreux, comme l'est toujours la terre calcaire, & ce ne fut qu'après une heure de feu sur le bain de sable qu'il y en eut la moitié de dissoute.

Une partie de cette dissolution décantée, sur laquelle on versa de l'acide vitriolique, ne forma aucun précipité, & l'autre ne put se réduire en chaux par l'action du feu, ce qui s'accorde avec ce qu'en dit aussi M. Schéele. Notre Savant ne fut cependant pas surpris de ne voir aucun précipité, puisqu'il savoit qu'un excès d'acide devoit au contraire favoriser la dissolution, & que par conséquent le précipité de M. Schéele ne pouvoit être que le produit de la terre calcaire du spath, ou de l'alcali fixe employé comme précipitant.

Quoique M. Monnet soit enfin disposé à croire que de tous les acides le vitriolique est celui auquel cette terre paroît avoir le plus de disposition à s'unir, il pense cependant que cette sorte d'affinité ne va pas jusqu'à l'exclusion des autres acides; & cette idée de notre savant Chimiste n'est pas une simple conjecture en tenant compte des expériences de feu M. Schéele, qui en tire cette conclusion (loc. cit. pag. 148) que *les acides vitriolique, nitreux, marin, arsénical & phosphorique ont une affinité plus grande avec la terre calcaire, & dégagent par cette raison l'acide spathique*: ce qui donne lieu à l'illustre M. De la Métherie de faire l'invitation suivante à M. Monnet.

Le spath fluor, dit-il, *traité avec les acides marin, phosphorique, arsénical donnant le même acide que lorsqu'il est trai-*

té avec l'acide vitriolique, suivant M. Schéele, il seroit bien à souhaiter que le célèbre Auteur du Mémoire précédent eût le tems d'examiner ce qui se passe dans ces opérations; parce que si on obtient réellement le même acide, dit spathique, en traitant ce spath avec l'acide marin, par exemple, comment l'acide spathique seroit-il l'acide vitriolique? C'est l'objection qu'ont toujours faite les Chimistes, & certainement personne ne peut mieux y répondre que M. Monnet.

Je finirai cette addition par répéter ce que j'ai déjà remarqué, savoir que si l'acide qui résulte de l'action de la terre du spath sur les différens acides est en effet exactement identique, on ne peut s'empêcher de conclure ou que cet acide est, comme le pensoient MM. Schéele & Bergman, un acide particulier, ou que le spath (ce que les expériences lumineuses de notre Savant rendent plus probable) a la propriété de réduire ces acides à un seul, en enlevant à chacun les principes capables de faire prendre à cet acide commun les caractères spécifiques qui les distinguent; & c'est sous ces deux points de vue que j'ai invité les Physiciens à examiner les produits, & particulièrement les résidus des combinaisons de tous les acides avec le spath en question (*e*), & que je me suis permis de rapprocher les réponses de M. Schéele à M. Achard, pour convaincre les Savans de la nécessité & de l'avantage qu'on peut avoir à poursuivre cet objet, en s'assurant de l'identité de leurs spaths, & en comparant le résultat de toutes les expériences sur les spaths naturels, avec ceux que fourniroient des spaths artificiels.

(*e*) Voyez la note à la fin de mon Mémoire sur les chaux métalliques.

MEMOIRE

SUR LA FORMATION DES MINÉRAUX.

PAR M. MONNET.

J'entreprends aujourd'hui de parler d'une des matières les plus difficiles à connoître & des plus obscures de la Minéralogie. Elle n'en est que plus digne d'être connue & plus digne de notre attention. Mais comment dévoiler les secrets de la nature, comment pénétrer dans le dédale obscur des opérations de la nature ; c'est être bien hardi que de le vouloir. Presque tout ce qui se fait dans le règne minéral, se fait à notre insçu. Aussi n'ai-je d'autre prétention ici que de présenter quelques observations minéralogiques, qu'une expérience de 30 ans m'a mis à portée de faire.

Il ne doit plus être question sans contredit, pour arriver à la connoissance de la formation des minéraux, de consulter cette opinion antique, qui admet le passage des terres & des parties métalliques, d'un règne à l'autre & d'un corps qui se détruit, dans un qui se forme. En vain Becker, Stahl, Boerhaave avoient étayé cette opinion de leur suffrage. Il a fallu qu'elle tombe, comme tout ce qui n'est pas appuyé par l'expérience. C'est à l'expérience ou l'observation des Minéralogistes que l'on doit de nouvelles idées là-dessus (*a*),

---

(*a*) Vanhelmont à la vérite sans être Minéralogiste avoit osé douter de ce passage des terres d'un corps à un autre ; & avoit de beaucoup dévancé les lumières de son siècle à cet égard.

c'est à eux que l'on doit l'opinion que l'eau, l'air sont les principaux instrumens dont la nature se sert pour former les minéraux, & que la nature n'est point inerte actuellement, & qu'elle forme tous les jours les mêmes minéraux qu'elle a formés autrefois; que si elle ne les forme plus, c'est que l'occasion, les circonstances ne sont plus les mêmes (*b*). Quelques-uns ajoutent à l'air & à l'eau le feu principe, & croient que c'est de l'union de l'un & de l'autre, & d'après la fermentation que ces matières excitent entr'elles & dans les occasions favorables, que résultent tous les corps du règne minéral & toutes les différences qu'on y remarque.

Dès l'âge le plus tendre & dès que j'ai été habitué à voir les mines & les filons, & que j'ai été en état de considérer leur nature, il me parut fort absurde de supposer avec Lehmann que la nature avoit donné le moyen à l'eau de ramasser les particules métalliques préexistantes dans le règne minéral, & de venir les accumuler dans les filons, & en général de supposer que toutes les matières minérales n'étoient que des dépôts, des transpositions des parties déjà formées dans le globe. L'impossibilité physique de ces assemblages, surtout dans les filons qui sont souvent dans les parties les plus élevées du globe, est si notoire qu'il seroit insensé de s'y arrêter, comme l'a fait Lehmann, en supposant même comme lui que le tout s'est fait dans un tems où tout le globe étoit mou, & qu'il n'avoit point la forme qu'il a aujourd'hui.

(*b*) C'est du moins là l'opinion de tous les bons mineurs, & je n'en connois pas qui ne soit très-persuadé de cette opinion, & qui ne la regarde même comme démontrée, ou comme un axiome de la Minéralogie.

Il fut au contraire bien démontré pour moi, que les minéraux s'étoient formés dans les lieux mêmes où nous les trouvions aujourd'hui & sans l'addition d'aucune matière du déhors, que de celles qui pouvoient en avoir été l'occasion. Je m'explique, lorsque je dis que l'eau, l'air & le feu prennent des caractères & des formes différentes, à l'occasion des matières étrangères, avec lesquelles elles sont mêlées, qu'ainsi les terres par exemple provenantes du débris des végétaux & des autres corps organisés, ou même celles qui proviennent d'une substance minérale, peuvent fort bien être des causes déterminantes de la formation des minéraux, mais n'en pas former l'essentiel; à moins qu'il ne s'agisse d'expliquer la formation des corps secondaires, on ne trouvera rien qui autorise l'opinion contraire. Assurément on ne peut ni ne voulons nier qu'il n'y ait des minéraux de seconde formation. Mais dans ce cas-là même, on ne peut nier aussi que les matières ou les parties de ces matières accumulées, dissoutes même dans un fluide, n'ont pu d'elles-mêmes prendre la solidité, la forme & toutes les qualités que nous connoissons à ces corps secondaires. Il a fallu que des agens s'appropriassent, pour ainsi dire, ces matières, les changeassent de forme & les missent en l'état où nous les voyons. En vain par exemple mettrions-nous une chaux métallique, une terre calcaire ou quartzeuse ensemble, elles ne prendroient pas une forme solide, ne deviendroient pas, en un mot, minérai, tels que nous en voyons tant qui contiennent toutes ces matières, s'il ne s'y joignoit quelqu'autre matière, & si cette matière n'excitoit pas entr'elles une action ou fermentation telle qu'il en résultât un nouveau minéral, ou un tout homogène:

Considérons encore que le marbre ou la pierre à chaux n'est pas seulement le résultat de l'assemblage pur & simple des parties de coquilles, car souvent ces parties en feroient la moindre part, & d'ailleurs n'acquerroient aucune consistance d'elles-mêmes (*c*). Et ce qu'il y a encore qui mérite aussi la plus grande attention, est de voir que l'eau qui entre dans un tel mélange n'en ressort plus, non seulement en même quantité, mais même quelquefois pas du tout, de quelque manière qu'on traite le minéral; de sorte qu'on est forcé de convenir ou que l'eau a été décomposée, ou qu'elle s'est consolidée entièrement (*d*).

Mais pour remonter à l'origine des premières matières minérales, il nous semble qu'il faut prendre les choses de plus loin; il faut voir les êtres organisés se former & se détruire dans l'eau & donner les premiers élémens de la matière solide des minéraux. C'est ainsi que les détritus des coquilles ont donné la base des pierres calcaires: c'est ainsi que la terre argileuse provenue de la végétation, a donné lieu à la formation de tant de pierres où cette terre fait l'essentiel. Mais l'eau en s'assimilant ensuite à ces parties, leur a donné & la

(*c*) En effet, quand on considère attentivement le marbre, le plus chargé de coquilles, on y voit des intervalles entièrement homogènes transparens qu'on ne peut pas confondre avec les autres parties. On y trouve de la chaux de fer dissoute & unie intimément avec ces coquilles; ce qui ne peut avoir été fait que par un agent, capable d'y pénétrer & d'unir ces parties de matière différente.

(*d*) Sans favoriser ni infirmer en rien l'opinion de M. Lavoisier, on ne peut s'empêcher de croire que l'eau n'entre comme partie constituante dans les corps & qu'elle ne s'y solidifie. Il est démontré aujourd'hui que l'eau qui entre dans les plantes, y entre pure, & cependant on sait que cette eau n'en ressort plus en même quantité, que les matières solides du végétal augmentent à proportion qu'il y entre davantage d'eau.

forme & les autres propriétés qu'on y connoît & les autres principes qu'on y trouve de granit lui-même, la pierre la plus étendue & la plus solide de notre globe, celle qui fait vraisemblablement le noyau de notre globe, n'est que le résultat de l'assimilation des parties intégrantes antérieurement formées, ou le résultat de l'assemblage des parties des corps organisés détruits. L'eau interposée entre ces parties y a pris corps & a par là réuni & solidifié ces parties diverses. Les intervalles clairs & purs sont devenus quartz, & sont à l'égard de cette roche ce que sont les parties spathiques interposées entre les coquilles dans le marbre (*e*).

Pourquoi ne supposeroit-on pas le même effet dans les filons? Mais nous ne demandons pas de supposition, nous prétendons qu'il peut se démontrer que l'eau non seulement lie toutes les parties minérales dans les filons, leur donne la forme cristalline & la solidité, mais qu'elle est même le principal instrument de la formation de ces parties mêmes, dont les masses des minérais sont constituées. Les observations que nous allons rapporter, serviront au moins à prouver cette vérité, si elles ne la démontrent pas évidemment.

Mais auparavant il faut nous arrêter à des faits dont la connoissance nous est nécessaire pour arriver à notre but. Il nous

(*e*) C'est en ce sens-là que le système de M. Paul de Lamanon paroîtroit avoir quelque fondement. Il est vrai qu'il regarde le granit comme le résultat de l'assimilation des parties calcaires coquillères, quoiqu'il n'y ait rien absolument qui le montre, & qu'il soit probable même qu'il n'y ait point eu de corps marins formés avant l'époque de la formation du noyau du globe; mais on y peut démontrer les débris des plantes, je veux parler de la terre argileuse & alumineuse, des parties de terre magnésienne & martiale.

faut considérer ce qui se passe dans l'action de l'eau, divisée par les matières terreuses ou débris des êtres organisés,& unie sans doute à la matière du feu. C'est de ce mélange que résultent ces fermentations, ces changemens de l'eau en airs fixe & subtil, qui occasionent ces mouvemens terribles, ces inflammations qui produisent les volcans (*f*). On ne peut douter d'après toutes les nouvelles expériences sur les airs & les observations qui en font la suite, que ce ne soit d'après de tels moyens, toujours renouvellés ou fournis pendant longtems, c'est-à-dire, pendant l'introduction de l'eau dans le fond des montagnes, que résultent tous les effets que produisent les volcans, nous voulons parler principalement de la formation de ces airs, des feux électriques, de la production du soufre, du sel ammoniac, & des autres substances qu'on trouve ou à la bouche des volcans, ou dans les matières ou les eaux qu'ils vomissent: on ne peut y méconnoître surtout l'air fixe, l'air inflammable, l'air vital que j'appelerai air prin-

(*f*) On a supposé d'après des idées fort mesquines en Chimie que les terrains qui se volcanisent sont remplis de pyrites ou de charbon, que leur inflammation étoit la cause des volcans; mais ce n'est pas connoître les effets de ces feux terribles, ni la grandeur, ni l'étendue, ou pour mieux dire, l'immensité du moindre des volcans, que d'assigner pour de si grands effets, de si petites causes. Ce n'est même pas avoir des notions justes des effets de ces matières que de croire qu'elles soient capables de produire le moindre des effets des volcans. Nous voyons tous les jours des amas de pyrite & des mines de charbon enflammés dans les montagnes, sans qu'il en résulte la moindre chose qui ait rapport aux volcans. Nous avons parlé dans la première partie de l'atlas minéralogique de la France, d'une mine de charbon, qui est située à 2 lieues de Sarrebruck, qui brûle depuis plus de 30 ans, sans qu'on en ait jamais éprouvé d'autre effet, que d'en voir sortir de l'eau chaude, & de voir la mine se consumer tranquillement.

cipe, ou avec M. Lavoisier air acidifiant, qui suffoquent quand on approche des embouchures des volcans, & qui y causent des détonnations continuelles & des inflammations. L'eau est-elle ici décomposée, ou n'entre-t-elle qu'en combinaison avec d'autres principes tel que la matière du feu? Voilà ce qui peut faire un beau sujet de prix à proposer par quelques-unes de nos plus illustres Académies (*g*).

Ce que nous venons de dire par rapport aux produits de l'eau dans les volcans, nous pouvons le dire aussi par rapport aux produits des eaux minérales, que l'on ne regarde communément que comme des lessives de la terre, ou comme des eaux qui passent continuellement à travers de magasins des matières qu'elles contiennent; magasins qui seroient bientôt épuisés, s'ils n'étoient pas renouvellés par la formation continuelle des matières qu'ils contiennent, & bientôt les eaux minérales changeroient de nature, ou bientôt ne contiendroient rien du tout, si la même cause qui a formé les matières qu'elles contiennent, ne subsistoit pas toujours & ne les reformoit pas continuellement & dans les mêmes proportions; on remarque en effet que ces eaux sont à peu près toujours les mêmes (*h*).

(*g*) On seroit presque tenté de croire que cette matière subtile, cette matière électrique, n'est au fond que l'air vital ou l'air acidifiant, qui combiné diversement avec l'eau produit tous les effets que nous attribuons à l'électricité. Il paroît au moins probable d'après plusieurs expériences, & surtout d'après les nouvelles expériences de M. le Comte de Saluces, que cet air reste en résidu dans tous les corps minéraux, apres qu'on en a chassé l'eau & les autres principes, & que lorsqu'il est pur, il produit des effets pareils à ceux de l'électricité.

(*h*) J'entends parler des véritables eaux minérales, comme je l'ai expliqué dans mon traité des eaux minérales, celles qui sont constantes, qui sor-

Nous pourrions nous étendre infiniment davantage sur de pareilles observations, pour prouver que l'eau est au moins l'instrument principal de la formation des corps; mais il est tems de venir aux observations au sujet desquelles ce Mémoire a été entrepris. La première observation fut faite au sujet des stalactites ou du spath calcaire, qui se forment visiblement & continuellement dans les mines. J'avois vu & analysé même l'eau qui fournit le plus de ces stalactites, & je ne l'avois pas trouvée plus chargée de terre que d'autres eaux, qui ne fournissoient pas de pareille matière, & qui couloient ou suintoient à l'air libre. J'avois vu de plus que cette eau filtroit à travers le rocher graniteux, qui ne contenoit rien de calcaire, au moins dans les lieux où je la voyois couler. J'avois vu encore plus de l'eau qui filtroit à travers des roches calcaires, être encore plus privée de matière calcaire, que celle qui passoit à travers le granit, & dès-lors je fus porté à croire que la terre qui formoit ces stalactites, étoit un nouveau produit de l'eau, & cela dans le moment même où les stalactites se forment. Ce qui se trouvoit confirmé par tous ceux qui comme M. Guettard ont observé attentivement la formation des stalactites, qui ont vu comme moi que l'eau est parfaitement claire & transparente jusqu'au moment où elle se fige pour former la stalactite. On voit la goutte commencer par le haut par blanchir, s'épaissir & devenir ainsi de proche en proche jusqu'à l'extrémité. Ce qui ne pourroit pas être ainsi si la cristallisation (car c'est ainsi que je

---

tent du rocher général & primitif. On y trouvera toujours la même quantité de sel, d'air fixe, de fer, & le même degré de chaleur.

crois devoir nommer cet effet) n'étoit dû qu'au dépôt pur & simple de la terre. D'ailleurs la partie ne peut pas être égale au tout, ce qui est aussi-bien une absurdité en Chimie & en Minéralogie, qu'en Métaphysique, & elle le seroit dans ce cas, puisque toute l'eau de la goutte se solidifie. Il faut donc conclure que toute l'eau de cette goutte s'est formée en terre calcaire, avec les parties calcaires préexistantes, s'il y en avoit (*i*); on peut encore remarquer comme moi, que l'eau qui tombe à terre y forme dans le même tems une aussi grande quantité de matière solide, à moins qu'on ne touche ou remue cette eau, qui alors coule & ne forme plus rien. Il en est de même si on laisse passer dans le lieu où se font ces stalactites, un trop grand courant d'air.

J'ai eu l'attention de veiller à Ste. Marie-aux-mines des mois entiers à la formation de ces stalactites dans une gallerie de la mine de St. Jean abandonnée depuis long-tems & fermée à demi. J'ai placé au-dessous, pour m'assurer que rien ne s'échappoit de ces gouttes, du papier brouillard, qui par son humidité m'auroit averti que la goutte entière ne s'étoit point cristallisée ; & j'ai vu, lorsque l'air extérieur n'avoit pas un accès trop libre dans cette gallerie, ces gouttes se cristalliser presqu'entièrement, & au contraire, lorsque l'air y passoit librement, ces gouttes se rapetisser ou ne pas se former du tout en matière solide. Ce qui mérite ici la plus grande

(*i*) Quand on n'examine rien avec attention, on ne voit rien que ce que le préjugé fait voir. La plupart des Naturalistes, ou le commun de nos Chimistes croient ne voir en cela que le dépôt de la terre calcaire, supposée dans l'eau ; qui en effet s'y trouve quelquefois : ils croient que cet effet si commun, ne mérite pas d'autre attention, & on voit combien ils se trompent.

attention, est sans contredit ce dérangement occasioné par le passage de l'air, & nous avons vu qu'il en est à peu près de même par le frottement. Cependant ces circonstances ne doivent pas empêcher le dépôt de la terre, & la stalactite doit se former de même, si sa formation n'est due qu'à ce dépôt: voilà cependant pourquoi il arrive que lorsqu'on ouvre pour la première fois une caverne, une cavité, dans le rocher, on y trouve des cristallisations, des stalactites, qu'on ne voit plus s'y former ensuite. C'est ce qui arriva dans la gallerie dont je parle, car une fois ayant été rouverte entièrement, il ne s'y forma plus rien. Il y a plus encore à observer, il faut aussi savoir que le degré de chaleur ou de froid apportent encore dans la formation de ces cristallisations une différence très-considérable. J'ai remarqué que lorsque le thermomètre de Réaumur marque au-dessus de dix degrés dans les souterrains, il ne s'y forme non plus de stalactites ni aucune sorte de cristallisation, excepté les dépôts ordinaires de terre ou de guhr.

L'eau de la gallerie dont je parle étoit très pure; elle ne rougissoit ni ne verdissoit le sirop violat, elle ne faisoit nullement effervescence avec les acides; & cependant les cristaux qui en provenoient, faisoient une vive effervescence avec les acides, contenoient en un mot beaucoup d'air fixe; d'où provenoit-il cet air, s'il ne provenoit pas de la décomposition de l'eau? est-ce le résidu de l'eau transformée en terre, ou le résultat de la combinaison de l'eau, c'est-à-dire, des dernières parties de l'eau, qui se seroient combinées d'une manière particulière avec le principe de feu, qui a concouru peut-être lui-même à la formation de ces stalactites? C'est en-

core là une matière si neuve & à laquelle jusqu'ici on a si peu pensé, que je ne puis m'ingérer de former une opinion à ce sujet avant de nouvelles démonstrations. Quel est donc pourtant l'effet que produit l'air extérieur sur ces stalactites? ne seroit-ce pas l'absorption de cet agent coagulant, qui alors laisse l'eau libre?

Après ces premières observations, je me transportai dans différentes grottes, qui sont renommées à cause de la production des stalactites ou cristallisations calcaires, & j'y confirmai ces observations. J'en ai vu dans la craie, & j'ai vu qu'indépendemment des dépôts ordinaires il y avoit des cristallisations spathiques, qui étoient dues à la même opération dont nous venons de parler, que l'eau qui passoit à travers les craies, les substances coquillères, pouvoit bien en général y prendre de la disposition à former des stalactites calcaires, mais qu'en général elle n'y prenoit pas tout ce qu'il falloit pour les former.

On conçoit donc par tout ce que nous rapportons ci-dessus, qu'il peut & qu'il y a réellement des matières calcaires, qui ne doivent point leur origine aux coquilles. On conçoit pourquoi il y a en effet dans les montagnes les plus hautes & dans les mines les plus profondes, des substances calcaires (*k*), lieux où il n'a jamais existé des coquilles.

(*k*) Nous avons été les premiers en France à montrer l'absurdité qu'il y avoit de vouloir attribuer les pierres calcaires des montagnes primitives à la même cause que les autres. De là est venu la distinction que nous avons faite dans la première partie de notre traité de l'exploitation des mines de pierres calcai-

Nous ne pouvons rendre raison que de ce que nous avons vu, les stalactites & les spaths calcaires sont à peu près les seules matières, dont la formation se fait encore sous nos yeux, parce que sans doute elles exigent moins de tranquillité, peuvent souffrir plus facilement l'accès de l'air extérieur pendant leur formation, que les autres matières minérales. Mais si nous jugeons par analogie, nous ne pouvons nous dispenser de croire que toutes les autres matières minérales ne doivent leur origine à la même cause. Et si nous nous rappelons ce que nous avons dit des dispositions que prend l'eau dans les matières où elle se trouve, nous n'aurons plus lieu de douter que tout ce que nous voyons dans les filons & dans les autres mines en général, ne soit également l'ouvrage de l'eau, au moins en grande partie. Et c'est-là principalement où nous en voulons venir, car ce sont ces lieux qui sont les ateliers, pour ainsi dire, des beaux & des plus nobles minéraux du monde. Ce sont ces fentes, ces excavations naturelles dans l'intérieur des montagnes, qui donnent lieu à la formation de ces minéraux, par la tranquillité où l'eau s'y trouve, par le même degré de chaleur ou de froid qui y règne constamment, et parce que fermées dans le rocher, les corps extérieurs n'y pénètrent pas. Si ce n'étoit pas à cause de tout cela que les minéraux s'y forment, pourquoi ne se formeroient-ils pas également partout ailleurs? Il est si vrai que

---

res primitives, & de pierres calcaires secondaires. Dans les premières on ne doit rien trouver de coquilles, au contraire de celles des pays-bas ou secondaires, qui ont été formées avec les coquilles ou à l'occasion des coquilles.

ces minéraux ne se forment pas ailleurs, & que ce n'est qu'à raison de tout ce que nous disons, qu'ils se forment dans les filons, que l'on voit constamment qu'un filon ouvert ou trop ouvert soit à l'extérieur de la montagne, ou par des fentes qui y aboutissent en grande quantité dans l'intérieur & qui y amènent continuellement de l'eau, on voit, dis-je, constamment que ces filons sont pauvres ou tout-à-fait stériles, comme le disent les mineurs: on ne trouve ordinairement dans ces filons que de la terre grasse, un guhr argileux, qui étoient vraisemblablement les matériaux ou le commencement de la formation des minéraux *(l)*. On a d'autant plus lieu de croire que la situation, la disposition des lieux sont cause de la formation des minéraux & de leur nature particulière, que l'on voit que les couches ou les mines en amas ne présentent jamais les mêmes espèces de minéraux que les filons. Les mines de charbon même, selon qu'elles sont en hautes ou basses montagnes, ou selon qu'elles sont plus ou moins inclinées, ou plus ou moins abondantes ou épaisses, présentent des différences remarquables dans la nature de leur charbon, & des autres matières qui les accompagnent.

(l) Il est bien vrai que plusieurs auteurs & plusieurs bons mineurs ont pensé que les matières minérales y avoient été dissoutes par ces eaux étrangères; mais dans ce cas-là pourquoi n'y trouverions-nous pas quelquefois quelque partie, quelque vestige des minéraux que l'on trouve communément dans les filons? Comment donc l'eau, si elle a cette propriété, ne dissout-elle pas & ne décompose-t-elle pas tous les jours les matières des filons que nous avons ouverts?

On ne demandera plus maintenant pourquoi un filon qui est brisé vers le haut de la montagne, ou qui se trouve ouvert sous le gazon, ne présente point de minéraux ou de matière métallique dans ces parties, & pourquoi on ne commence à y en trouver que quand on a atteint le roc vif, & que le filon est fermé exactement des deux côtés, ou ce que les mineurs appellent encaissé. Il est pourtant démontré qu'il y a certains minéraux, tels que les spaths calcaires, pesans, & certaines pyrites, qui n'exigent pas autant d'appareil pour se former ; & voilà pourquoi nous trouvons quelquefois dans ces parties de filons, de ces matières, mais jamais avec de minérais d'argent, de plomb ou d'or. On sait même à l'égard des pyrites sulfureuses simples, qu'elles se forment tous les jours dans des matières végétales, pourvu que ces matières végétales soient enfouies fort profondément en terre, & qu'elles n'aient aucune communication avec l'air extérieur (*m*).

Nous avons des preuves certaines aujourd'hui, qu'on est quelquefois arrivé trop-tôt dans des filons, & qu'on y a trouvé des minérais dans l'état d'embryon, si j'ose me servir de cette expression, mais jamais trop tard, parce que les minérais une fois faits & parfaits n'y ont point éprouvé de

(*m*) On peut encore se servir de cet exemple pour donner une autre preuve du principe que nous soutenons ici, car souvent on voit des arbres entiers enfouis dans le sable à 50 à 60 pieds de profondeur, & transformés entièrement en pyrite. Il est évident que les matières qui forment cette pyrite, n'ont pu être tirées d'ailleurs, & qu'il faut que l'eau ait tout fait avec les matières de l'arbre.

déchet, & l'eau, quoiqu'on en ait dit, n'a jamais altéré les minéraux que lorsqu'elle a eu un accès libre avec l'air extérieur. La première vérité annonce un laps de tems immense pour la formation des minéraux, puisque les montagnes où ces filons sont renfermés, ont été connues en l'état où nous les voyons aujourd'hui par les peuples les plus éloignés de notre tems, & que les filons sont nécessairement de l'époque où ces montagnes se solidifioient. Il n'y a pas long-tems qu'on a beaucoup disputé pour savoir si les minérais se formoient continuellement; quelques-uns ont été pour l'affirmative, & nous croyons qu'ils ont eu raison: & nous observerons que s'il a été si difficile de trouver des exemples à citer pour soutenir cette opinion, c'est que notre existence est trop peu de chose eu égard au tems immense qu'il faut pour la formation de ces minéraux, & que personne n'a obtenu suffisamment par tradition ou par des registres fidels le détail & l'époque où de certaines mines ont été fouillées & refermées ensuite. Je pourrois cependant, pour prouver les deux vérités que j'énonce ici, citer grand nombre d'exemples répandus dans les ouvrages des minéralogistes ou des mineurs; je pourrois citer ce que j'ai lu dans de vieux régistres des mines d'Allemagne & de la Lorraine, mais je dois m'en tenir à ce que je sais par moi-même, comme étant le sujet qui m'a fait prendre la plume.

En 1767 on ouvrit une mine dans une vallée de Ste. Marie où on ne trouva d'abord qu'une matière grisâtre molle, qui ne fut considérée d'abord que comme une terre inutile, qui se délayoit dans l'eau comme de l'argile, & qui à l'essai donna de 15 à 20 marcs d'argent au quintal. C'étoit un vrai guhr

d'argent, dans lequel on voyoit quelquefois, au moyen d'une loupe, des filets d'argent d'une finesse extrême. Plus on s'enfonça dans cette mine, & plus ce guhr devint solide, & les filets d'argent gros & sensibles à la vue. Et enfin nous en trouvames qui étoient arsénicals, & qui donnoient 30 marcs d'argent au quintal: mais ce que nous trouvames dans cette mine, qui confirme bien mieux encore notre principe, ce fut une eau verdâtre dans une petite cavité du roc, qui se trouva changée en minérai de cuivre ordinaire gorge de pigeon, après l'avoir laissé se dessécher, c'est-à-dire, 6 à 7 mois après l'avoir observée.

L'année d'après M. Schreiber & moi sortimes d'une mine à Fertra une sorte de minérai de fer d'un jaune d'ocre qui ne donnoit absolument à l'essai rien que du fer, & qui ayant été abandonné au bout de la galerie, se trouva au bout de 6 mois ou un an, garni de petits cristaux de plomb verds, qui contenoient un peu d'argent (*n*). Peu de tems après nous retirames d'une veine qui joignoit le filon de St. Guillaume des morceaux de minérai mous sur lesquels il y avoit comme des cristaux d'argent rouges & blanchâtres, qui étoient mollasses, & qui étoient fort pauvres en argent, & qui sembloient se détruire à la coupelle entièrement; cette matière ayant été négligée dans le sol de la galerie, fut retrouvée en 1772, & se trouva être par mes essais une bonne mine d'argent cornée, dont j'ai parlé dans une autre occasion. Pareille décou-

(*n*) Cette observation fut imprimée la même année dans le Journal des Savans, & a servi à plusieurs autres à constater leur opinion sur la formation journalière des minéraux.

verte s'est faite quelques années après, excepté qu'il n'y avoit rien d'extraordinaire dans cette matière mollasse, & qui paroissoit absolument n'être autre chose qu'une argile blanchâtre: celle-ci a fait le sujet d'un Mémoire que j'ai envoyé à l'Académie des Sciences de Paris, & qui l'a fait imprimer dans le IX. vol. des Savans étrangers.

Au mois de mars 1777 M. Schreiber fit rouvrir une mine dans la vallée de Surlatte près de Ste. Marie, dont il étoit parlé dans un vieux régistre allemand, comme ayant été fermée en 1720 ou 1730, (car je ne me souviens pas laquelle de ces deux époques est la véritable) parce qu'on n'y trouvoit que de la bleinde & de la pyrite; cependant on y dit qu'on en sortit tout ce qu'il y avoit de l'une & de l'autre de ces matières; & cette même mine se trouva à cette époque aussi remplie de ces matières, dans les mêmes lieux où il étoit visible qu'on avoit fouillé, que le régistre le dit. J'eus la satisfaction de visiter peu de tems après cette mine & d'y trouver de la belle bleinde de zinc, ou pour mieux dire de la mine de zinc vitreuse d'un beau jaune de cire foncée. J'y vis en même tems comme des stalactites qui pendoient à la voûte, d'une couleur bronzée, & qui étoient vraisemblablement le commencement de la formation des pyrites, & qui se réduisoient en eau lorsque j'y touchois. Cette même partie de galerie refermée alors me donna en 1781 des pyrites parfaites, au même lieu. Quant aux matières calcaires, j'y en trouvai encore davantage. J'y trouvai surtout en ce genre, une sorte de stalagmites qui semble particulière aux mines de Ste. Marie, qui est terne, d'un blanc bleuâtre, & qui ressemble assez aux choux-fleurs,

où l'on distingue cependant comme des gouttières *(o)*, & des mamelons : mais un phènomène qui m'a toujours étonné est de voir dans des fentes de rocher de l'eau claire stiller, & au bout de quelque tems trouver dans ces mêmes veines au lieu de cette eau claire, comme une terre grasse, un guhr en un mot: d'où venoit-il ce guhr? s'il venoit du déhors de la montagne ou d'ailleurs, pourquoi ne s'est il pas montré plutôt? pourquoi ne s'y trouve-t-il plus au lieu de cela, de cette eau claire *(p)*? S'il faut suivre ce que la nature semble nous indiquer ici, on peut dire que dans quelques centaines d'années, cette matière molle se seroit trouvée une véritable gangue, garnie peut-être de minérais riches en argent ou autre. Voici encore un fait qui m'a été fourni par M. Schreiber au sujet de la mine de St. Jean, dont j'ai parlé ci-devant. Dans une des galeries les plus avancées de cette mine, on avoit remarqué

(o) Ce qu'il y a de singulier à remarquer, est que cette espèce de stalagmites semble croître par transudation, & non par stillation, & que ses mamelons ou gouttières se forment tout aussi-bien sur un plan incliné & même droit, qu'à la voûte ou suspendue sur le sol : je n'en ai même jamais trouvé en cette situation, & ne saurois dire s'il s'y en forme de cette matière. Ces stalagmites se forment aussi très-bien sur les vieilles étaies, & très-promptement, sans qu'on y voie aucune eau y déposer de la terre. On ne rouvre jamais des mines à Ste. Marie qu'on n'y en trouve beaucoup.

(p) L'analyse de ces guhrs donne des marques de la terre d'alun & de la terre martiale, le surplus est insoluble dans les acides, & semble appartenir au quartz. En élargissant la place de promenade à Plombière en 1768, on découvrit beaucoup de ces veines remplies de cette matière molle. J'en emportai à Paris, où l'ayant laissée sur une fenêtre, elle s'y trouva dure comme une pierre quartzeuse, au bout de 6 mois. C'étoit une véritable gangue de mine. Plusieurs autres morceaux plus avancés sans doute vers l'état de minérai m'ont donné au feu des marques de soufre.

dans une partie stérile du filon, une ouverture en veine, remplie d'une eau blanchâtre, & qui étoit déjà si épaisse, qu'elle ne couloit que difficilement. Comme cette mine fut abandonnée pendant l'espace de 50 années, selon le régistre qui faisoit une mention expresse de cette eau, on trouva après ce tems qu'elle s'étoit convertie en un beau quartz verdâtre.

Au surplus les observations que j'ai faites à Ste. Marie, je les ai faites ailleurs aussi, & notamment dans les mines de Bretagne. En 1782 je fis remarquer à mes compagnons de voyage, MM. de Morveau & Mongez, dans la mine de Walgouet, dans la profondeur la plus grande où l'on fut parvenu alors, des stalactites liquides & des guhrs mollasses qui pendoient à la voûte ou se trouvoient dans des fentes, qui étoient disposées à devenir des minérais de plomb ou des gangues qui en auroient tenu. Je fis surtout observer que les stalactites avoient déjà pris la couleur & la forme des pyrites, & que lorsqu'on y touchoit, elles se réduisoient en eau gluante & bourbeuse.

Pour terminer ce Mémoire, je dirai que lorsque j'étois à Freyberg en 1770, M. Pobst de Hoain, qui pensoit comme je viens de l'exposer, sur la formation des minéraux, & qui me fit part de plusieurs observations qui appuyoient son sentiment, me montra plusieurs morceaux de minérais qui étoient d'un caractère indécis, & d'autres où il y avoit eu comme des cristaux d'argent rouges & de l'argent en cheveux, qui s'étoient dissipés au grand air. Il me montra en même tems, pour me prouver que l'eau est le principe fondamental de la formation des minéraux, un morceau de cristal, à la pointe duquel il se trouvoit une petite partie plus fine & plus

homogène, qui étoit de diamant véritable; ce morceau avoit été trouvé dans les mines d'Ehrenfriedersdorf. Ce Savant minéralogiste voulut me prouver aussi par là, que le cristal & le diamant n'étoient pas essentiellement différens, ainsi que les Anciens l'avoient pensé; que l'un provenoit de la partie la plus essentielle & la plus pure de l'eau, tandis que l'autre n'étoit que ses parties les plus grossières, terrifiées & fixées par un principe terreux déjà préexistant, lors de la cristallisation de l'eau.

MÉMOIRE

SUR LES MINES DE PLOMB ANTIMONIÉES, ET SUR LEUR FONTE EN GRAND OU LA MANIÈRE D'EN OBTENIR LE MÉTAL LE PLUS PROMPTEMENT SANS DÉCHET ET AVEC LE MOINS DE DÉPENSE POSSIBLE.

PAR M. MONNET.

Lorsqu'en considérant en général les minérais de plomb comme un composé de soufre & de plomb, on veut les traiter à la fonte d'après l'idée qu'on a prise de la doctrine des affinités ou d'après l'idée qu'on a prise de la manière différente dont se comportent les matières métalliques & salines entr'elles, on croit pouvoir facilement parvenir à obtenir le plomb de ses minérais, & sans beaucoup de dépense. On ne doute pas que le fer, ayant plus d'affinité avec le soufre que le plomb, qui n'en a lui-même aucune avec le fer, ne soit un excellent moyen d'obtenir le plomb entièrement de ses minérais. On ne doute pas non plus que les alcalis fixes & les terres calcaires, qui selon la même règle ont aussi plus d'affinité avec le soufre que le plomb, ne puissent parvenir également à séparer le plomb de ses minérais. C'est l'idée que j'avois avant que je fusse familiarisé avec les travaux de la Métallurgie. Mais combien trouvai-je alors les choses différentes. C'est alors que je me crus permis de douter de l'utilité prétendue de la loi des affinités pour régler les opérations de la Métallurgie. C'est pourtant d'après cela qu'on trouve encore enseigné dans des livres de Chimie & même dans quelques-uns de Métallurgie,

que la chaux ou terre calcaire est mise dans la fonte des minérais de fer & de plomb pour en absorber (y est-il dit) le soufre. D'abord il faut observer, puisque l'occasion s'en présente, qu'il n'est aucun minérai de fer de ceux qu'on emploie à faire du fer en barres, qui contienne réellement du soufre; que ce seroit le plus mauvais que l'on pourroit employer à cet effet, que celui qui en contiendroit la moindre partie, dont il ne résulteroit jamais après bien de travail qu'un fer rude & cassant (*a*). Il faut dire aussi que ceux en qui l'expérience a fait voir que l'addition de la chaux & de la terre absorbante est utile dans la fonte, montrent qu'ils contiennent une partie argileuse ou quartzeuse, que cette terre fait entrer en fusion, & sert par-là de fondant au minérai, comme aussi lorsque les minérais de fer contiennent une trop grande quantité de terre calcaire, comme nous en avons des exemples dans plusieurs de nos minérais de France, tels que ceux de la Champagne ; l'addition de l'argile y devient nécessaire pour déterminer cette terre à entrer en fusion. Ces principes de la Métallurgie sont clairs & évidens, surtout depuis que le célèbre

(*a*) Qu'on ne croie pas qu'il soit aussi facile de chasser le soufre du fer, qu'on le croit communément. Les grillages les plus forts & les plus long-tems continués ne sont pas capables de le chasser entièrement. Les minérais de fer, ceux qui sont propres à la fonte, ne contiennent & ne doivent contenir réellement que la chaux de ce métal, unie & combinée ou avec de l'argile ou de la terre calcaire. Il ne faut pas croire non plus que les terres calcaires & les alcalis soient capables de s'emparer du soufre qui seroit uni au fer; il est démontré au contraire d'après mes expériences consignées dans ma dissertation sur la minéralisation imprimée à la suite de mon petit Traité de la vitriolisation, que l'alcali fixe le meilleur ne peut s'emparer de la moindre parcelle du soufre qui est uni au fer dans la pyrite, & qu'il n'a pas plus d'action sur celui qui est uni au cuivre dans les minérais de cette espèce.

Pott a montré la disposition qu'ont ces terres à entrer en fusion lorsqu'elles sont unies ensemble, tandis qu'elles sont très-réfractaires lorsqu'elles sont en particulier. Pourquoi donc soutenir ces vieilles erreurs aujourd'hui que l'expérience a suffisamment éclairé les Chimistes & les Métallurgistes? Pourquoi répéter ce que l'expérience dément tous les jours? Pourquoi encore se persuader que l'alcali fixe ou la potasse, va enlever le soufre au cuivre & le laisser libre, tandis que l'on doit savoir maintenant que ce métal non seulement retient constamment le soufre, & que c'est à cause de cela même qu'il est si difficile de le purifier & de le raffiner, mais même qu'il le retient malgré la présence de l'alcali & s'en empare même au préjudice de cette substance saline, comme je l'ai montré en petit sur du minérai de cuivre jaune, dans ma dissertation sur la minéralisation. On sent bien que ce que ne peut faire l'alcali fixe, la chaux ou la terre absorbante ne sauroit le faire, qu'ainsi, lorsqu'on met de la terre absorbante dans la fonte des minérais de cuivre, ce ne peut être pour en absorber un soufre, qui d'ailleurs dans la plupart de celles où on l'emploie, ne se trouve pas, mais bien pour faire entrer la terre argileuse ou quartzeuse en fusion, comme dans les minérais de cuivres schisteux ou en ardoise, qui ne peuvent se fondre que très-difficilement seuls à cause de leur grande quantité d'argile, qui en forme une matte épaisse & fort ténace, d'où le cuivre, toujours en très-petite quantité, ne sauroit se dégager faute de fondant, à moins cependant qu'il ne s'y trouve en même proportion de la terre quartzeuse, qui fait dans ce cas-là l'office de fondant (*b*).

(*b*) Tels sont les principes d'après lesquels j'avois commencé d'écrire mes élé-

L'art de bien appliquer les fondans & de les varier, selon les circonstances, ce qui ne peut se faire que d'après une connoissance parfaite du minérai qu'on doit traiter, est la partie essentielle de l'art de fondre les minérais, art qui n'est guère encore que dans l'enfance.

Quant à ce qui concerne l'addition de la chaux ou pierre calcaire dans les minérais de plomb, pour leur fonte au fourneau à réverbère, comme à Poullaouen en basse Bretagne, ce n'est point non plus pour en absorber le soufre, comme on le croit encore communément, mais bien pour qu'en s'unissant intimément au minérai, & l'empâtant pour ainsi dire, ces matières donnent lieu à la séparation du plomb, qui ne pourroit se faire si la matière entroit entièrement en fusion. Dans les minérais qui contiennent de l'antimoine, cette addition devient encore plus utile, car ce semi-métal est retenu dans les scories, pendant que le plomb plus fusible & plus facile à se rétablir sous la forme métallique, se précipite dans le *Cassein.*

Mais lorsque ce minéral est fortement antimonié, il ne peut pas être traité de cette manière. Il ne peut être fondu alors avec avantage que par le fourneau à manche, ou par le haut fourneau, ce qui est l'objet principal de ce Mémoire. Mais avant d'aller plus loin, il faut de toute nécessité donner une idée des différentes espèces de minérais de plomb, qui contiennent plus ou moins de ce semi-métal.

---

mens de Métallurgie, lorsque des circonstances particulières sont venues déranger ce projet. Cet ouvrage me paroissoit pourtant devoir être fort utile, car nous n'avons guère que l'ouvrage de Schlutter sur les manières différentes de fondre les minérais en Allemagne, qui ne montre rien de plus que les méthodes de routine sans la moindre explication théorique.

On a été long-tems sans savoir, & il n'y a même que très-peu de tems qu'on s'est aperçu que beaucoup de ces minérais contenoient une certaine quantité de ce semi-métal. Quant à moi ce n'est qu'au commencement de l'année 1769 qu'ayant voulu essayer à La Croix en Lorraine de faire fondre le minérai de plomb qui s'y trouve avec du minérai de fer, pour en obtenir le plomb directement & sans grillage, méthode que j'avois vu pratiquer avec le plus grand succès & la plus grande simplicité de travail aux mines de Wedrein près de Namur: j'aperçus à mon grand étonnement que l'effet ne répondoit pas du tout à mon attente. Je vis qu'il n'y avoit pas de séparation de plomb ou presque pas, & qu'il ne sortoit du fourneau à manche où je faisois cet essai, qu'une *matte* plus ténace & plus dure qu'à l'ordinaire. Alors je fus forcé de mieux examiner que je n'avois fait l'espèce de minérai auquel j'avois à faire, & en général de chercher la cause qui faisoit que certains minérais de plomb donnoient très-bien leur métal par l'addition du minérai de fer ou des scories de ce métal, & que d'autres ne le donnoient pas, & je trouvai que ceux qui ne le donnoient pas contenoient de l'antimoine, & que ceux au contraire qui le donnoient par cette addition étoient purs & privés de ce semi-métal, & ne contenoient purement & simplement que le plomb & le soufre (*c*), que l'on pouvoit même reconnoître l'un & l'autre

(*c*) Quand nous disons que ces minérais ne contiennent purement & simplement que le soufre & le plomb, nous n'entendons parler que de ce qui constitue essentiellement ces minérais. Ils peuvent contenir d'ailleurs des parties terreuses & de gangue, & n'en avoir pas moins la propriété dont nous parlons, parce que ces matières n'y sont qu'étrangères, & ne peuvent empêcher la séparation du plomb. Au surplus je crois devoir nommer ces minérais galène, pour les

de ces minérais par la forme extérieure. Ceux qui étoient susceptibles de donner leur plomb par l'addition du fer, ou qui n'étoient simplement que la combinaison du soufre & du plomb, se présentoient presque toujours sous la forme cubique, ou affectant cette forme, tandis que les autres minérais de plomb s'éloignoient d'autant plus de cette forme, qu'ils contenoient davantage d'antimoine & autres matières étrangères; que dans ces cas ils étoient plutôt striés ou aiguillés ou sous toute autre forme également éloignée de la forme cubique. Les essais que je fis ensuite vinrent à l'appui de ceci; car dès que je fis fondre dans un creuset du minéral de plomb *galène* ou cubique avec de la limaille de fer ou des petits clous, j'eus aussitôt le plomb rassemblé au fond du creuset, au lieu que lorsque j'essayai de cette manière les autres espèces de minérais de plomb, je n'eus

---

distinguer des autres, & parce qu'en effet c'est sous ce nom qu'ont été désignées toutes les mines qui affectent la forme cubique. Cette espèce étant toujours pure & souvent si peu riche en argent, qu'il ne dédommage pas des frais que l'on fait pour l'en retirer, peut fournir le plomb le plus pur & le plus propre aux essais de toutes espèces. Au surplus encore on peut connoître tout de suite si ce minéral est riche ou non en argent, par sa couleur plus ou moins claire. Ceux qui sont sombres & qui tachent les doigts, comme ceux de Vedrein près de Namur, sont fort pauvres en argent, au contraire ceux de Volfach dans le Duché de Firstemberg, sont clairs & argentins, parce qu'ils sont riches en argent. Ces remarques ne seroient rien en elles-mêmes, puisqu'on les a faites depuis long-tems, si elles ne nous conduisoient à observer que les mines de plomb les moins pures, sont souvent celles qui sont les plus riches en argent, & qu'on est forcé de les fondre avec les plus grandes précautions, pour n'en rien perdre, & de chercher les moyens les plus prompts pour les faire couler facilement; car dès que ce minéral peut lâcher son plomb facilement, & se fondre en général avec célérité, il donne à la première fonte presque tout son argent, & les premières portions de plomb qui coulent dans le cassein, l'entraîne presqu'en entier.

qu'une *matte* composée de plus avec le fer, ainsi que je l'ai dit ci-devant.

Mais comme l'antimoine n'est pas la seule matière étrangère qui se trouve dans les minérais de plomb, qu'il s'y trouve aussi du zinc, ou de l'espèce de minéral qu'on nomme bleinde, & surtout de la chaux de fer qui y accompagne toujours en plus ou moindre quantité ces matières étrangères, il faut aussi attribuer, au moins en partie, la non précipitation du plomb à ces matières, au moyen de l'addition du fer. Le défaut de soufre dans ces minérais en doit être la principale cause, car le fer ne peut facilement saisir ces métaux, en dégager le plomb sans une suffisante quantité de soufre; en s'y unissant sans lui, il retient le plomb au moins en partie à cause de ces matières minérales étrangères, avec lesquelles le plomb reste uni. Telle est l'idée qu'on peut avoir de ce qui se passe en cette occasion, car sans elle on ne concevroit que difficilement que le métal le plus fusible, soit si difficile à dégager de son minérai, & qu'en général certains minérais de plomb soient si difficiles à fondre. Les recherches que j'ai faites m'ont montré que c'est au moyen de l'antimoine, que le fer qui n'a aucune affinité avec le plomb, s'y combine & l'empêche de se fondre, que ce semi-métal ayant de l'affinité avec l'un & l'autre, leur sert de *milieu*, & que du tout il résulte une *matte* ténace & scoriée, qui se fond difficilement, & dont le plomb ne se dégage que très-difficilement si on n'y ajoute un fondant convenable (*d*). Or le fondant qui convient ici n'est pas le fer, à

(*d*) Comme cette union est extrême, il ne faut pas s'étonner si on a tant de

moins qu'il ne soit uni à une grande quantité de soufre, comme dans certaines pyrites pures.

Mais si on se trouve à portée d'avoir les deux espèces de minérais de plomb dont nous parlons, savoir l'espèce réfractaire & celle qui est pure, où le soufre abonde, on pourra facilement opérer cette fonte, & même sans qu'il soit nécessaire de faire la première matte, à moins que le minéral ne soit chargé de beaucoup trop de roche ou de gangue, qui pourroit embarrasser la fonte. On pourra prendre pour cela deux parties de minérai réfractaire & une de minérai fusible & très-sulfureux, mélanger l'un & l'autre le mieux possible avec six parties de scories & gouverner la fonte avec ce mélange, comme à l'ordinaire. Il n'y auroit d'inconvénient dans cette circonstance, que dans le cas où la fonte ne fût trop pauvre en argent ou en plomb, c'est-à-dire, où l'on usât trop de charbon, on employât trop de tems, eu égard à la quantité de métal qu'on en auroit. Mais c'est-là un inconvénient qu'il est rare qu'on soit dans le cas de craindre, parce qu'on ne trouve que très-rarement deux espèces de minérais de plomb à portée d'être fondues ensemble. Nous n'eumes pas cet avantage: M. Schreiber, Directeur des mines

peine à y découvrir le plomb, & s'il faut une si grande quantité de plomb étranger ou du verre de plomb pour en scorifier une partie. J'ai été obligé d'en employer quelquefois de 16 à 20 quintaux dans des essais en petit, & autant qu'on a coutume d'en employer pour scorifier le mineral de cuivre & d'argent gris. Certainement le célèbre Cramer n'a pas connu toutes les espèces réfractaires dont je parle ici, lorsqu'il conseille d'en employer que 8 à 10 quintaux pour les plus réfractaires. Cette grande difficulté, on n'en peut douter, ne peut provenir que de l'antimoine & de la chaux de fer, qui, comme on sait, sont très-difficiles à scorifier. On sait d'ailleurs que l'antimoine, lorsqu'il est entièrement dépouillé de son soufre, est fort difficile à fondre ou à scorifier.

de Ste. Marie-aux-mines, & moi, lorsqu'en 1773 nous voulumes faire fondre un minérai de plomb découvert depuis peu dans la vallée de Surlatte, non seulement nous fumes arrêtés par la difficulté de le fondre seul, mais même de trouver des matières qui nous en facilitassent les moyens. D'abord M. Schreiber l'avoit traité au fourneau à manche, selon la manière ordinaire, c'est-à-dire, que pour en enlever le soufre, il l'avoit fait griller dans le fourneau à four, & qu'il l'avoit fondu ensuite par tiers avec les scories. Mais il n'avoit obtenu de cette fonte, très-souvent embarrassée, que peu de plomb. Il n'y avoit pas moyen de se servir de fer pour le fondre sans le griller, car M. Schreiber avoit éprouvé par-là encore plus de difficulté. On étoit un peu embarrassé lorsqu'un vieux maître fondeur, respecté & estimé à cause de ses grands travaux & de son expérience dans tous genres de fonte, soutint qu'il n'y avoit pas d'autre moyen de fondre ce minéral avec avantage, que de le griller légérement & de le fondre ensuite avec un demi-quart de minérai de fer. Cette idée nous frappa d'autant plus que nous ne concevions pas quelle pouvoit être la cause d'un effet si extraordinaire: nous doutions en conséquence de la réussite de l'opération, lorsque nous en vimes l'heureux effet. La fonte fut à la vérité difficile, mais elle n'éprouva plus de difficulté, & alla sans peine lorsqu'on y joignit trois-quarts de scories & un demi-quart de scories de fer, ou du minérai du fer pur. En faisant jouer les souflets comme à l'ordinaire, la tuyère élevée à 25 pouces du sol, il sortoit du fourneau une fumée épaisse & blanche (*e*) & les scories qui en cou-

(*e*) Cette fumée blanche & épaisse est la marque non seulement que les mi-

loient étoient d'une louable consistance. En cherchant à reconnoître quelle pouvoit être la cause d'un si heureux effet, nous ne pouvions en rendre raison qu'en supposant que le fer s'emparoit pendant la fonte d'un restant de soufre qui étoit encore adhérent au plomb, qu'il s'emparoit de l'antimoine en même tems & des autres parties étrangères qui composoient ce minéral, les faisoit entrer en fusion; & que pendant ce tems-là le plomb se métallisant, se précipitoit au fond du fourneau. Mais pourquoi, disions-nous, le même effet n'avoit-il pas lieu également, & mieux encore avec le minérai non grillé, qui ayant tout son soufre étoit plus propre, nous sembloit, à s'unir au fer; voilà ce que nous ne pouvions expliquer, à moins de supposer comme notre maître fondeur, que c'étoit cette trop grande quantité de soufre qui faisoit avec le fer une matte trop fusible & qui retenoit encore le plomb. Que cette explication nous satisfît ou non, toujours est-il vrai qu'il fallut nous en tenir à l'effet qui étoit bon.

Le plomb qui sortoit de ces fontes, contenoit 2 onces & $\frac{1}{2}$ d'argent au quintal, & étant poussé à la coupellation, il étoit moins embarrassant pour les affineurs; il se *litargissoit* beaucoup mieux, ce qui ne pouvoit être attribué qu'à ce qu'il étoit plus débarrassé de l'antimoine.

D'après ce que nous venons de rapporter, il résulte que les minérais de plomb minéralisés soit avec l'antimoine ou sans antimoine peuvent être traités avec le minérai de fer ou

---

nérais de plomb sont antimoniés, mais même que la fonte va bien : tous les minérais de cette espèce s'annoncent par cette fumée, car dès que l'antimoine commence à s'unir au phlogistique, il se volatilise & se dissipe promptement, comme l'on fait en Chimie.

les scories de ce métal, avec cette différence qu'aux minérais antimoniés il faut préliminairement un demi grillage, & voilà justement le point de la difficulté; c'est-à-dire à savoir si tous les minérais de plomb, qui ne seroient pas de l'espèce que nous avons nommée galène, seroient également propres à être traités de cette manière. C'est à l'expérience avenir & aux occasions qui pourront se trouver dans la suite, à nous éclairer là-dessus; quant à nous, nous ne pouvons en dire davantage dans le moment. Seulement nous savons positivement que les minérais de plomb galène, ceux qui sont purs en un mot, ou qui ne consistent purement & simplement que dans l'union du soufre avec le plomb & des parties terreuses non métalliques, peuvent être fondus toujours très-promptement & sans le moindre déchet au moyen d'un quart de minérai de fer ou des scories ou mâchefer, & trois parties de scories vitreuses & provenantes d'ancienne fonte de minérais de plomb, que dans ce cas il ne faut point faire griller le minéral, parce que le soufre qu'on en dissiperoit par-là, feroit du tort à la fonte, & que le minérai de fer y seroit bien plus pernicieux qu'utile, puisque faute de soufre il empâteroit la fonte & empêcheroit le métal de se précipiter. Mais il y a dans tout cela une remarque importante à faire, c'est que ces minéraux sont rarement assez purs, en assez grande quantité au moins dans cet état, pour mériter une fonte soutenue. On sait que plus souvent encore ils sont unis ou dispersés dans leur gangue, ou pas assez rapprochés d'eux-mêmes pour pouvoir être fondus tout de suite avec avantage. Et on sait aussi que dans ce cas-là on est obligé de les fondre préliminairement, faire ce qu'on

appelle la première matte, sans quoi le fer devient embarrassant dans la fonte, à cause des parties terreuses interposées, & qui empêchent l'union du fer au soufre. Il est vrai que l'usage a semblé ne vouloir traiter les minérais de plomb avec le fer, qu'autant qu'ils sont purs, ou comme pouvant être tout de suite dégagés de toute matière étrangère au moyen du lavage simple, comme cela se pratique à Vedrein. Mais pourquoi ne pas traiter également ceux en qui une première fonte seroit utile, si toute considération faite, on trouve qu'il y a plus de profit qu'à les faire griller pour les faire refondre ensuite selon l'ancienne méthode? Or il est bien facile, nous semble, de voir qu'en effet on auroit du profit en fondant cette première matte avec un quart de minérai de fer, ou de scorie de fer, si on se trouve à portée d'en avoir facilement; car non seulement de cette manière on épargneroit le chauffage, qui dans certains Pays, soit qu'on fasse ce grillage à l'air libre ou dans un fourneau, est fort dispendieux, mais encore on épargneroit le tems & les journées des fondeurs, ce qui n'est pas un objet moins digne d'attention.

Cependant dans tout ce que nous avons rapporté jusqu'ici, tous les cas ne sont pas prévus, quoiqu' à l'égard des minérais de plomb blancs, verds & rouges, cristallisés ou non cristallisés, on conçoive facilement qu'étant jetés dans le fourneau à manche & y recevant du phlogistique à travers le charbon, ils doivent être réduits en plomb promptement; mais s'il s'en trouve parmi ces minérais quelqu'un sous cette forme, & qu'il soit pourtant uni avec l'antimoine, alors les considérations changent; car on conçoit aussi qu'un tel minéral ne peut être fondu aussi facilement. J'ignorois qu'il y

en eût de cette espèce, jusqu'à ce que je reçusse des mains d'un homme qui se nomme comme moi, qui étoit à la tête des mines de Bonvillars en Savoye, une sorte de minérai en chaux, qui fondu donne un plomb si antimonié, qu'il se trouve propre à la fabrique des caractères d'imprimerie. J'appris par ce Directeur de mine qu'en effet ce minérai coûtoit beaucoup de soin & donnoit lieu à beaucoup de dépense pour être fondu, & que le fer n'y pouvoit pas être employé. On n'en sera pas surpris quand on saura que ce minéral ne contient nullement de soufre; que le plomb n'y est point minéralisé à proprement parler, & que ce minéral ne consiste en totalité que dans l'assemblage de trois espèces de chaux, savoir de celles de plomb, d'antimoine & de fer. Elles forment une matière pulvérulente, de couleur jaune d'ocre, dont les deux tiers au moins sont de chaux de fer & d'antimoine & le reste de plomb. Si on fond ce minéral avec de la pyrite ou avec un autre minéral de plomb qui contienne beaucoup de soufre & pas d'antimoine, on aura une fonte louable, sans user trop de charbon & employer trop de tems.

Au surplus, pour connoître plus particulièrement ce minéral je jugeai à propos de faire quelques essais dessus. Je vis qu'en l'exposant au feu soit sous la moufle d'un fourneau de coupelle, soit dans un creuset entre les charbons ardens, il ne donnoit aucune vapeur, jusqu'à ce que j'y jetasse de la poudre de charbon, qui donnant du phlogistique aux métaux, mettoit l'antimoine dans le cas de s'en aller en vapeurs, selon la propriété qu'on lui connoit, de sorte que je trouvai par-là le moyen d'en débarrasser ce minérai, mais je vis en même tems que le plomb n'en devenoit que plus difficile à réduire,

à cause de la chaux de fer, qui n'ayant plus rien pour la retenir & ne pouvant se fondre au même degré de feu, en embarrassoit les scories & empêchoit la précipitation du plomb. J'en fondis 6 gros avec 12 gros de flux noir, & je vis la preuve de ce que je dis. Le régule fut petit & terne à sa surface, il étoit entièrement de plomb, parce que j'avois chassé, comme je viens de le dire, tout l'antimoine. Lorsqu'au contraire je fondis brusquement ce minéral avec le triple de flux noir (la fonte se fit à la vérité difficilement, comme on le conçoit d'après ce qui a été dit ci-devant) j'eus au contraire un régule plus considérable, mais *cassant ou roide* comme s'expriment les fondeurs, à cause de l'antimoine resté uni au plomb.

Si d'ailleurs on veut connoître par la voie humide (la meilleure à certains égard) les minérais de plomb antimoniés, on peut faire ce que j'ai fait pour celui dont je parle actuellement; faire bouillir le minérai avec de l'acide nitreux bien bon, le filtrer ensuite & verser dessus de la dissolution de sel marin, qui précipitera en plomb corné ce que cet acide en aura dissous, ce qui ne sera jamais cependant la totalité de ce métal, à moins que successivement on ait traité ainsi le résidu avec de grande quantité de cet acide. Après donc qu'on aura séparé par le filtre ce précipité, on trouvera dans la liqueur la chaux de fer qu'on en séparera par la liqueur saturée du bleu de Prusse. L'antimoine se trouvera dans le résidu, que l'on y reconnoîtra par le moyen dont nous avons parlé, c'est-à-dire, par la poudre de charbon qu'on versera sur lui lorsqu'il sera rouge au feu, ou par la fonte avec le flux noir qui en procurera un régule.

MÉMOIRE

SUR UNE NOUVELLE SUBSTANCE MINÉRALE TROUVÉE DANS LES MINES DE BRAUNSDORFF PRÈS DE FREYBERG EN SAXE, EN 1770.

PAR M. MONNET.

Je fais une mention expresse du tems où j'ai trouvé cette matière, afin que s'il n'est personne qui en ait reconnu une pareille jusqu'alors, la gloire de cette découverte reste à moi seul: je fais mention aussi du lieu où je l'ai trouvée, pour avertir ceux qui seroient à portée d'en obtenir, de n'en pas négliger l'occasion, tels que Mrs. les Minéralogistes de Freyberg.

Cette matière singulière est restée confondue sous le n.° 10 parmi beaucoup d'autres paquets, contenant d'autres matières qui m'étoient également inconnues & que j'avois également rapportées de mes voyages dans les mines d'Allemagne, & qui devoient faire aussi des sujets de recherches & d'examen pour étendre le domaine de la Minéralogie. Cela est bien tard sans doute, ainsi qu'on pourra me le dire, de parler de cette matière inconnue (*a*); mais ma réponse est que

(*a*) Les recherches que j'ai faites dans les Auteurs, m'ont mis dans le cas de croire qu'effectivement cette matière leur a été entièrement inconnue, quoique peut-être quelques mineurs l'ayent rencontrée souvent dans les mines.

je n'ai pu m'en occuper plutôt, que des circonstances particulières m'en ont empêché & m'ont fait oublier mes recherches à cet égard. Je peux ajouter à cela qu'une grande partie de mes richesses en ce genre s'est perdue dans le transport de mon laboratoire dans le lieu où je l'ai rétabli. Il m'en est cependant resté assez pour oser assurer les Minéralogistes qu'ils auroient tort de borner la collection du règne minéral aux substances qu'ils connoissent seulement, qu'il s'en faut de beaucoup qu'ils les connoissent toutes, & surtout qu'ils sachent à fond ce qu'elles sont.

Pour dire quelques mots qui ne seront peut-être pas inutiles à l'histoire des découvertes minéralogiques, & faire voir combien il est utile d'apporter à tout ce qu'on voit dans la terre un œil attentif, je dirai que peu de tems après mon arrivée à Freyberg, ayant été visiter les mines de Braunsdorff, qui en sont éloignées de 2 lieues, accompagné de M. Werner, qui fait aujourd'hui honneur aux Minéralogistes de cette direction, qui me parut alors un des plus instruits & des plus intelligens d'entre les Élèves dans l'art des mines, & à qui je dois de la reconnoissance pour m'avoir conduit partout où il put & aidé de ses conseils: je dirai que nous passames devant un mineur qui abattoit du minéral sur une veine un peu détournée du filon, & comme la matière qu'il abattoit étoit fort tendre, il en sauta une bonne partie à mes pieds; ayant pris un marteau, je la brisai, & trouvai dedans la matière qui fait le sujet de ce Mémoire. Je la ramassai le mieux que je pus, & je fus visiter ensuite soigneusement la partie de la veine dont elle s'étoit détachée pour tâcher d'en obtenir encore; mais ce fut inutilement, & le mineur m'apprit

que cette matière qu'il appeloit *faul bleinde* se trouvoit ainsi assez souvent en nid, mais que la regardant comme inutile, ainsi que sa dénomination le fait connoître, on ne se donnoit pas la peine de la ramasser. M. Werner, qui pendant ce tems-là avoit marché un peu en avant pour s'entretenir avec le maître mineur, revint sur ses pas, & voyant le sujet qui m'avoit arrêté, me dit, comme le mineur, que cette matière étoit une mauvaise bleinde. De retour à Freyberg, je fus voir M. de Pabst de Hoain, qui étoit alors Capitaine des mines, avec qui je m'étois particulièrement lié, & lui ayant montré ma matière, il la regarda aussi comme une bleinde, & prétendit en avoir dans quelque coin de son riche cabinet des minéraux; mais il n'y en trouva pas, & je crus m'apercevoir que c'étoit pour la première fois qu'il y faisoit attention. Je lui observai que cette matière étant infiniment plus friable & bien plus légère que l'espèce de bleinde, reconnue aujourd'hui pour un véritable minérai de zinc, elle ne pouvoit être confondue avec elle (*b*).

(*b*) En effet, l'espèce de bleinde dont nous voulons parler ici, celle que Cronstedt a reconnu contenir véritablement du zinc & celle que nous avons reconnu nous-mêmes pour être un composé de soufre de fer & de zinc & que j'ai nommée mine de zinc vitreuse dans mon Traité de la dissolution des métaux & dans mon nouveau sistême de Minéralogie, ne peuvent plus être présentées désormais sous la dénomination de bleinde, qui signifie une matière inutile réfractaire & de nulle valeur. Nous allons voir que dans ce sens, la matière qui nous occupe maintenant est plus propre sans contredit à être désignée ainsi que ces minérais de zinc & que toute autre matière qui fournit une substance métallique.

La matière qui nous occupe a effectivement quelqu'apparence de la bleinde de zinc; elle en a la couleur, mais elle est infiniment plus friable, car elle se laisse briser entre les doigts. Elle est beaucoup plus légère. Elle a à la vérité un tissu vitreux, mais elle n'a aucune forme cristalline. Je la pris d'abord pour une sorte de bitume, & je trouvai qu'elle avoit plus d'apparence de la colophane ou de la résine que du minérai de zinc dont nous venons de parler. Je le crus jusqu'au moment où j'en mis sur un charbon ardent, où je vis que bien loin de s'enflammer ou de s'y fondre, comme elle auroit dû faire si réellement elle avoit été ce que j'avois pensé d'abord, elle se montroit au contraire très-réfractaire & absolument fixe. Réduite en poudre, cette matière est d'un jaune clair qui approche beaucoup de celui de la poix-résine ou de la gomme gutte. Jetée en cet état sur les charbons ardens, elle ne donne rien de sulfureux, mais une petite vapeur tout-à-fait extraordinaire, qui passe à l'instant; vapeur que j'attribuai plutôt à son air fixe ou vital qui emportoit quelques-unes de ses parties.

1.° J'en pris une demi-once & l'ayant fait torrefier sous la moufle d'un fourneau de coupelle, je vis qu'après l'y avoir tenue long-tems, elle n'y avoit diminué que de quelques grains, & qu'elle n'y avoit pas changé de couleur.

2.° Je mêlai cette dose de ma matière avec partie égale de limaille de cuivre & 3 parties de flux noir. Ayant mis ce mélange dans un bon creuset de Hesse & l'ayant placé devant la tuyère de mon souflet, je donnai la chaleur par degré jusqu'à celui capable de le fondre. La matière se gonfla beau-

coup, ce qui me fit croire qu'il y avoit une réduction métallique particulière, que je rapportai à ma matière; mais je trouvai qu'il n'y avoit que le cuivre seul qui s'étoit fondu & étoit tombé au fond du creuset en régule, & que la matière en question étoit restée boursouflée par-dessus. Ayant remis ce même creuset au feu, après y avoir versé un peu plus de flux noir, je le poussai jusqu'à la plus violente chaleur que je pus faire, au point que le support & le fond du creuset commencèrent à couler. Après que le feu fut éteint en partie, j'enlevai le creuset, & je ne trouvai dedans au lieu de similor ou cuivre jaune, comme cela auroit dû être si ma matière avoit contenu de la chaux de zinc, je ne trouvai, dis-je, qu'une masse un peu poreuse, vitrifiée, d'un beau rouge de chaux de cuivre, & telle que la chaux de cuivre bien déphlogistiquée la donne lorsqu'on la fond avec de l'alcali fixe & du borax.

Les scories qui étoient par-dessus étoient verdâtres, & le devinrent davantage ensuite, ayant été exposées à l'air libre. L'on y voyoit çà & là, ainsi que dans l'espèce de matière vitriforme dont je parle, des parties transparentes & comme des espèces de stries fort fines d'une grande beauté, & ressemblant assez à la pierre qu'on nomme béril, qui reluisoient & chatoyoient comme elle diverses couleurs. Toutes ces choses extraordinaires ne pouvoient pas être attribuées au cuivre seul, il falloit supposer nécessairement que notre matière y avoit participé beaucoup, puisque on sait que le cuivre seul ne produit point cet effet.

Cette expérience me montra, à ce que je crois bien clairement, que cette singulière matière n'étoit point métallique,

ou du moins qu'elle ne contenoit aucun métal particulier, puisqu'elle ne s'étoit pas combinée avec le cuivre, & qu'elle lui avoit fait perdre sa forme métallique au contraire, malgré la présence de la matière qui pouvoit lui fournir continuellement du phlogistique.

3.° Après cette expérience, j'en imaginai une autre qui devoit achever de me montrer si cette matière contenoit quelque métal ou non. Ce fut d'en mêler une autre demi-once avec autant de grenaille de plomb, & de fondre ce mélange avec 3 parties de flux noir. Quoique je fisse éprouver à cette matière un feu presqu'aussi fort que celui dont je viens de parler, je ne trouvai dans le creuset que mon plomb en régule, mais au lieu d'être brillant à la surface, il étoit grisâtre, inégal & fort rude au toucher. La matière qui étoit par-dessus, étoit fort dure & poreuse; je la jugeai être ma matière qui n'étoit pas entrée en parfaite fusion avec le flux.

Les scories salines qui étoient par-dessus étoient parsemées de taches verdâtres, ce que je ne pouvois attribuer encore qu'à ma matière singulière, car le plomb que j'avois employé étoit du véritable plomb d'essai, c'est-à-dire, tiré de son minérai directement & par conséquent très-pur (*c*). Mon

(*c*) C'est une précaution qu'il faut avoir si on veut travailler avec exactitude & sureté dans les essais. Il faut bien se garder de prendre du plomb provenant de la revivification de la litharge, qui peut avoir été tirée du coupellage de l'argent qui avoit été uni au cuivre dans les *mattes*. Celui-ci peut contenir en effet quelque peu de cuivre, mais jamais celui qui est tiré directement de la mine de plomb galène, qui n'en admet jamais dans sa composition, quoiqu'on en ait dit.

régule de plomb ne se trouva pas augmenté, au contraire il pesa quelques grains de moins.

4.° Ne pouvant reconnoître dans ma matière rien de métallique, du moins qui lui fût essentiel, je crus devoir la traiter directement. Pour cela je pris le parti de l'essayer par la fonte seule, j'en mis deux gros dans un creuset, & la poussai par degrés jusqu'à la plus grande violence du feu. Je vis d'abord qu'au degré où l'on fond le cuivre, elle restoit intacte. La chaleur fut soutenue pendant un bon quart d'heure au même degré que dans l'expérience seconde, & j'eus enfin la satisfaction de voir ma matière en parfaite fusion. J'enlevai le creuset du feu & j'essayai de la faire couler sur ma plaque d'essai, mais ce fut inutilement, car elle étoit si tenace qu'elle s'arrêta au bout du creuset, quoique j'eusse agi très-diligemment. Après le refroidissement, je trouvai dans mon creuset une scorie très-unie & d'une belle couleur, bronzée & si dure, qu'il ne me fut jamais possible d'en détacher la moindre partie.

5.° Comme cette matière, en l'état où je la voyois, me paroissoit être une chaux métallique en fusion, je crus devoir procéder à une autre expérience dans l'intention de voir si elle seroit en état de prendre du phlogistique, en un mot de se métalliser. En conséquence je jetai dans le creuset à peu près 6 parties de flux noir, & le replaçai devant la tuyère de mon soufflet (*d*) & procédai comme à l'ordinaire; mais je

(*d*) On sent bien aussi qu'en agissant ainsi mon intention étoit de tirer tout le parti possible de mon expérience, & de ménager ma matière, que je n'avois plus qu'en petite quantité.

ne jouis pas de la satisfaction que j'attendois : ma matière se refondit sans doute, puisqu'elle se déplaça & qu'elle se rassembla au fond du creuset, mais elle ne s'y trouva plus que comme une scorie noirâtre & poreuse, avec une autre scorie par-dessus remplie de parties colorées en verd.

J'aurois bien voulu recommencer l'expérience par laquelle j'avois fondu cette matière seule, & mieux examiner que je n'avois fait l'état singulier de cette matière en fusion, mais ayant d'autres expériences à faire, qui me paroissoient encore plus importantes, je me vis contraint de réserver le peu de ma matière pour cela. Voici donc celles que je crus devoir faire encore par la voie sèche.

6.° Je mêlai partie égale d'alcali fixe & de ma matière, & ayant mis ce mélange dans un creuset, je procédai comme est dit ci-dessus. Mais je ne trouvai dans mon creuset qu'une scorie boursouflée, parsemée aussi de taches d'un verd clair. Je répétai cette expérience avec 3 parties de ce sel alcali, mais je ne réussis pas mieux à convertir ma matière en verre ou matière vitriforme ; au contraire dans cette répétition d'expérience, je vis qu'elle y avoit été encore moins disposée, d'où je conclus que ma matière n'avoit rien de quartzeux en elle ; car l'alcali n'auroit pas manqué de la dissoudre s'il y en avoit eu.

Voyant donc que l'action du feu directe sur cette matière ne me la faisoit pas connoître entièrement, je pris le parti de la traiter avec les trois acides minéraux. Il faut pourtant considérer auparavant la singularité de cette matière extraordinaire, qui, quoique fort légère, poreuse & vitreuse & ayant en un mot l'apparence d'une scorie, ne se fond néanmoins

qu'au plus grand feu, & cette matière en fusion est tenace extraordinairement.

7.° Je vis d'abord que cette matière est soluble dans les trois acides minéraux, mais que son vrai dissolvant est l'acide marin. J'en mis 2 gros dans une once & demie de cet acide médiocrement concentré, & sans que même je fisse chauffer le matras où j'avois fait ce mélange, cette dissolution se fit complétement, tranquillement & sans effervescence, du moins apparente. Elle se trouva d'une belle couleur d'or; & étant à peu près saturée, elle donna par l'évaporation spontanée (*e*), c'est-à-dire, abandonnée à l'air libre, dans une capsule de verre, de petits cristaux de forme irrégulière & sans consistance & de même couleur.

8.° Cette matière traitée dans les mêmes proportions avec l'acide nitreux, elle s'y est dissoute plus difficilement, & il a fallu employer la chaleur pour l'opérer complétement. Cette dissolution étoit claire au contraire & presque sans couleur; il resta au fond du matras une petite partie non dissoute qui étoit en poudre. Cette dissolution étoit fort âcre & même un peu caustique, tandis que celle de l'acide marin ne paroissoit qu'un peu astringente, & d'ailleurs d'un goût qui ne me paroissoit pas désagréable.

(*e*) Je profite de cette occasion pour dire que c'est ainsi que j'obtiens toujours mes cristaux, & toujours plus beaux & plus réguliers, que lorsque je les faisois évaporer à la manière indiquée par Rouelle, qui prétendoit ne pouvoir les obtenir nettement & complètement que lorsqu'on leur faisoit éprouver de certains degrés d'évaporation au feu, & qu'on les exposoit ensuite au refroidissement.

9.° Traitée avec l'acide vitriolique, la dissolution a été encore différente. M'étant aperçu que cet acide aqueux n'agissoit pas ou presque pas sur ma matière, j'y ai employé de l'acide vitriolique concentré, c'est-à-dire, de l'huile de vitriol ordinaire, qui d'abord n'a pas paru l'attaquer sensiblement; mais dès que j'ai eu exposé le vase au feu, j'ai vu cet acide y agir sensiblement & même vivement dès que le matras a été chauffé fortement sans pourtant y exciter une effervescence marquée. Cette dissolution ayant été achevée, je l'ai trouvée d'un blanc sale, un peu laiteuse & ressemblante à de l'huile par son épaisseur. Je l'ai évaporée après l'avoir filtrée, mais elle n'a donné qu'une sorte d'extrait.

10.° L'eau versée sur cette dissolution la troubloit & en détachoit une poudre, qui se redissolvoit lorsque j'y versai un excès de ce même acide. L'eau ne troubloit pas les autres dissolutions, au contraire elles devenoient encore plus transparentes & plus limpides.

11.° Ayant mêlé ensemble une partie de chacune de ces dissolutions, je vis avec étonnement qu'elles se troublèrent & devinrent fort épaisses & de même couleur que la dissolution faite par l'acide vitriolique : il se déposa au fond du vase de verre une espèce de caillé, tandis que la liqueur étoit fort claire par-dessus. Ce qui me donna lieu de croire que l'acide vitriolique s'étoit emparé de la matière tenue en dissolution par les autres acides, & que quoique cet acide ne fût pas celui qui la dissolvoit le mieux, il avoit pourtant plus d'affinité avec elle que les autres acides. Ce qui me porta à voir ce qui résulteroit de l'affusion de l'acide vitriolique sur l'une & l'autre des autres dissolutions en particulier; mais il n'y eut que

dans la dissolution faite par l'acide nitreux, où l'acide vitriolique occasiona un peu de changement. A cette occasion je vis que dans tous les cas le précipité formé par ces mélanges se redissolvoit dans un excès d'acide.

12.° Je voulus voir ensuite si l'acide du vinaigre agiroit aussi sur ma matière. Pour cela j'en réduisis une petite partie en poudre très-fine, tandis que pour les autres acides je m'étois contenté de la concasser légérement. Je versai dessus de l'acide du vinaigre retiré du verd de gris, & je vis que même sans le secours de la chaleur, cet acide agissoit sensiblement dessus & se coloroit à peu près comme l'acide marin.

13.° L'alcali fixe versé sur ces dissolutions en fait précipiter une poudre jaunâtre très-subtile, & qui prend par conséquent beaucoup d'eau. En ayant obtenu un précipité assez considérable, après l'avoir bien lavé sur le filtre & laissé dessécher, je voulus voir si ce précipité seroit également dissoluble dans les mêmes acides, mais je trouvai qu'il s'y dissolvoit encore plus promptement & même avec chaleur & effervescence ; ce qui me prouva qu'une partie de l'air fixe de l'alcali s'y étoit attaché (*f*). En cette occasion je vis que cette matière est susceptible de se dissoudre dans l'alcali fixe

(*f*) Quand on emploie un alcali fixe ordinaire, dissous seulement dans l'eau & filtré, on peut être en pareil cas fort facilement induit en erreur par la terre que fournit lui-même l'alcali, ainsi que j'en ai déjà averti dans mon traité des eaux minérales. Je me sers pour cela d'un alcali qui a été exposé long-tems à l'air libre, dissous dans beaucoup d'eau où l'air, à mesure qu'il se joint au sel, fait précipiter la terre.

jusqu'à un certain point, car lorsque je versai sur ces dissolutions de cet alcali par excès, il y avoit une partie de ma matière qui ne se précipitoit pas, & j'étois obligé d'y remettre de l'acide pour l'obliger à se précipiter entièrement.

Je crois que si on a fait attention à tout ce que nous avons rapporté jusqu'ici, on en peut conclure que la matière qui nous occupe est unique en son espèce, & qu'elle ne ressemble à aucune autre du règne minéral. Ce que nous allons encore rapporter n'est pas moins extraordinaire & digne d'attention & semble rapprocher notre matière du fer. Mais d'abord on a dû remarquer que si cette matière appartenoit au fer, & qu'elle en fût une modification, comme j'ai été tenté de le croire d'abord, elle ne se dissoudroit pas comme elle fait dans les acides; car on sait que pour peu que le fer soit dépouillé de son phlogistique, il n'est pas même attaquable par les acides. De plus on a vu que je n'ai pu parvenir à la rassembler en régule & qu'elle s'est montrée de nature non métallique (*g*). Je voulois ensuite rapporter ma matière à celle que les Chimistes Suédois ont nommée sidérite, mais je n'y trouvai pas non plus la moindre ressemblance. Ce qu'il y a encore de fort remarquable est la propriété très-singulière qu'a cette matière de colorer les scories en verd de pré, couleur qui s'y manifeste encore davantage lorsque ces scories sont exposées à l'air. Quoiqu'il

(*g*) Il faut pourtant convenir que si cette matière appartient au fer, on ne doit pas être surpris si par le flux noir seul je n'ai pu parvenir à en obtenir un régule; car on sait que le fer pour être réduit en régule; exige un flux fort, c'est-à-dire vitriforme, fait avec du verre ou de quartz & de l'alcali unis avec le flux noir.

en soit, voici ce qui la feroit prendre d'abord pour du fer.

14.° Je mêlai dans une partie de mes dissolutions étendue dans de l'eau, une pincée de poudre de noix de galle, & tout de suite je vis à mon grand étonnement qu'elle y donnoit une couleur noire à peu près semblable à celle que donneroit une chaux de fer dissoute dans un acide, excepté que ce noirci tournoit vers la couleur lie de vin.

15.° Comme j'avois épuisé mes dissolutions & qu'il m'en restoit très-peu, j'en fis une autre dans de l'acide marin, & j'eus soin de la bien saturer. J'étendis cette dissolution dans de l'eau pure & je versai dessus peu à peu de la liqueur de bleu de Prusse, saturée à la manière de Macquer. Il s'y forma un précipité bleu aussi beau qu'avec le fer dissous dans le même acide. Je continuai d'y verser de ma lessive, tant qu'il se précipita quelque chose, & ayant filtré par le papier gris pour retenir le précipité, j'obtins une liqueur claire qui ne contenoit plus aucune partie de ma matière en dissolution, car y ayant jeté un peu d'alcali fixe en liqueur, il ne s'en précipita rien. Ce qui me prouva que toute ma matière avoit été précipitée. Si je n'avois démontré que les matières métalliques ne sont pas les seules auxquelles la matière colorante du bleu de Prusse s'attache, puisque j'ai fait voir que la terre subtile du spath fluor, celle qui a la propriété de s'élever avec les acides dans la distillation, en est aussi précipitée sous la forme de poudre bleu de ciel, j'aurois été tenté par cette expérience de conclure que ma matière est véritablement ou entièrement métallique.

En attendant que nous puissions savoir à quoi cette matière singulière peut être utile, & qu'une plus grande quantité que dans la suite on en pourra trouver, nous ait mis à portée de la mieux connoître, nous la nommerons bleinde véritable ou bleinde légère, pour qu'on ne la confonde pas avec ces matières que l'on a désignées long-tems par ce nom & que l'on désigne encore.

OBSERVATIONS

SUR QUELQUES COMBINAISONS DE L'ACIDE MURIATIQUE OXYGENÉ.

PAR M. BERTHOLLET.

L'acide muriatique oxygené (*acide marin déphlogistiqué*) s'éloigne des autres acides par une propriété qui mérite d'être examinée plus particulièrement que je ne l'ai fait dans le Mémoire où je m'en suis occupé (*Mém. de l'Acad. de Paris* 1785. *Journ. de Phys. mai* 1785). Il ne fait point effervescence avec les dissolutions de carbonates alcalins (*alcalis fixes effervescens*); cependant j'ai observé qu'il contracte une union avec eux, puisqu'il perd sa couleur & que son odeur est fort affoiblie & même changée. Lu le 5 juillet 1787.

L'oxygène qui dans plusieurs occasions donne les propriétés acides à la base avec laquelle il se combine & qui plus généralement paroît disposer les substances avec lesquelles il s'unit, à entrer en combinaison avec les alcalis, fait-il donc une exception pour l'acide muriatique, & s'éloigne-t-il dans cette occasion d'une loi qui paroît si générale, ou bien n'ai-je aperçu qu'une partie du phénomène? Voilà la question que je me suis proposée & que j'ai taché de résoudre par les expériences suivantes.

J'ai mis dans un flacon une dissolution assez rapprochée de potasse (*alcali fixe végétal caustique*) & j'y ai fait passer beaucoup de gas acide muriatique oxygené, en me servant

des proportions d'acide muriatique & d'oxide de manganèse (*chaux noire de manganèse*) que j'ai indiquées dans mon Mémoire, & en laissant un flacon vide intermédiaire, pour recevoir l'acide muriatique qui n'avoit pas été oxigené. Il s'est combiné avec beaucoup de facilité une très-grande quantité de gas: la liqueur s'est troublée, & il s'est formé un dépôt abondant: ce dépôt étoit dû en partie à la terre qui est tenue en dissolution par l'alcali caustique & qui se précipite, lorsque cet alcali se combine avec un acide; mais il contenoit outre cela de petits cristaux d'une forme nouvelle. Je fis évaporer la liqueur; j'en retirai beaucoup de muriate de potasse (*sel fébrifuge de Sylvius*) & une petite portion du nouveau sel dont je vais décrire les propriétés, avant que de parler des circonstances qui accompagnent & qui décident sa formation, & des différences qu'on observe, lorsqu'on se sert de potasse ou de carbonate de potasse.

Une propriété qui doit caractériser ce sel, c'est qu'il détonne avec le charbon: après la détonnation on ne retrouve que du muriate de potasse ordinaire: l'on voit donc par cette seule expérience qu'il est composé d'acide muriatique combiné avec l'oxygène & de potasse, & je l'appelerai suivant les principes de la nomenclature méthodique, muriate oxygené de potasse.

Ce sel se dissout beaucoup plus abondamment dans l'eau chaude que dans l'eau froide; ce qui donne le moyen de le séparer du muriate de potasse avec lequel il se trouve mêlé. Il cristallise quelquefois en lames hexaèdres & plus souvent en lames rhomboïdales. Mais presque tous les cristaux qu'on obtient, ont dans la même cristallisation la même espèce de

figure: dans les lames hexaèdres, il y a ordinairement deux grands côtés & quatre petits: les deux grands côtés sont quelquefois fort longs & donnent au cristal l'apparence d'une aiguille: la forme rhomboïdale dérive de l'hexaèdre dont deux des petits côtés opposés sont supprimés: ces cristaux sont d'un brillant argenté comme le mica: ils n'ont plus la saveur du muriate de potasse, mais ils en ont une qui est fade, & ils produisent en se fondant dans la bouche un sentiment de fraicheur qui ressemble beaucoup à celui du nitre; toutefois la saveur de ce muriate me paroît moins désagréable: il n'a plus la propriété de détruire les couleurs végétales ni de décomposer l'ammoniaque (*alcali volatil*), de façon que l'oxygène s'y trouve dans une combinaison intime.

Je viens de prouver que l'acide muriatique combiné avec l'oxygène peut s'unir avec la potasse & former un sel qui a de grandes analogies avec le nitre par sa dissolubilité dans l'eau chaude, par la propriété de détonner & par la saveur; mais lorsque ce sel se produit, il se forme toujours une beaucoup plus grande quantité de muriate de potasse. Il falloit chercher si l'acide muriatique oxygené prend dans cette combinaison une nature différente, & pourquoi il n'y a qu'une petite partie de sel qui se trouve oxygené. Pour fixer l'idée que je devois me former, j'ai comparé les quantités d'oxygène qu'on pouvoit dégager par la chaleur de l'acide qui entre dans la composition du muriate oxygené de potasse, & celle qui est en combinaison dans l'acide muriatique oxygené & que j'en ai séparée par l'action de la lumière: j'ai ensuite comparé la quantité d'acide muriatique qui se trouve, soit dans le muriate oxygené de potasse, soit dans un poids connu d'acide muriatique

oxygené, & j'ai trouvé que la proportion d'oxygène relativement à celle d'acide muriatique étoit beaucoup plus grande dans le muriate de potasse oxygené, que dans l'acide muriatique oxygené. Je n'indique pas ici le nombre qui exprime cette différence, parce que je me propose de mettre dans cette détermination encore plus de précision que je n'ai pu le faire jusqu'à présent.

Lors donc qu'on fait passer l'acide muriatique oxygené dans une solution de potasse, l'oxygène se concentre dans une partie de la combinaison pour former le sel oxygené, & la plus grande partie de l'acide muriatique qui a été dépouillée de son oxygène, forme avec l'autre portion d'alcali un simple muriate de potasse: pour distinguer l'acide muriatique oxygené de celui qui est en combinaison dans le sel détonnant, je désignerai ce dernier par le nom d'acide muriatique suroxygené.

Mais lorsqu'on a saturé une dissolution alcaline avec l'acide muriatique oxygené, ou bien, lorsqu'on a laissé un excès d'alcali, cette liqueur détruit très-promptement les couleurs végétales & fait effervescence avec l'ammoniaque qu'elle décompose de la manière que j'ai décrite dans mon analyse de l'alcali volatil (*Mém. de l'Acad. de Paris* 1785); & cependant le sel oxygené n'exerce aucune action sur les couleurs ni sur l'ammoniaque: il faut donc qu'il y ait une portion de l'acide oxygené dans laquelle la transposition de l'oxygène, pour ainsi parler, n'ait pas eu lieu. Cette portion est maintenue dans son état naturel probablement par l'affinité que l'eau a d'un côté avec elle & d'un autre avec l'alcali, de sorte qu'elle ne contracte qu'une union foible avec ce dernier.

Ce qui se passe ici dans la transposition de l'oxygène a beaucoup de rapport avec ce qui arrive lorsqu'on combine de l'acide nitreux avec une liqueur alcaline. Quoique l'azote (*mofette ou air phlogistiqué*) s'y trouve combiné avec tout l'oxigène; cependant, lorsque la combinaison avec l'alcali se forme, il se fait à l'instant une séparation : d'un côté, beaucoup d'oxygène & peu d'azote forment l'acide nitrique (*acide nitreux blanc ou degazé*) qui ayant plus d'affinité avec l'alcali se combine avec lui; d'un autre côté, beaucoup d'azote & une portion plus petite d'oxygène forment du gas nitreux qui est repoussé de la combinaison & qui s'échappe pour la plus grande partie de la liqueur.

Si l'on fait évaporer la dissolution de potasse saturée avec l'acide muriatique oxygené, & si l'on n'expose pas le vaisseau de verre sur des charbons ardens, toute la partie qui conservoit les propriétés de l'acide muriatique oxygené subit le changement que je viens de décrire & forme du muriate de potasse & du sel détonnant, de manière qu'on ne retire par la distillation ni air vital ni acide muriatique oxygené; & lorsque la liqueur est rapprochée à un certain point, elle n'altère plus les couleurs & elle ne décompose plus l'ammoniaque.

Après avoir éprouvé la potasse pure (*caustique*), j'ai soumis à l'expérience le carbonate de potasse (*alcali fixe végétal effervescent*); j'ai observé que la combinaison avoit lieu également & que l'acide muriatique oxygené éprouvoit la même transformation, pendant que la combinaison se formoit. L'acide carbonique (*air fixe*) est chassé de sa base & il entraîne avec lui une petite portion d'acide muriatique oxygené, comme on peut s'en assurer, en faisant passer ce gas dans un fla-

con rempli d'eau. J'ai retiré de cette combinaison à peu près quatre parties de muriate de potasse contre une de muriate oxygené, de sorte que comme l'oxigène fait un peu plus du tiers du poids de ce dernier sel, ainsi qu'on le verra plus bas, il faut que plus de six parties d'acide oxygené cèdent leur oxygène à une seule partie. Je donnerai ces proportions d'une manière plus exacte.

Ce que j'ai dit sur la portion d'acide muriatique oxygené qui reste foiblement unie à l'alcali & qui conserve ses propriétés, a également lieu avec la dissolution de carbonate de potasse; elle détruit les couleurs végétales, elle décompose l'ammoniaque & elle donne de l'air vital, lorsqu'on l'expose à la lumière; enfin lorsqu'on fait évaporer la liqueur sans qu'elle éprouve l'action vive de la lumière, cette portion se combine avec l'alcali & forme encore du muriate oxygené & du muriate simple; mais je suppose ici, de même que pour l'expérience de la potasse, que la liqueur alcaline n'est pas surchargée d'acide muriatique oxygené; car s'il y en avoit une partie surabondante à l'alcali qui peut se combiner, cette partie passeroit dans la distillation sous la forme d'acide muriatique oxygené, pourvu qu'elle n'éprouvât que l'action d'une chaleur obscure. Lorsque la liqueur alcaline a ainsi une surabondance d'acide muriatique oxygené, l'on peut en détruire la partie superflue par l'ammoniaque & cependant retirer la même proportion de sel oxygené, que si l'on n'y avoit point mêlé d'ammoniaque, ainsi que je m'en suis assuré par l'expérience.

A présent l'on entend ce qui doit se passer, lorsqu'on verse une dissolution d'alcali fixe dans l'acide muriatique oxygené.

La proportion d'eau qui se trouve nécessairement dans cette liqueur est telle que l'acide muriatique oxygené y est dans le cas de la partie que j'ai dit n'être point décomposée dans l'opération précédente; il se combine très-foiblement avec l'alcali; il ne chasse point l'acide des carbonates & il conserve toutes les propriétés dont j'ai parlé. Pour le prouver, j'ai versé de la dissolution de carbonate de potasse dans une certaine quantité d'acide muriatique oxygené assez fort; j'ai ensuite versé de l'ammoniaque qui a produit une effervescence qui est due, ainsi que je l'ai expliqué ailleurs, au dégagement de l'azote; après cela j'ai fait évaporer la liqueur & je n'ai point retrouvé de sel oxygené; il ne s'en étoit donc point formé, lorsque j'avois mêlé la liqueur alcaline avec l'acide muriatique oxygené.

Mais lorsqu'on fait évaporer cette liqueur, ou bien on expose le vaisseau transparent sur une lumière vive, ou bien on fait évaporer ou distiller à une chaleur obscure; dans le premier cas une partie d'acide muriatique oxygené est décomposée par la lumière & l'on retire un peu d'air vital qui est mêlé avec l'acide carbonique, si l'on s'est servi de carbonate alcalin; c'est ce qui m'est arrivé dans les expériences que j'ai décrites (*Mém. de l'Acad. Journ. de Phys.*). Dans le second cas la transformation se fait en entier & l'on retire les proportions indiquées de sel oxygené & de muriate simple, & la proportion du premier est plus grande que si l'on a dégagé de l'air vital.

Le sel oxygené que je viens de décrire avoit échappé à Schéele & à Bergman, lorsqu'ils regardèrent comme un muriate ordinaire le sel résultant de la combinaison de l'alcali

fixe, avec l'acide muriatique oxygené, lequel d'ailleurs par leur procédé devoit se trouver mêlé a beaucoup d'acide muriatique simple. Il n'est donc plus besoin de discuter l'explication que ces deux grands Chimistes ont donné sur l'identité de ces sels qu'ils attribuoient à une portion de phlogistique que l'alcali devoit rendre à l'acide muriatique déphlogistiqué ; & moi, lorsque j'ai combatu cette explication vague & que j'ai prouvé que l'on retiroit de l'air vital de l'acide muriatique oxygené, je n'ai point également aperçu le sel oxygené qui devoit être mêlé avec le muriate ordinaire, à la vérité en petite proportion, parce que dans mon procédé j'avois décomposé une partie de l'acide muriatique oxygené, en exposant la cornue dont je me servois sur des charbons ardens.

En décrivant la combinaison de l'acide muriatique oxygené avec la dissolution de potasse, j'ai passé sous silence deux circonstances dont je vais faire mention: la première est, que l'alcali caustique qu'on prépare dans l'eau n'étant jamais entièrement dépouillé d'acide carbonique, il s'en dégage toujours un peu sur la fin de la saturation; la seconde qui est beaucoup plus importante, c'est que lorsque l'alcali caustique est rapproché à un certain point, il se fait une effervescence continuelle pendant l'opération, & cette effervescence se prolonge même quelques jours après. Si l'on receuille le gas qui se dégage en bulles qui dans le commencement se succèdent assez rapidement, on trouve que c'est de l'air vital; si l'on fait évaporer la liqueur, il se dégage encore de l'air vital dans le commencement, & enfin l'on retire une beaucoup plus petite proportion de sel oxygené. Il paroît donc que l'alcali caustique dont l'affinité n'est pas tempérée par l'eau, exerce

une action trop vive sur la base muriatique de l'acide oxygené que l'on peut regarder comme étant dans un état gaseux & à demi élastique & il en chasse l'oxygène: cet effet seroit sans doute plus rapide si on exposoit la liqueur à une lumière vive.

La soude & le carbonate de soude (*alcali minéral caustique & alcali minéral effervescent*) forment aussi une combinaison avec l'acide muriatique oxygené & présentent des phénomènes analogues à ceux que j'ai décrits; mais la différence qui mérite d'être remarquée, c'est que le sel oxygené de soude au lieu d'être moins soluble dans l'eau froide que le muriate ordinaire, est au contraire déliquescent. Lors même qu'il est réduit en liqueur, si on en verse un peu sur un charbon ardent, il forme une petite détonnation: il se dissout dans l'esprit de vin, comme tous les sels déliquescens.

La chaux qu'on a préalablement fait éteindre dans l'eau pour en chasser l'air qui est contenu dans ses pores, comme dans ceux d'une éponge, & celui qu'elle chasse de l'eau en se combinant avec elle, contracte bien quelqu'union avec l'acide muriatique oxygené, ainsi que je l'ai remarqué dans mon Mémoire; mais il paroît que son action est trop foible pour décider aucune transmutation, & si on fait évaporer la liqueur à une chaleur obscure, il m'a paru que l'acide muriatique oxygené s'en dégageoit sans avoir éprouvé aucune modification; cependant je me propose d'examiner encore cet objet.

Après avoir décrit les principaux phénomènes que m'ont présentés les combinaisons de l'acide muriatique oxygené avec la potasse, la soude & la chaux, je reviens à quelques propriétés remarquables du muriate oxygené de potasse. Lors-

qu'on expose ce sel à la chaleur, l'oxygène s'en dégage sous la forme d'air vital, plus facilement qu'il ne se dégage du nitre; cependant il y a apparence que le gas ne se forme que lorsque le vaisseau devient rouge pour que la lumière rende l'état élastique à l'oxygène. Cent grains de sel m'ont donné soixante & quinze pouces cubiques d'air vital ramené à la température de douze degrés du thermomètre de Réaumur : j'avois pris les précautions nécessaires pour que cet air ne se trouvât mêlé qu'à la plus petite quantité possible d'air atmosphérique, & quoique la théorie indiquât clairement que cet air devoit avoir la plus grande pureté, je l'ai éprouvé à l'eudiomètre de M. De Volta & avec la dissolution de sulfure de soude (*foie de soufre fait avec l'alcali minéral*). Dans la première épreuve vingt parties qui avoient été mêlées avec quarante de gas hydrogène (*gas inflammable aqueux*) ont laissé deux parties de résidu; dans la seconde vingt-quatre parties en ont laissé un peu moins qu'une; & j'avoue que je n'ai pas pris les précautions les plus rigoureuses; par exemple je ne me suis pas servi d'eau qui eût été privée de l'air qu'elle tient en dissolution; j'ai fait passer dans la seconde expérience le sulfure alcalin dans le vase sans l'avoir fait dissoudre auparavant pour en chasser l'azote qui se trouve entre ses molécules, mais je n'ai pas cru devoir pousser plus loin ces expériences, parce que soutenues par la théorie, elles m'ont paru suffire pour en conclure que l'air qui se dégage de ce sel est parfaitement pur.

On pourra donc se servir du muriate oxygené de potasse pour en retirer d'une manière facile une grande quantité d'air vital. Comme l'air qui s'en dégage est très-pur, la détonna-

tion de ce sel avec le charbon est beaucoup plus vive, & la lumière qu'elle donne plus brillante que celle du nitre dans lequel l'oxygène se trouve mêlé à près d'un quart d'azote qui modère son action. Il est probable que la poudre que je me propose de faire avec ce sel aura des propriétés remarquables. La détonnation avec le fer est aussi beaucoup plus vive que celle du nitre.

Puisque cent grains de muriate oxygené de potasse donnent soixante quinze pouces d'air vital, ils contiennent à peu près trente-sept grains d'oxygène : il faudroit donc d'après les proportions de carbone (*charbon pur*) & d'oxygène que M. Lavoisier a établies par des expériences incontestables dans la composition de l'acide carbonique, à peu près quatorze grains de charbon pour décomposer entièrement les cent grains, & l'on en retireroit cinquante & un grains d'acide carbonique ; & comme ce sel ne contient point d'azote, le gas qui se dégageroit seroit de l'acide carbonique pur, pourvu qu'on se servît d'un charbon qui fût dépouillé de l'azote qu'il avoit absorbé de l'atmosphère en se refroidissant, comme le prouvent les expériences de M. l'Abbé Fontana & de M. le Comte Morozzo.

Le muriate oxygené de potasse ne trouble point la dissolution de nitrate mercuriel (*nitre mercuriel*), & si après le mélange on ajoute de l'ammoniaque, il se fait un précipité noirâtre ; ce qui prouve que le sel oxygené n'a point produit de décomposition : il ne trouble également point la dissolution nitrique de plomb ni celle d'argent ; mais surtout pour faire cette dernière épreuve, il faut qu'il soit cristallisé avec beaucoup de soin, parce que la plus petite quantité de sel mu-

riatique qu'il retiendroit, suffiroit pour troubler la liqueur: c'est même un bon indice pour s'assurer de sa pureté.

Toutes les expériences précédentes prouvent que l'acide qui forme des sels oxygenés, est différent de l'acide muriatique oxygené & par sa composition & par des propriétés très-éloignées; je n'ai pu jusqu'à présent le dégager de sa base sans le décomposer en partie, de sorte que je ne l'ai pas encore observé dans son état de puissance; mais je réserve pour un autre Mémoire les détails qui auront pour objet l'action des autres acides sur les muriates oxygenés, & des considérations particulières sur l'acide muriatique que je regarderai comme un radical (*base acidifiable*) qui prend par le moyen d'une certaine quantité d'oxygène des propriétés analogues au gas nitreux & à l'acide sulfureux, & qui enfin étant suroxygené, est en rapport avec l'acide sulfurique (*vitriolique*) & avec l'acide nitrique.

EXPÉRIENCES CHIMIQUES

SUR LA BILE DE BŒUF.

PAR M. FONTANA.

Le fiel ou la bile se dissout dans l'eau: les acides le décomposent: la matière restante après la décomposition opérée par les acides est épaisse, visqueuse, amère & très-inflammable, se dissout dans de l'esprit de vin & se précipite dans l'eau, comme les substances résineuses. La bile se conserve par le mélange des sels neutres qui l'empêchent de passer à la putréfaction, & décompose les dissolutions métalliques. Distillée au bain-marie elle donne un phlegme d'une odeur analogue à celle du musc & qui passe au bout d'un certain tems à la putridité. La matière restante dans la cornue attire l'humidité de l'air, est entièrement dissoluble dans l'eau, & distillée donne une huile empireumatique & de l'alcali volatil; le charbon qui reste contient du sel marin, de la terre calcaire & une petite portion de fer. C'est d'après ces expériences que les savans Chimistes ont reconnu que la bile est un savon animal composé d'eau, d'un esprit recteur aromatique, d'un mucilage, d'une huile résineuse, de sel marin, d'alcali minéral, de terre calcaire avec une portion de fer, & selon M. Cadet, d'un sel encore de la nature du sucre de lait. Lu le 14 mai 1786.

En calcinant de l'extrait de bile j'observai qu'il se dégageoit pendant la calcination beaucoup d'air inflammable avec la partie huileuse. Quelque tems après que cette huile se fut entièrement dissipée, je vis une flamme phosphorique se promener sur la surface de la matière qui accompagnoit la calcination en répandant

une odeur d'ail. C'est ce qui me détermina à faire sur la bile les nouvelles recherches, que j'ai l'honneur de vous exposer, illustres Confrères, persuadé qu'elles pourront donner des idées plus exactes sur ses parties constituantes. Malgré toutes les expériences de MM. Baglivi, Gartman, Verrheyen, Du-Hamel, Bordenave & de Pia, l'Académie des Sciences de Paris souhaitoit encore des expériences chimiques capables de jeter un plus grand jour sur cet objet; M. Cadet, savant apothicaire, dans l'idée de répondre à ces louables vues fit sur la bile des animaux un excellent Mémoire qu'on lit dans le vol. de l'Académie, année 1767.

Pour faire les expériences que je souhaitois je ne pouvois me dispenser de répéter celles de cet habile Académicien. J'ai donc commencé par l'action de l'acide marin sur la bile.

Six livres de bile traitées avec l'acide marin m'ont fourni les résultats de ce savant Chimiste. J'ai reconnu 1° l'odeur hépatique qui s'élève dans l'instant du mélange: 2° le coagulum qui se forme & qui se redissout après quelque tems: 3° la matière blanche animale qui se sépare & que j'ai trouvée du poids de deux gros, & qui étant mise sur les charbons ardens donne une odeur de cornes brûlées: 4° le précipité vert de la liqueur évaporée qui pesoit 13 onces: 5° le second précipité d'évaporation ressemblant à de la poix noire: 6° j'ai vu que par l'évaporation de la liqueur on obtient du sel marin avec le sel qui, selon M. Cadet, est analogue au sucre de lait, mais de quelle nature est-il? Voyons auparavant les propriétés de toutes ces substances.

Le premier précipité se dissout dans l'eau, dans l'esprit de vin, dans l'éther & dans les huiles grasses: il brûle sur les

charbons ardens en répandant une odeur animale. Le second précipité jouit des mêmes propriétés : traité avec l'acide nitreux il est attaqué vivement avec effervescence en répandant des vapeurs rutilantes d'acide nitreux; il se sépare une matière animale d'un jaune blanchâtre qui brûle avec flamme répandant une odeur animale. Cette matière qui étoit de la consistence de la cire & que j'ai trouvée du poids de 12 grains sur un gros de précipité, est la même substance graisseuse résino-animale qu'on obtient en grande quantité des calculs de la vésicule du fiel. La liqueur qui reste après la séparation de ce second précipité, saturée avec l'alcali fixe exhale une odeur cadavéreuse & il s'en sépare une petite portion de cette même substance que j'ai retirée par l'acide nitreux: l'eau ne dissout point cette substance, mais si on y met une petite portion du sel marin, elle s'y dissout parfaitement, ce qui nous fait hasarder qu'elle se tient en dissolution dans le fiel non seulement à la faveur de l'alcali minéral, mais aussi du sel marin que la bile contient.

En effet, le phénomène qu'on observe lorsqu'on mêle l'acide marin avec la bile, nous fait voir que le sel marin qui résulte de l'alcali minéral de la bile avec l'acide marin employé, redissout le précipité qu'il avoit formé dans le tems du mélange. Le sel marin ne seroit-il donc pas un moyen d'empêcher les altérations de la bile, qui occasionent des maladies très-fâcheuses ? Venons aux expériences faites avec l'acide nitreux. M. Cadet ayant fait les siennes en hiver, pense que la couleur grise que prend la bile mêlée avec l'acide nitreux est accidentelle, & que la cause en est la bile même

qui avoit été gelée & ensuite mise à échauffer; cependant j'ai eu les mêmes résultats quoique les miennes ayent été faites dans le mois de Mai. M. Cadet n'ayant pas reconnu par le mélange de la bile avec l'acide nitreux, l'odeur d'hépar que lui avoit donnée son mélange avec l'acide marin, croit que dans cette expérience la bile étant fraîchement tirée ne peut donner l'odeur hépatique que lui a causée l'acide marin employé dans la première lorsqu'elle avoit éprouvé un commencement de fermentation putride. Quoique la bile dont je me suis servi fût fraîche, néanmoins son mélange avec l'acide nitreux m'a donné, comme à M. Cadet, une odeur fade & désagréable; ainsi on ne peut attribuer à la putridité l'odeur hépatique dans le mélange de la bile avec l'acide marin. Je serois plutôt de l'avis de M. Lavoisier qui dit que l'acide marin développe du fer une odeur hépatique, ce qui me feroit croire que ce seroit à l'acide marin en se mêlant avec l'air inflammable de la bile dans le tems de sa décomposition, qu'il faudroit attribuer l'odeur hépatique qui se développe, tandis que l'acide nitreux le décompose. Du reste M. Cadet donne un détail très-exact des expériences qu'il a faites avec l'acide nitreux, quoiqu'il n'ait examiné ni le précipité qui a causé l'acide nitreux, ni la matière résineuse jaune qu'on obtient par l'évaporation de la liqueur qui est, comme il l'a très-bien observé, parsemé de petits points blancs & assez ressemblans à la partie couenneuse qui se forme à la superficie du sang fluxionnaire, qui étant privée de son humidité s'enflamme & répand une odeur qui approche de celle de l'ache.

Quoique les précipités de la bile traitée avec l'acide ni-

treux ayent présenté des phénomènes très-différens, je leur ai néanmoins reconnu les mêmes propriétés, en les traitant de la même manière que ceux qu'on retire par le moyen de l'acide marin; & je me suis convaincu qu'ils sont tous analogues, c'est-à-dire, qu'ils sont composés d'une substance huileuse résino-animale plus ou moins altérée par les acides employés, & que pour déterminer cette substance dans sa proportion on n'a qu'à faire abstraction de la partie aqueuse de la bile & du poids du charbon décomposé.

Il est vrai, ainsi que l'a remarqué M. Cadet, qu'on voit le sel marin mêlé avec différens cristaux dans les substances salines que j'ai retirées par ces deux procédés, savoir par le mélange de la bile avec les acides marin & nitreux; mais j'avoue que ni leur goût ni leur figure ne m'ont fait découvrir aucune analogie avec le sucre de lait. Pour reconnoître la nature de ce sel j'ai pris le parti d'examiner de plus près la masse saline que j'aurois obtenue de la bile sans aucun intermède acide. En attendant je devois commencer par m'occuper de la flamme phosphorique que j'y avois observée plusieurs fois pendant la calcination, pour voir si je pourrois obtenir du phosphore. J'ai donc fait évaporer 3 livres de fiel qui étant réduit en consistence d'extrait sec, pesoit 3 onces & demie. Je l'ai exposé au feu dans un creuset jusqu'à la perte totale de la partie huileuse & de l'air inflammable qui se dégage en même tems. Comme j'avois remarqué qu'on y voyoit, quelques momens après, la décomposition du phosphore, j'ai retiré tout de suite le creuset du feu, en laissant refroidir la matière qui pesoit 216 grains & que j'ai pilée ensuite & mêlée avec une portion de poudre de charbon or-

dinaire, pour lui donner assez de phlogistique. Ce mélange fait, je l'ai introduit dans une cornue de verre lutée que j'ai placée dans un four de réverbère & à laquelle j'avois adapté un récipient contenant une certaine quantité d'eau. Malgré trois heures de feu je n'ai vu au commencement que quelques gouttes d'eau provenantes du charbon, mais la matière ne m'a pas fourni un atome de phosphore. J'ai laissé refroidir la cornue, je l'ai cassée, & j'ai trouvé que mon mélange n'avoit subi aucune altération & qu'il marquoit assez bien l'odeur d'alcali volatil: j'ai introduit cette matière dans un flacon en y versant dessus une once & demie d'acide nitreux concentré: cet acide n'a point agi sur cette matière comme sur les substances charbonneuses phlogistiquées, tandis qu'il a produit une flamme vive instantanée dans la capacité du flacon. La matière a absorbé tout l'acide employé,& quelques momens après je l'ai versée dans un creuset que j'ai placé au feu: lorsqu'elle a eu subi un certain degré de feu, il se fit une détonnation assez marquée. Quoique dans cette expérience il ne m'ait pas réussi d'obtenir du phosphore par le mélange de la bile calcinée & du charbon ordinaire, néanmoins l'existence de l'acide phosphorique dans le fiel est prouvée 1° par la flamme phosphorique qu'on y observe lorsque cette matière a perdu entièrement la partie huileuse, & par l'odeur d'ail qu'elle répand: 2° par la lumière qui en a résulté dans le flacon en y versant de l'acide nitreux, phénomène qu'on ne peut attribuer au charbon, parce que l'action de l'acide nitreux sur cette substance est connue de tous les Chimistes: 3° par la détonnation dans le creuset opérée, certainement par une portion de salpêtre qui s'est formé par l'alcali de la bile avec l'acide nitreux employé & mêlé avec le

charbon & une portion de phosphore. L'alcali fixe passe en l'état d'alcali volatil en se combinant avec le principe inflammable de la bile. Comme je ne pouvois par cette méthode déterminer la quantité d'alcali volatil qui se dissipe avec la partie huileuse de la bile pendant la combustion, j'ai cru devoir en distiller une livre dans une cornue de verre lutée pour m'assurer de la proportion de ces trois principes. Ayant fait la distillation j'ai eu 10 onces & 7 gros de phlegme, 1 gros d'alcali volatil, 6 gros & 63 grains de huile grasse animale, & il n'est resté dans la cornue que la partie charbonneuse: je n'avois donc plus qu'à examiner cette matière & à déterminer la proportion des substances salines qu'elle contenoit.

Examen de la bile calcinée.

Six livres de bile calcinée m'ont produit 480 grains d'une substance charbonneuse. J'ai fait la lessive de cette matière avec de l'eau distillée, & 318 grains de substance saline s'y sont dissous, & il n'est resté sur le filtre qu'une portion de substance terreuse phlogistiquée contenant un peu de fer du poids de 114 grains. Cette substance étoit effervescente avec l'esprit de vitriol, & l'ayant saturée & délayée dans beaucoup d'eau, après quelques momens d'ébullition j'ai filtré & mis la liqueur dans deux flacons; dans l'un j'ai versé de l'huile de tartre & il s'y est fait un dépôt de terre calcaire pesant 15 grains; dans l'autre j'ai versé de l'alcali volatil caustique & il s'y est fait un dépôt que j'ai reconnu être de la véritable magnésie du poids de 6 grains. La partie terreuse phlogistiquée qui a été épuisée par l'acide vitriolique soit de la terre calcaire soit de la magnésie, traitée avec du verre pilé & une petite portion

d'alcali fixe dans un creuset placé dans un fourneau à vent a passé entièrement en verre d'une couleur jaune foncée.

Examen des substances salines que j'ai retirées par la lessive de la substance charbonneuse.

La liqueur saline du produit de 6 livres de bile étant filtrée & évaporée à siccité m'a fourni, comme j'ai dit, une masse saline blanche d'un goût salé & un peu alcalin pesante 318 grains : j'ai versé sur cette masse de l'acide du vinaigre, il s'est fait une effervescence; & la matière alcaline étant saturée, j'ai fait évaporer le tout à un feu très-doux. Après que tous les sels ont été dans un état de siccité, j'ai repris la terre foliée par l'esprit de vin très-rectifié. J'ai séparé par la filtration la substance saline qui étoit restée de la dissolution de la terre foliée par l'esprit de vin, je l'ai fait évaporer & j'ai obtenu de la terre foliée blanche cristallisée.

La masse saline de laquelle j'avois séparé l'alcali minéral par l'acide du vinaigre pesoit 60 grains, ce qui a déterminé la quantité de l'alcali minéral qui s'est trouvée du poids de 228 grains, ayant premièrement éprouvé la quantité d'acide acéteux qu'il falloit pour la saturation d'une certaine quantité d'alcali minéral. Cette masse saline avoit un goût de sel marin, & c'étoit dans cette substance que je devois trouver le sel analogue au sucre de lait, selon M. Cadet. J'ai commencé conséquemment par l'examiner à la loupe, & je n'ai vu que de petits cristaux confus, parmi lesquels j'en ai trouvé qui n'avoient pas le goût du sel marin.

Voyant l'impossibilité de séparer exactement le sel marin de tout autre sel avec lequel il pourroit être uni, j'ai pris le

parti de décomposer à part une portion déterminée de sel marin avec l'acide vitriolique concentré en pesant la quantité employée pour la décomposition du sel marin : alors j'ai versé sur 60 grains de la masse saline de l'acide vitriolique concentré, dont la quantité m'a donné le poids du sel marin qui étoit de trente-six grains. J'ai délayé le nouveau sel de Glauber de la masse saline avec un peu d'eau distillée, & ayant fait évaporer la dissolution à siccité, j'ai trouvé cette masse du poids de 240 grains : or le sel qui se trouve avec le sel marin de la bile est en raison de 4 grains dans chaque livre de fiel. Comme je doutois d'après les expériences précédentes que ce sel fût phosphorique, j'ai pris la masse saline décomposée par l'acide vitriolique, & après l'avoir fait sécher & l'avoir mêlée avec partie égale de charbon je l'ai mise dans un creuset que j'ai placé au feu, ayant eu soin de le tenir couvert. Lorsque le creuset a été rougi, je l'ai ouvert, & j'ai été charmé de trouver la flamme phosphorique sur la surface de la matière qui s'est manifestée assez bien par la décomposition de tout le phosphore qui pouvoit résulter de la combinaison de l'acide phosphorique avec le phlogistique.

Cette expérience m'a mis hors de doute de l'existence d'un sel phosphorique dans la bile : il ne s'agissoit plus que de reconnoître sa base. J'ai pris 80 grains de la masse saline, qui sont le produit de 8 livres de bile, de laquelle j'avois séparé tout l'alcali minéral par l'acide du vinaigre, je les ai ensuite dissous dans l'eau distillée que j'ai partagée en parties égales dans 3 flacons. Dans le premier j'ai versé de l'alcali fixe en liqueur, & il s'est fait un dépôt terreux : dans le second j'ai versé de l'alcali volatil caustique qui m'a fait reconnoître que le précipité

étoit de la magnésie, & enfin j'ai versé dans le troisième de l'eau de chaux qui s'est précipitée, ce qui m'a confirmé la présence de l'acide phosphorique dans la masse saline. On voit donc par toutes ces expériences que le sel que M. Cadet a cru analogue au sucre de lait, n'est qu'une magnésie phosphorique. La saveur sucrée que M. Verrheyen aperçut dans la dissolution de la bile épaissie par l'évaporation, & que M. Cadet croit être dûe à un sel analogue au sucre de lait, me paroît provenir de quelque modification du principe huileux. En effet, la bile dont le goût est amer & degoûtant, traitée par le feu, en acquiert une autre très-agréable.

J'ai cru devoir encore m'assurer si le sang calciné donneroit aussi comme la bile quelque indice phosphorique. J'ai donc mis dans un creuset une certaine quantité de sang desséché; & lorsque la partie huileuse & l'alcali volatil ont été dissipés, il s'est manifesté à la vérité une flamme phosphorique, mais il s'en a fallu beaucoup qu'elle fût dans la même proportion que dans la bile.

De toutes ces expériences que j'ai faites avec la plus scrupuleuse exactitude, il s'ensuit que chaque livre de bile contient 10 onces & 7 gros de phlegme, 1 gros d'alcali volatil, 6 gros & 63 grains de matière huileuse résino-animale, 6 grains de sel marin, 43 grains d'alcali minéral aéré, 19 grains terre calcaire & magnésie phlogistiquées contenant du fer, 4 grains magnésie phosphorique, le restant c'est de l'air pur avec beaucoup d'air inflammable.

L'acide phosphorique est certainement en plus grande quantité dans la bile, car je suis persuadé que dans le tems de la combustion de la matière huileuse résino-animale, une grande

portion de magnésie phosphorique se décompose à la faveur du phlogistique, en formant ainsi du phosphore qui se décompose avec la partie huileuse de la bile. La portion de ce sel phosphorique à base de magnésie, que j'ai déterminée par l'analyse, est celle qui reste après la déflagration de la partie huileuse, & c'est cette même magnésie phosphorique très-peu soluble dans l'eau, qui se manifeste par l'intermède du phlogistique qui est très-adhérent à la partie charbonneuse de la bile, en nous présentant la flamme phosphorique dont j'ai parlé. En effet, j'ai retiré de la magnésie, comme je l'ai fait voir, de la substance charbonneuse, de laquelle j'avois déjà séparé par la lessive les substances salines. Je ne dirai pas que l'alcali volatil dont j'ai donné le poids soit en cet état dans la bile, parce que je sens assez bien que l'action du feu sur les substances animales peut porter à l'état d'alcali volatil l'alcali fixe qui s'y trouve avec quelque matière phlogistiquée contenue dans les substances animales. Si j'en ai déterminé le poids, c'est qu'on le retire incontestablement dans la distillation des substances animales.

En rassemblant tous ces faits, on voit que la bile est vraiment un savon animal composé de deux espèces d'huile. La première qui est subtile est la cause de son odeur naturelle & en partie de son goût amer : c'est elle qui étant combinée avec quelque autre principe du fiel, donne à l'eau de la bile distillée la propriété de passer à la putréfaction, & l'odeur de musc par quelque modification qu'elle a subie. La seconde est celle qui est intimément combinée avec le principe aqueux & avec les substances salines & salino-terreuses, & qui ne brûle qu'après la perte totale de la première espèce & de l'eau.

Comme personne, que je sache, n'avoit déterminé la quantité des principes salins qui entrent dans la bile, j'ai travaillé avec beaucoup de plaisir à en découvrir leur proportion, dans l'espérance que la découverte du sel phosphorique à base de magnésie dans la bile pourra répandre du jour sur la formation des calculs biliaires ; car je crois que l'acide phosphorique est le principe salin des calculs cristallisés.

Le sel ammoniac, le sel marin à base d'alcali fixe, le sel de Glauber, le tartre vitriolé & la magnésie vitriolée se dissolvent parfaitement dans la bile, lui conservent sa couleur & la rendent plus coulante. Le tartre émétique & le mercure doux se comportent avec la bile comme toutes les dissolutions métalliques, c'est-à-dire, qu'ils la décomposent. L'éther vitriolique fait prendre à la bile une couleur d'un vert clair qui passe insensiblement en vert de pré, & il la décompose.

L'air vital qui se trouve avec l'air inflammable de la bile ne seroit-il pas la cause de l'animalisation des substances qui servent de nourriture aux animaux, & par conséquent des assimilations & concrétions qui se forment chez eux ? Cette question me paroît intéressante, & il seroit à souhaiter que les Physiciens s'en occupassent pour la résoudre de manière à ne laisser aucun doute, & pour donner des idées claires sur les phénomènes de l'économie animale.

THEORIE

D'UNE NOUVELLE ESPÈCE DE CALCUL FINI ET INFINITÉSIMAL.

PAR M. LE CHEVALIER LORGNA.

M. *Leibnitz* ayant été le premier à apercevoir une certaine analogie entre les différentielles de tous les ordres du produit xy, xyz &c. de deux, ou de plusieurs variables, & les puissances des mêmes ordres de la somme $x+y$, $x+y+z$, &c. de ces mêmes variables, en fit part au Public dans le I. Volume des *Miscellanea Berolinensia* dans un Mémoire intitulé *Symbolismus memorabilis* &c. M. *Jean Bernoulli* entrevit sur le champ de son côté, que cette analogie renfermoit quelque chose de plus caché, *haud dubie aliquid arcani subest* (*Voyez le Com. Epist. T. I epist. XI*), & montra d'abord comment on pouvoit dans certains cas trouver par là l'intégrale d'une différentielle donnée. M. *Leibnitz* remarqua ensuite que la même analogie régnoit entre les puissances négatives & les intégrales (*ibid. Epist.* 18); mais on ne poussa pas plus loin cette importante recherche. Il paroît qu'on n'a pas été tenté de faire assez de fond sur une simple analogie, & moins encore sur l'analogie remarquée, trop bornée en soi-même ; & nullement nécessaire, pour en tirer des conclusions générales. En effet depuis cette époque on n'a guère pensé, que je sache, à profiter de cette observa-

tion jusqu'à ces derniers tems, où M. *De la Grange* l'ayant enfin retirée de l'oubli où elle étoit tombée, en a fait des applications très-heureuses (*Mém. de l'Acad. R. des Sciences de Berlin pour l'année* 1772), & a démontré que, quoique le principe auquel tient cette analogie ne soit pas évident, il n'en est cependant pas moins exact, ainsi qu'on peut s'en assurer *a posteriori*. Mais ce grand Géomètre croit qu'il seroit peut-être très-difficile d'en donner une démonstration directe & analytique. Il n'a paru depuis sur cet objet qu'un savant Mémoire de M. *De la Place*, inséré parmi ceux de l'Acad. R. des Sciences de Paris pour l'année 1780, dans lequel cet habile Géomètre parvient aux mêmes résultats que M. *De la Grange* avoit obtenus. Quoique la route qu'il a suivie soit plus directe, elle revient cependant pour le fond à celle de M. *De la Grange*, & ne conduit qu'à s'assurer *a posteriori*, tout comme l'autre, de l'exactitude du principe en question (*Voyez les §§. III. & IV. de son Mémoire*). Cependant ce n'est pas le cas où la trop grande simplicité d'un principe en rend quelquefois la démonstration très-difficile. Celui-ci tient nécessairement à la liaison de plusieurs vérités d'analyse, & à l'origine même & aux premiers développemens des différences & des puissances, auxquels il faut remonter, pour en saisir la raison directe & fondamentale. Voici donc l'objet & la théorie dont je vais m'occuper dans ce Mémoire, jointe au calcul qu'elle a fait naître & qui est puisé dans la nature des différences & des relations différentielles élémentaires, & qui étant fondé sur des principes aussi clairs que rigoureux, démontre & certifie à la fois toutes les opérations des Géomètres dont il est fait mention ci-

dessus, de la légitimité desquelles on n'étoit absolument convaincu qu'*a posteriori*.

(I)

La nouvelle espèce de calcul dont il est question dans ce Mémoire, exige que les caractéristiques Δ, d, Σ, $\int$, dont on se sert dans les calculs ordinaires fini & infinitésimal, soient considérées sous deux différens aspects, c'est-à-dire, tantôt comme des signes représentatifs destinés à marquer les états variés des grandeurs avant lesquelles ils se trouvent préfigés, tantôt comme des quantités algébriques.

Il en est de même des valeurs successivement variées y', y'', y''' &c. de la fonction y, qui doivent être regardées dans ce calcul tantôt comme des quantités symboliques, tantôt comme des quantités exponentielles. Ceci fait sentir d'abord la nécessité de distinguer ces différentes conditions par des symboles, en sorte qu'on puisse toujours reconnoître l'état où les caractéristiques se trouvent à tous momens dans les calculs, & les faire passer de l'un à l'autre sans confusion. C'est pourquoi on commencera d'abord par nommer exposans de variation les exposans naturels de ces caractéristiques, au moyen desquels on marque les ordres successifs des différences ou des intégrales, pour les distinguer des exposans des puissances proprement dits. Après quoi on substituera les nombres naturels accentués aux simples traits, qui caractérisent les valeurs successives des fonctions, & on accentuera de même les chiffres numériques qui expriment les ordres des différences ou des intégrales, ce qui distinguera toujours un exposant de variation d'avec un semblable exposant de puis-

sance. C'est ainsi qu'on mettra $y^{1,}$, $y^{2,}$, $y^{3,}$ &c. à la place des valeurs successives y', y'', y''' &c. d'une fonction quelconque y, & $\Delta^{2,}$, $\Delta^{3,}$ &c. $d^{2,}$, $d^{3,}$ &c. $\Sigma^{2,}$, $\Sigma^{3,}$ &c. $\int^{2,}$, $\int^{3,}$ &c. à la place de Δ^2, Δ^3 &c. d^2, d^3 &c. Σ^2, Σ^3 &c. $\int^2$, $\int^3$ &c.

(II)

Et puisque ces nombres accentués n'expriment que les états successivement variés d'une fonction primitive y, il faudra donner lieu à l'exposant o,, & désigner par $y^{0,}$ la fonction y en son état naturel, l'exposant o, ne faisant que marquer l'état de nulle variation dans la fonction qui en est affectée, de la même manière que y^0 a le premier lieu dans l'ordre des puissances successives de y. Par conséquent la série des puissances successives étant

$$(A) \;\ldots\ldots\; y^0,\; y^1,\; y^2,\; y^3 \;\&c.$$

celle des valeurs de y successivement variées sera

$$(B) \;\ldots\ldots\; y^{0,},\; y^{1,},\; y^{2,},\; y^{3,} \;\&c.$$

avec cette différence que si y^0 dans la série (A) n'est que l'unité, $y^{0,}$ au contraire dans la série (B) est la même chose que y dans son état primitif.

(III)

Nous verrons dans la suite, que ces désignations sont essentiellement nécessaires & d'une grande importance dans ce calcul. Car en s'y agissant, par exemple, de regarder d'abord $y^{0,}$, ou tel terme qu'on voudra de la série (B), comme une puissance déterminée, & de changer après les ex-

posans des puissances en exposans de variation, on comprend sans peine qu'il suffit d'abord d'ôter le trait, ou d'en faire abstraction, en traitant $y^{0\prime}$, $y^{1\prime}$ &c. comme y^{0}, y^{1} &c. de la série (A), & de remettre tout de suite le trait après l'opération pour changer la puissance momentanée y^{λ} du degré λ en valeur variée $y^{\lambda\prime}$ de l'ordre λ.

(IV)

Il est visible que ces exposans de variation, tels que $\lambda_{,}$, n'exprimant que les nombres de traits destinés à représenter les états consécutivement variés des fonctions, ou les ordres des différences & des intégrales, si l'on suppose que a, b soient les diviseurs du nombre absolu λ, on peut mettre à la place de $\lambda_{,}$, les produits de ses diviseurs en appliquant l'accent à tel d'eux qu'on voudra. Car b fois le nombre des traits qu'on feroit exprimer par les unités du diviseur a, ou a fois le nombre des traits qu'on feroit dénoter par b, tout revient au nombre des traits désignés par λ.

(V)

Mais en y réfléchissant avec un peu d'attention, on s'apercevra aisément qu'en égalant entr'eux les exposans $a \,.\, b_{,}$, $b \,.\, a_{,}$, ou les nombres absolus a, b sont respectivement appliqués aux nombres symboliques $b_{,}$, $a_{,}$, & chacun d'eux à l'exposant de variation $\lambda_{,}$, on fait tacitement abstraction des caractéristiques; & qu'en pratiquant actuellement l'application de ces nombres absolus aux nombres caractéristiques, on fait pour un moment abstraction des signes, en faisant dans le fond une multiplication légitime entre des nombres

absolus, n'y ayant point d'homogénéité entre des quantités réelles & des symboles.

(VI)

Il s'en suit donc de là que toute application actuelle de nombres absolus aux exposans de variation devient nécessairement légitime d'abord qu'on regarde, pour le moment de l'opération, les nombres symboliques comme des nombres absolus; & qu'après l'opération le produit résultant est tout de suite regardé & traité comme un nombre symbolique. Par conséquent les exposans de variation désignés par un nombre absolu appliqué à un nombre marqué du trait de variation doivent être censés exprimer autant de traits qu'il y a d'unités dans le produit du nombre absolu par l'exposant accentué, regardé pour le moment comme un exposant, ou un nombre absolu. C'est le fondement de la nouvelle espèce de calcul dont on va donner les premiers élémens dans ce Mémoire. Nous commencerons par celui des valeurs consécutivement variées, sur lesquelles est fondé le calcul différentiel fini & infinitésimal, & dont l'algorithme n'a eu jusqu'à présent que l'induction pour règle.

(VII)

Que la lettre u représente une fonction primitive quelle qu'elle soit d'un nombre quelconque de variables x, y, z &c., & u' ce que devient u en mettant $x + \xi$, $y + \mu$, $z + \omega$ &c. à la place de x, y, z &c. On aura, suivant notre manière de noter (§§. I. II.), l'équation fondamentale

$$(A) \quad \ldots\ldots \quad u^{1\prime} = u^{0\prime} + \Delta^{1\prime} u^{0\prime}$$

La première considération qui se présente sur cette équation est que, tandis que $u^{0,}$ représente une quantité déterminée en x, y, z &c., les formes $u^{1,}$ $\Delta^{1,}$ $u^{0,}$ représentent des états variés de u, ou des fonctions en x, y, z &c. ξ, μ, ω &c. Ceci fait comprendre que l'équation (A) n'est à la rigueur qu'une équation symbolique qui a besoin d'être développée pour subsister à la manière des équations algébriques, n'y ayant point d'égalité entre des quantités & des symboles.

(VIII)

Il en est de même tant des équations

(B) $u^{2,} = u^{,} + \Delta^{1,} u^{1,}$

$u^{3,} = u^{2,} + \Delta^{1,} u^{2,}$

. . . .

(B) . . . . . $u^{\lambda,} = u^{\lambda,-1,} + \Delta^{1,} u^{\lambda,-1,}$

provenantes de la substitution successive de $x+\xi$, $y+\mu$, $z+\omega$ &c. à la place de x, y, z &c., que des équations

(C) $(u^{1,})^2 = (u^{0,} + \Delta^{1,} u^{0,})^2$

$(u^{1,})^3 = (u^{0,} + \Delta^{1,} u^{0,})^3$

. . . .

(C). . . $(u^{1,})^\lambda = (u^{0,} + \Delta^{1,} u^{0,})^\lambda$

& en général de l'équation

(D) . . . . . . $(u^{\lambda,})^\pi = (u^{\lambda,-1,} + \Delta^{1,} u^{\lambda,-1,})^\pi$

où la condition symbolique subsiste tant qu'il n'est pas permis de développer l'équation fondamentale (A). Je vais ce-

pendant démontrer qu'indépendamment de ce développement il est un algorithme particulier accommodé à ces valeurs symboliques, moyennant notre manière de noter, par lequel elles se laissent traiter comme des quantités algébriques.

(IX)

Qu'on commence d'abord par mettre les équations (C) sous la forme (C′)

$$(u^{1,})^2 = (u^{0,})^2 + 2\,(\Delta^{1,}u^{0,})^1\,(u^{0,})^1 + (\Delta^{1,}u^{0,})^2$$

$$(u^{1,})^3 = (u^{0,})^3 + 3\,(\Delta^{1,}u^{0,})^2(u^{0,})^2 + 3(\Delta^{1,}u^{0,})^2(u^{0,})^1 + (\Delta^{1,}u^{0,})^3$$

. . . .

$$(C') \ldots\; (u^{1,})^{\lambda} = (u^{0,})^{\lambda} + \frac{\lambda}{1}\,(\Delta^{1,}u^{0,})^{1}\,(u^{0,})^{\lambda-1} + \frac{\lambda\,.\,\overline{\lambda-1}}{1\,.\,2}\,(\Delta^{1,}u^{0,})^{2}\,(u^{0,})^{\lambda-2} + \&c.$$

En considérant les premiers membres $(u^{1,})^2$, $(u^{1,})^3$ &c. $(u^{1,})^{\lambda}$, on s'aperçoit sans peine que si les fonctions renfermées entre les crochets, au lieu d'être sous une forme symbolique, étoient des fonctions ou des quantités algébriques déterminées, ce qui arriveroit en ôtant le trait dont l'unité exponentielle est affectée, ces membres deviendroient immédiatement les puissances consécutives de u, c'est-à-dire u^2, u^3 &c. u^{λ}. Il en est précisément de même des seconds membres, où tous les termes renfermés entre les crochets étant considérés comme des quantités algébriques, & par conséquent en ayant ôté tous les traits caractéristiques, fourniroient les formes suivantes

$$u^0 + 2\Delta u^0 + \Delta^2 u^0$$

$$u^0 + 3\Delta u^0 + 3\Delta^2 u^0 + \Delta^3 u^0$$

. . . .

$$u^0 + \frac{\lambda}{1}\Delta u^0 + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}\Delta^2 u^0 + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}.\overline{\lambda-2}}{1.2.3}\Delta^3 u^0 + \&c.$$

Or le même procédé change l'équation fondamentale

$$(A) \quad \ldots\ldots \quad u^{1,} = u^{0,} + \Delta^{1,} u^{0,}$$

en l'équation algébrique

$$(A') \quad \ldots\ldots \quad u^1 = u^0 + \Delta^1 u^0$$

où la caractéristique Δ est censée être une quantité algébrique. Et c'est précisément des puissances successives de l'équation (A') que dérivent les équations algébriques

$$(D) \quad u^2 = u^0 + 2\Delta^1 u^0 + \Delta^2 u^0$$

$$u^3 = u^0 + 3\Delta^1 u^0 + 3\Delta^2 u^0 + \Delta^3 u^0$$

. . . .

$$(D') \quad \ldots\ldots \quad u^{\lambda} = u^0 + \frac{\lambda}{1}\Delta^1 u^0 + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}\Delta^2 u^0 + \&c.$$

Il est donc évident que ces passages se rapportent toujours aux changemens de l'équation fondamentale (A); car le passage des équations (C') aux équations (D'), en traitant les termes des équations (C') renfermés entre les crochets comme des quantités algébriques, n'est au fond que le passage de l'équation (A) à l'équation (A') en traitant les termes de l'équation (A) comme des quantités algébriques, & en prenant les puissances successives de l'équation (A').

(X)

Cela revient au cas qu'on a considéré ci-dessus (VI), lorsqu'il s'agit d'appliquer des nombres absolus aux exposans de variation, où il faut faire abstraction, pour le moment de l'opération, de tous signes de variation, & regarder les nombres symboliques comme des nombres absolus. En effet, si l'on applique dans tous les termes des équations successives

$$(C') \quad (u^{1\prime})^{2} = (u^{0\prime})^{2} + 2\,(\Delta^{1\prime} u^{0\prime})^{1}\,(u^{0\prime})^{1} + (\Delta^{1\prime} u^{0\prime})^{2}$$

. . . .

$$(C') \ldots\ldots (u^{1\prime})^{\lambda} = (u^{0\prime})^{\lambda} + \frac{\lambda}{1}\,(\Delta^{1\prime})^{1}\,(u^{0\prime})^{\lambda - 1}$$

$$+ \frac{\lambda.\overline{\lambda - 1}}{1\,.\,2}\,(\Delta^{1\prime} u^{0\prime})^{2}\,(u^{0\prime})^{\lambda - 2} + \&c.$$

les exposans des puissances aux exposans de variation, en regardant ceux-ci pour le moment comme des nombres absolus, on parvient nécessairement aux équations successives

$$(D') \qquad u^{2} = u^{0} + 2\Delta^{1} u^{0} + \Delta^{2} u^{0}$$

. . . .

$$(D') \ldots\ldots u^{\lambda} = u^{0} + \frac{\lambda}{1}\,\Delta^{1} u^{0} + \frac{\lambda.\overline{\lambda - 1}}{1\,.\,2}\,\Delta^{2} u^{0} + \&c.$$

& comme les exposans qui résultent de cette opération doivent être immédiatement après, censés exprimer autant de traits qu'il y a d'unités dans les produits des nombres absolus par les exposans accentués, regardés pour le moment comme des nombres absolus (*ibid.*), il est manifeste que ces produits étant représentés par les exposans des termes des

équations successives (D′), ce sont ces exposans qui doivent être censés désigner autant de traits, qu'ils contiennent d'unités. Il faut donc accentuer, suivant notre manière de noter, tous ces exposans & les équations successives

$$(E) \qquad u^{2\prime} = u^{0\prime} + 2\Delta^{1\prime} u^{0\prime} + \Delta^{2\prime} u^{0\prime}$$

. . . .

$$(E') \; \ldots\ldots \; u^{\lambda\prime} = u^{0\prime} + \frac{\lambda}{1}\Delta^{1\prime} u^{0\prime} + \frac{\lambda.\overline{\lambda - 1}}{1.2}\Delta^{2\prime} u^{0\prime} + \&c.$$

seront ce que deviennent les équations (C′) en y changeant les exposans des puissances en exposans de variation, ou en appliquant les exposans des puissances aux exposans de variation.

(XI)

L'équation (E) délivrée des signes de notre algorithme est la valeur de l'ordre λ

$$u + \frac{\lambda}{1}\Delta u + \frac{\lambda.\overline{\lambda - 1}}{1.2}\Delta^2 u + \frac{\lambda.\overline{\lambda - 1}.\overline{\lambda - 2}}{1.2.3}\Delta^3 u + \&c.$$

de la fonction u, qu'on connoît d'ailleurs par induction, & qu'on a tiré à présent directement de l'équation fondamentale

$$(u^1)^\lambda = (u + \Delta u)^\lambda$$

maniée par cet algorithme sans passer par les valeurs intermédiaires. C'est ici qu'on connoît *a priori* d'où viennent les coéfficiens du binome qu'on aperçoit dans les termes de ces valeurs successives. C'est l' effet des puissances successives du binome fondamental $u + \Delta u$, du développement desquelles ces valeurs tirent pour le fond leur origine.

(XII)

Il est donc manifeste qu'on peut changer l'équation

$$(u')^{\lambda} = (u + \Delta u)^{\lambda}$$

en l'équation

$$u^{\lambda,\prime} = u + \frac{\lambda}{1} \Delta u + \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 2} \Delta^2 u + \&c.$$

c'est-à-dire, qu'on peut changer la puissance $(u')^{\lambda}$ du degré λ en valeur variée $u^{\lambda,}$ de l'ordre λ, pourvu qu'en suivant la notation établie & déclarée ci-dessus, dans le développement du second membre $(u + \Delta u)^{\lambda}$ tous les termes soient regardés & traités comme des quantités algébriques, & après le développement les exposans des puissances soient appliqués aux exposans de variation ainsi qu'il est prescrit.

(XIII)

Supposant que les différences deviennent infiniment petites, en changeant Δ en d, on tirera de la même manière du développement de la puissance $(u + du)^{\lambda}$ aux conditions prescrites la valeur de $u^{\lambda,}$ de cette forme

$$u + \frac{\lambda}{1} du + \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 2} ddu + \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1} . \overline{\lambda - 2}}{1 . 2 . 3} d^3 u + \&c.$$

sans passer par les valeurs intermédiaires, ce qui conduit naturellement au théorème de M. Taylor

$$u' = u + \xi \frac{du}{ax} + \xi^2 \frac{ddu}{2dx^2} + \&c.$$

& à l'expression de Δu si connue

$$\Delta u = \xi \frac{du}{dx} + \xi^2 \frac{ddu}{2dx^2} + \&c.$$

en supposant u fonction de x seulement. Car si on suppose dans l'équation qui précède les deux dernières, que λ devienne infiniment grand, on a l'équation

$$u' = u + \frac{\lambda}{1} du + \frac{\lambda^2}{1.2} ddu + \&c.$$

ensuite si on adopte une quantité quelconque finie ξ comme provenante de la multiplication de la quantité λ infiniment grande par dx infiniment petite, c'est-à-dire, si l'on fait $\xi = \lambda dx$, & qu'on substitue $\xi : dx$, $\xi^2 : dx^2$ &c. à la place de λ, λ^2 &c., on a

$$u' = u + \xi \frac{du}{dx} + \xi^2 \frac{ddu}{2dx^2} + \&c.$$

d'où l'on tire la valeur de $\Delta u = u' - u$ à l'ordinaire.

(XIV)

Mais c'est particulièrement dans les applications qu'on fera de cet algorithme, qu'on se convaincra de plus en plus de l'importance de la notation que nous venons de proposer. La transformation des formules suivant cette notation répand, ce me semble, un grand jour sur les passages qu'on fait dans ce calcul d'un état à l'autre, & ne permet pas de s'égarer. Et c'est par elle qu'on ramène à nos principes, ainsi que nous le verrons ci-après plus en détail, les opérations que les Géomètres cités ci-devant ont faites, fondées sur l'exactitude des résultats connus d'ailleurs.

(XV)

Cependant on observera que la multiplication, la division & l'élévation à telle dignité que ce soit de ces valeurs variées, se font à présent par cette méthode très-facilement au moyen des puissances analogues. En effet, supposant qu'on ait à multiplier la valeur u'' par la valeur u'''', ou $u^{2,}$ par $u^{4,}$, dès que $u^{2,} = (u^{0,} + \Delta^{1,} u^{0,})^2$, $u^{4,} = (u^{0,} + \Delta^{1,} u^{0,})^4$, pourvu que le développement soit fait suivant les conditions requises, on trouve d'abord que le produit $u^{2,} . u^{4,}$ résultera du développement à la manière établie de la puissance $(u^{0,} + \Delta^{1,} u^{0,})^6$, & en général $u^{m,} . u^{n,}$ du développement établi de la puissance $(u^{0,} + \Delta^{1,} u^{0,})^{m+n}$.

(XVI)

Il en est de même par rapport à la division; car supposant qu'on ait à diviser la valeur $u^{m,}$ de l'ordre m par la valeur $u^{n,}$ de l'ordre n, il est visible que la puissance $(u^{0,} + \Delta^{1,} u^{0,})^{m-n}$ développée suivant la règle, est le quotient demandé. C'est ainsi par conséquent qu'on élèvera toute valeur $u^{m,}$ de l'ordre m à la puissance du degré λ en élevant le binome $u^{0,} + \Delta^{1,} u^{0,}$ à la puissance du degré $m\lambda$, pourvu que le développement soit fait suivant la règle établie.

(XVII)

Je vais faire à présent, avant que de passer à traiter des différences & des intégrales, une application à quelque cas, qui fera mieux voir la marche de la méthode. Considérons cette équation

$$u^{1} = u + \xi \frac{du}{dx} + \xi^{2} \frac{ddu}{2dx^{2}} + \xi^{3} \frac{d^{3}u}{2 \cdot 3dx^{3}} + \&c.$$

laquelle, comme on sait, exprime ce que devient u fonction supposée de x seul, en mettant $x + \xi$ à la place de x; & proposons-nous de trouver directement l'expression générale de $u^{\lambda,}$ indépendamment des différences finies successives de u. Qu'on commence donc par noter l'équation à notre manière, & l'on aura

$$u^{1,} = u^{0,} + \frac{\xi d^{1,} u^{0,}}{dx} + \frac{\xi^{2} d^{2,} u^{0,}}{2dx^{2}} + \&c.$$

& par conséquent

$$(u^{1,})^{\lambda} = (u^{0,} + \frac{\xi d^{1,} u^{0,}}{dx} + \frac{\xi^{2} d^{2,} u^{0,}}{2dx^{2}} + \&c.)^{\lambda}$$

en élevant les deux membres à la puissance λ. Or nous avons démontré (§. V, VI, & suiv.), qu'on peut changer $(u^{1,})^{\lambda}$ en $u^{\lambda,}$, pourvu que dans le développement du second membre tous les termes soient regardés & traités comme des quantités absolues, savoir, les exposans de variation comme des exposans de puissances, & par conséquent les caractéristiques comme des quantités algébriques, & qu'après le développement les exposans des puissances soient changés en exposans de variation. C'est pourquoi qu'on mette, pour abréger, le second membre sous cette forme, en ôtant par tout les traits de variation,

$$u^{0} + \frac{\xi du^{0}}{dx} + \frac{\xi^{2} d^{2} u^{0}}{2dx^{2}} + \frac{\xi^{3} d^{3} u^{0}}{2 \cdot 3dx^{3}} + \&c.$$

& qu'on élève l'infinitinome à la puissance λ selon les règles ordinaires. On aura

$$u^0$$
$$+ \frac{\lambda}{1} \xi \frac{du^0}{dx}$$
$$+ \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 2} \xi^2 \frac{d^2 u^0}{dx^2} + \frac{\lambda}{1} \xi^2 \frac{d^2 u^0}{2dx^2}$$
$$+ \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1} . \overline{\lambda - 2}}{1 . 2 . 3} \xi^3 \frac{d^3 u^0}{dx^3} + \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 1} \xi^3 \frac{d^3 u^0}{2dx^3} + \frac{\lambda}{1} \xi^3 \frac{d^3 u^0}{2 . 3dx^3}$$
$$+ \frac{\lambda .... \overline{\lambda - 3}}{1 . 2 .... 4} \xi^4 \frac{d^4 u^0}{dx^4} + \frac{\lambda ... \overline{\lambda - 2}}{1 . 2 . 1} \xi^4 \frac{d^4 u^0}{2dx^4} + \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 2} \xi^4 \frac{d^4 u^0}{2.2dx^4}$$
$$+ \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 1} \xi^4 \frac{d^4 u^0}{2 . 3dx^4} + \frac{\lambda}{1} \xi^4 \frac{d^4 u^0}{2.3.4dx^4}$$
$$+ \&c.$$

Qu'on change à présent les exposans des puissances en exposans de variation, ce qu'on fait, suivant notre méthode, par un simple trait ajouté aux exposans, & il en résultera la forme suivante réduite comme elle doit être,

$$u^{0,}$$
$$+ \frac{\lambda}{1} \xi \frac{d^{1,} u^{0,}}{dx}$$
$$+ \left(\frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 2} + \frac{\lambda}{1} . \frac{1}{2} \right) \xi^2 \frac{d^{2,} u^{0,}}{dx^2}$$
$$+ \left(\frac{\lambda . \overline{\lambda - 1} . \overline{\lambda - 2}}{1 . 2 . 3} + \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1.1} . \frac{1}{2} + \frac{\lambda}{1} . \frac{1}{1.2.3} \right) \xi^3 \frac{d^{3,} u^{0,}}{dx^3}$$
$$+ \&c.$$

c'est la valeur demandée de $u^{\lambda,}$, quelque soit l'ordre λ, donnée par les différentielles successives de u.

(XVIII)

Qu'on réduise par ordre les coèfficiens de cette expression générale, & l'on a sur le champ

$$\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2} + \frac{\lambda}{1}.\frac{1}{2} = \frac{\lambda^2}{2}$$

$$\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}.\overline{\lambda-2}}{1.2.3} + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.1}.\frac{1}{2} + \frac{\lambda}{1}.\frac{1}{1.2.3} = \frac{\lambda^3}{1.2.3}$$

$$\frac{\lambda \ldots \overline{\lambda-3}}{1.2 \ldots 4} + \frac{\lambda \ldots \overline{\lambda-2}}{1.2.1}.\frac{1}{2} + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}.\frac{1}{2.2}$$

$$+ \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.1}.\frac{1}{1.2.3} + \frac{\lambda}{1}.\frac{1}{1.2.3.4} = \frac{\lambda^4}{1.2.3.4}$$

& ainsi à l'infini.

En faisant donc la substitution de ces coèfficiens réduits, dans les formes du §. préced. ; & supprimant les traits de variation, on a

$$u^\lambda = u + \frac{\lambda}{1}\xi\frac{du}{dx} + \frac{\lambda^2}{2}\xi^2\frac{ddu}{dx^2} + \frac{\lambda^3}{2.3}\xi^3\frac{d^3u}{dx^3} + \&c.$$

ce qu'on n'a pu conclure jusqu'à présent que par induction (*voyez les Inst. de calcul diff. de M.* Euler *pag.* 339).

(XIX)

Mais nous allons voir qu'il résulte d'ici une importante vérité. Qu'on mette les coèfficiens trouvés (§. XVII) sous cette forme

$$1$$

$$+ \frac{\lambda}{1} \cdot 1$$

$$+ \frac{\lambda \cdot \overline{\lambda - 1}}{1 \cdot 2} \cdot 1^2 + \frac{\lambda}{1} \cdot \frac{1}{2}$$

$$+ \frac{\lambda \cdot \overline{\lambda - 1} \cdot \overline{\lambda - 2}}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 1^3 + \frac{\lambda \cdot \overline{\lambda - 1}}{1 \cdot 1} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{\lambda}{1} \cdot \frac{1}{2 \cdot 3}$$

$$+ \frac{\lambda \ldots\ldots \overline{\lambda - 3}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 1^4 + \frac{\lambda \ldots \overline{\lambda - 2}}{1 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1^2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{\lambda \cdot \overline{\lambda - 1}}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1}{2^2}$$

$$+ \frac{\lambda \cdot \overline{\lambda - 1}}{1 \cdot 1} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{\lambda}{1} \cdot \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$$

$$+ \&c.$$

En considérant ces expressions on s'aperçoit sans difficulté, que ce sont précisément les termes consécutifs de la puissance λ de l'infinitinome

$$(A) \ldots\ldots 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \ldots 4} + \&c.$$

exprimant la base des logarithmes hyperboliques, & puisqu'on vient de démontrer que ces mêmes coëfficiens constituent les termes consécutifs de la série

$$(B) \ldots\ldots 1 + \frac{\lambda}{1} + \frac{\lambda^2}{1 \cdot 2} + \frac{\lambda^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{\lambda^4}{1 \cdot 2 \ldots 4} + \&c.$$

il sera démontré à toute rigueur, que le terme *n.*^{me} de la série (B) est égal au terme *n.*^{me} de la puissance de l'ordre λ de l'infinitinome (A); ce qui ne me paroît pas avoir été remarqué jusqu'ici.

(XX)

Venons à présent aux différences. L'équation fondamentale du §. VII donne d'abord l'équation

$$\Delta u = u' - u$$

ou bien, suivant notre notation, l'équation

$$(P) \quad \ldots\ldots \quad \Delta^{1,} u^{0,} = u^{1,} - u^{0,}$$

De là on tire les équations

$$(\Delta^{1,} u^{0,})^2 = (u^{1,} - u^{0,})^2$$
$$(\Delta^{1,} u^{0,})^3 = (u^{1,} - u^{0,})^3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(\Delta^{1,} u^{0,})^{\lambda} = (u^{1,} - u^{0,})^{\lambda}$$

ou les équations (Q)

$$(\Delta^{1,} u^{0,})^2 = (u^{1,})^2 - 2 (u^{1,})^1 (u^{0,})^1 + (u^{0,})^2$$
$$(\Delta^{1,} u^{0,})^3 = (u^{1,})^3 - 3 (u^{1,})^2 (u^{0,})^1 + 3 (u^{1,})^1 (u^{0,})^2 - (u^{0,})^3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(Q) \ldots (\Delta^{1,} u^{0,})^{\lambda} = (u^{1,})^{\lambda} - \frac{\lambda}{1} (u^{1,})^{\lambda - 1} (u^{0,})^1 + \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 2} (u^{1,})^{\lambda - 2} (u^{0,})^2 - \&c.$$

ainsi qu'il est fait au §. IX à l'égard des valeurs successivement variées des fonctions.

En regardant donc, suivant la règle, tous les termes renfermés entre les crochets, comme des quantités algébriques, c'est-à-dire, les exposans de variation comme des exposans de puissances, & les caractéristiques comme des grandeurs algébriques, on aura pour le moment les formes suivantes (R)

$$(\Delta u^0)^2 = (u^1)^2 - 2\,(u^1)^1\,(u^0)^1 + (u^0)^2$$

$$(\Delta u^0)^3 = (u^1)^3 - 3\,(u^1)^2\,(u^0)^1 + 3\,(u^1)^1\,(u^0)^2 - (u^0)^3$$

. . . .

$$(\mathrm{R}) \ldots\ (\Delta u^0)^\lambda = (u^1)^\lambda - \frac{\lambda}{1}\,(u^1)^{\lambda-1}\,(u^0)^1$$

$$+ \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}\,(u^1)^{\lambda-2}\,(u^0)^2 - \&c.$$

Et puisque tous les exposans sont réduits à homogénéité dans l'équation (R), qu'on y applique les exposans des puissances, & on aura les équations (S)

$$\Delta^2 u^0 = u^2 - 2u^1 + u^0$$

$$\Delta^3 u^0 = u^3 - 3u^2 + 3u^1 - u^0$$

. . . .

$$(\mathrm{S}) \ldots\ \Delta^\lambda u^0 = u^\lambda - \frac{\lambda}{1}\,u^{\lambda-1} + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}\,u^{\lambda-2} - \&c.$$

En changeant donc les exposans des puissances en exposans de variation, ce qu'on fait par un simple trait aux nombres exponentiaux, il en résulte

$$\Delta^{2,}\, u^{0,} = u^{2,} - 2u^{1,} + u^{0,}$$

. . . .

$$\Delta^{\lambda,} u^{0,} = u^{\lambda,} - \frac{\lambda}{1}\,u^{\lambda,-1,} + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}\,u^{\lambda,-2,} - \&c.$$

ou bien à la manière ordinaire

$$\Delta^2 u = u'' - 2u' + u$$

$$\Delta^3 u = u''' - 3u'' + 3u' - u$$

. . . .

$$\Delta^\lambda u = u^\lambda - \frac{\lambda}{1}\,u^{\lambda-1} + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}\,u^{\lambda-2} - \&c.$$

(XXI)

C'est l'expression générale, qu'on connoit d'ailleurs par induction, de la différence λ.^me^ de u fonction d'un nombre quelconque de variables x, y, z &c. Nous l'avons tirée directement de l'équation fondamentale

$$(\Delta u)^{\lambda} = (u' - u)^{\lambda}$$

ayant suivi d'opération en opération toute la marche de la méthode. Ceci fait connoître, comme au §. XI, que les coëfficiens du binome élevé à la puissance λ, qu'on remarque dans la valeur $\Delta^{\lambda} u$, viennent du développement effectif de la puissance λ du binome fondamentale $u' - u$, d'où elle tire son origine.

(XXII)

Par conséquent il est manifeste qu'on peut passer de l'équation

$$(\Delta u)^{\lambda} = (u' - u)^{\lambda}$$

à l'équation

$$\Delta^{\lambda} u = u^{\lambda} - \frac{\lambda}{1} u^{\lambda - 1} + \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 2} u^{\lambda - 2} - \&c.$$

c'est-à-dire, qu'on peut changer la puissance $(\Delta u)^{\lambda}$, ou $(du)^{\lambda}$ du degré λ en différence $\Delta^{\lambda} u$, ou $d^{\lambda} u$ de l'ordre λ en gardant les conditions & les règles prescrites ci-devant par rapport au développement du second membre $(u' - u)^{\lambda}$.

(XXIII)

Il est visible que la multiplication, la division & l'élévation à puissances des différences de tous les ordres se fera ici comme au §. XV. Car ayant à multiplier $\Delta^m u$ par $\Delta^n u$, dès qu'on sait que $\Delta^m u = (u' - u)^m$, $\Delta^n u = (u' - u)^n$ aux conditions établies, on aura $\Delta^m u \,.\, \Delta^n u = (u' - u)^{m-n}$, pourvu que le développement de cette puissance soit fait suivant la règle que nous avons donnée. Pareillement on élevera $\Delta^m u$ à la puissance du degré λ en élevant à la puissance λm le binome $u' - u$ suivant la règle, ce qui n'a besoin d'autre explication.

(XXIV)

On ne sauroit disconvenir, ce me semble, après ce qu'on vient d'exposer, que ce n'est pas une simple analogie qui règne entre les puissances positives, & les différenciations. C'est une liaison intime & nécessaire qu'elles ont ensemble, dont cette analogie n'est qu'une suite tenant à des principes, qu'il falloit développer; principes qui donnent des ouvertures toutes nouvelles à des découvertes dans l'analyse, ainsi que l'a remarqué M. *de la Grange*. A présent je vais démontrer, que ce même lien subsiste entre les puissances négatives & les intégrations, & n'est lui-même qu'une suite du passage de la puissance $(\Delta u)^\lambda$ à la différence $\Delta^\lambda u$. C'est ainsi qu'on verra que la liaison est générale, & que tout est fondé sur les mêmes principes. Après quoi je me bornerai à quelques applications de la méthode, moins pour l'étayer, que pour l'éclaircir de plus en plus.

(XXV)

Ayant démontré ci-dessus, que

$$(K) \ldots\ldots \Delta^{\lambda} u = (\Delta u)^{\lambda} = (u' - u)^{\lambda}$$

à condition que le second membre soit traité pendant le développement & après le développement, de la manière que nous avons prescrit, qu'on prenne la différence μ.^{me} de cette équation, supposant μ moindre que λ. On aura

$$(K') \ldots\ldots \Delta^{\mu} \Delta^{\lambda} u = \Delta^{\mu} (\Delta u)^{\lambda}$$

à ces mêmes conditions. Qu'on prenne à présent l'intégrale finie de l'ordre λ de l'équation différentielle (K') & l'on aura l'équation

$$(K'') \ldots\ldots \Delta^{\mu} u = \Sigma^{\lambda} \Delta^{\mu} (\Delta u)^{\lambda}$$

mais $\Sigma^{\lambda} \Delta^{\mu} (\Delta u)^{\lambda} = \Sigma^{\lambda - \mu} (\Delta u)^{\lambda}$. En substituant donc dans cette équation $\Delta^{\lambda} u$ à la place de $(\Delta u)^{\lambda}$ de part & d'autre, on aura

$$\Sigma^{\lambda} \Delta^{\mu} \Delta^{\lambda} u = \Sigma^{\lambda - \mu} \Delta^{\lambda} u$$

ce qui change sur le champ l'équation (K'') en l'équation

$$(K''') \ldots\ldots \Delta^{\mu} u = \Sigma^{-\mu} u$$

où ayant mis $-\lambda$ à la place de μ, on a

$$\Delta^{-\lambda} u = \Sigma^{\lambda} u$$

Mais en mettant $-\lambda$ au lieu de λ dans l'équation (K), on a

$$\Delta^{-\lambda} u = (\Delta u)^{-\lambda} = (u' - u)^{-\lambda}$$

Par conséquent

$$\Sigma^{\lambda} u = (u' - u)^{-\lambda}$$

pourvu que le second membre soit traité de la manière prescrite.

(XXVI)

On tire de là immédiatement l'expression de l'intégrale finie de tel ordre que ce soit de la fonction u, analogue, ou plus proprement l'inverse de celle, qu'on connoit, pour la différence du même ordre, & qu'on ne sauroit peut-être trouver par aucune autre méthode. En effet, puisque (§. XX)

$$\Delta^{\lambda} u = u^{\lambda} - \frac{\lambda}{1} u^{\lambda - 1} + \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 2} u^{\lambda - 2} - \&c.$$

qu'on mette par tout $-\lambda$ au lieu de λ dans cette égalité, ce qui change le premier membre $\Delta^{-\lambda}$ en Σ^{λ} (§. XXV), & l'on aura

$$\Sigma^{\lambda} u = \frac{1}{u^{\lambda}} + \frac{\lambda}{1 . u^{\lambda+1}} + \frac{\lambda . \overline{\lambda + 1}}{1 . 2 u^{\lambda+2}} + \frac{\lambda \ldots\ldots \overline{\lambda + 3}}{1 . 2 . 3 u^{\lambda+3}} + \&c.$$

& en faisant $\lambda = 1$, il en résultera pour l'intégrale finie de u la forme générale suivante

$$\Sigma u = \frac{1}{u + \Delta u} + \frac{1}{u + 2\Delta u + \Delta^2 u} + \frac{1}{u + 3\Delta u + 3\Delta^2 u + \Delta^3 u}$$

$$+ \&c. = \frac{1}{u'} + \frac{1}{u''} + \frac{1}{u'''} + \&c.$$

(XXVII)

C'est à présent qu'on peut faire un examen plus approfondi de l'analogie remarquée par M. *Leibnitz* entre les diffé-

rences de tous les ordres du produit de deux ou de plusieurs variables, & les puissances des mêmes ordres du binome, ou du polinome composé de la somme de ces mêmes variables. Elle ne paroît, ce me semble, ni naturelle, ni nécessaire, ainsi que je l'ai avancé au commencement de ce Mémoire. Aussi l'artifice dont il se sert pour la démontrer est-il forcé, & il s'en faut de beaucoup que le même procédé soit applicable à toutes sortes de fonctions. Cette analogie ne peut subsister généralement à moins qu'on ne compare la différence primitive avec son homogène naturel & nécessaire. C'est ainsi qu'elle s'est bientôt manifestée, d'abord qu'on a rapprochée $\Delta^\lambda u$, ou $d^\lambda u$ de la puissance $(u' - u)^\lambda$ tirée de l'équation légitime & nécessaire

$$\Delta u = u' - u$$

& pour le montrer de plus en plus nous prendrons les mêmes produits de M. *Leibnitz* xy, xyz &c. & nous ferons voir comment on parvient sans peine aux expressions générales de $d^\lambda(xy)$, $d^\lambda(xyz)$ &c. en élevant à la puissance λ l'homogène de $d(xy)$, $d(xyz)$ &c. c'est-à-dire

$xdy + ydx$, $xydz + xzdy + zydx$, &c. & ainsi de suite.

Puisque donc

$$du = d(xy) = xdy + ydx$$

je dis, que $d^\lambda(xy) = (xdy + ydx)^\lambda$, pourvu que l'on traite le second membre de la manière, que nous avons prescrite. Qu'on le mette donc sous la forme requise par notre algorithme, & on aura

$$(x^{0,} d^{1,} y^{0,} + y^{0,} d^{1,} x^{0,})^{\lambda} = (x^{0,} d^{1,} y^{0,})^{\lambda}$$

$$+ \frac{\lambda}{1}(x^{0,} d^{1,} y^{0,})^{\lambda-1}(y^{0,} d^{1,} x^{0,}) + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}(x^{0,} d^{1,} y^{0,})^{\lambda-2}(y^{0,} d^{1,} x^{0,})^{2}$$

$+$ &c.

ce qui étant développé en regardant les exposans de variation comme des exposans de puissances, & les caractéristiques comme des quantités algébriques, donne pour le moment cette expression

$$x^{0} d^{\lambda} y^{0} + \frac{\lambda}{1} d^{\lambda-1} y^{0} dx^{0} + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2} d^{\lambda-2} y^{0} d^{2} x^{0}$$

$$+ \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}.\overline{\lambda-2}}{1.2.3} d^{\lambda-3} y^{0} d^{3} x^{0} + \text{\&c.}$$

& tout de suite celle-ci

$$x^{0,} d^{\lambda,} y^{0,} + \frac{\lambda}{1} d^{\lambda,-1,} y^{0,} dx^{0,} + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2} d^{\lambda,-2,} y^{0,} d^{2} x^{0,} + \text{\&c.}$$

en changeant les exposans des puissances en exposans de variation. Si l'on met donc cette expression sous la forme ordinaire, on a sur le champ l'équation suivante.

$$d^{\lambda} u = d^{\lambda}(xy) = xd^{\lambda} y + \frac{\lambda}{1} d^{\lambda-1} ydx + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2} d^{\lambda-2} yd^{2} x$$

$$+ \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}.\overline{\lambda-2}}{1.2.3} d^{\lambda-3} yd^{3} x + \text{\&c.}$$

Pareillement je dis, que $d^{\lambda}(xyz) = (d(xyz))^{\lambda}$ aux conditions prescrites. En effet, qu'on mette la différentielle de xyz élevée à la puissance λ sous cette forme

$$(z^{0,} y^{0,} d^{1,} x^{0,} + x^{0,} z^{0,} d^{1,} y^{0,} + x^{0,} y^{0,} d^{1,} z^{0,})^{\lambda}$$

$$= (z^{0,} y^{0,} d^{1,} x^{0,})^{\lambda} + \frac{\lambda}{1}(z^{0,} y^{0,} d^{1,} x^{0,})^{\lambda-1}(x^{0,} z^{0,} d^{1,} y^{0,} + x^{0,} y^{0,} d^{1,} z^{0,})$$

$$+\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}(z^{0,}y^{0,}d^{1,}x^{0,})^{\lambda-2}\Big\{(x^{0,}z^{0,}d^{1,}y^{0,})^2+2(x^{0,}z^{0,}d^{1,}y^{0,})(x^{0,}y^{0,}d^{1,}z^{0,})$$

$$+(x^{0,}y^{0,}d^{1,}z^{0,})^2\Big\}+\&c.$$

& qu'on la développe suivant la règle, on aura pour le moment

$$z^0y^0d^\lambda x^0+\frac{\lambda}{1}(z^0dy^0+y^0dz^0)d^{\lambda-1}x^0$$

$$+\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}(z^0d^2y^0+2dy^0dz^0+y^0d^2z^0)d^{\lambda-2}x^0$$

$+$ &c.

Et en changeant tout de suite les exposans des puissances en exposans de variation, on a sur le champ

$$z^{0,}y^{0,}d^{\lambda,}x^{0,}+\frac{\lambda}{1}(z^{0,}d^{1,}y^{0,}+y^{0,}d^{1,}z^{0,})d^{\lambda,-1,}x^{0,}+\&c.$$

Par conséquent si on omet les symboles de variation, on obtient

$$d^\lambda(xyz)=zyd^\lambda x+\frac{\lambda}{1}(zdy+ydz)d^{\lambda-1}x$$

$$+\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}(zd^2y+2dydz+yd^2z)d^{\lambda-2}x+\&c.$$

& ainsi de suite quelque soit le nombre des variables. C'est la véritable forme, où l'analogie en question paroît manifestement entre $d^\lambda u$, & $(du)^\lambda=(xdy+ydx)^\lambda$, en supposant $u=xy$, & entre $d^\lambda u$, & $(du)^\lambda=(zydx+xzdy+xydz)^\lambda$, ayant fait $u=xyz$ &c. & ainsi de suite.

(XXVIII)

A présent qu'on considère l'expression connue (XIII) de la différence Δu, u étant fonction de x,

$$\Delta u = \xi \frac{du}{dx} + \xi^2 \frac{ddu}{2dx^2} + \xi^3 \frac{d^3u}{2.3dx^3} + \&c.$$

& proposons-nous de trouver l'expression générale de $\Delta^\lambda u$, & de $\Sigma^\lambda u$. Il est d'abord manifeste, que

$$(\Delta u)^\lambda = \left(\frac{\xi du}{dx} + \frac{\xi^2 ddu}{2dx^2} + \&c.\right)^\lambda, \text{ ou bien}$$

$$(\Delta u)^\lambda = \left(\frac{du}{dx}\right)\xi^\lambda + \frac{\lambda}{1}\left(\frac{du}{dx}\right)^{\lambda-1}\left(\frac{ddu}{2dx^2}\right)\xi^{\lambda+1}$$

$$+\left(\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}\left(\frac{du}{dx}\right)^{\lambda-2}\left(\frac{ddu}{2dx^2}\right)^2 + \frac{\lambda}{1}\left(\frac{du}{dx}\right)^{\lambda-1}\left(\frac{d^3u}{2.3dx^3}\right)\right)\xi^{\lambda+2}$$

$$+\left(\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda-2}}{1.2.3}\left(\frac{du}{dx}\right)^{\lambda-3}\left(\frac{ddu}{2dx^2}\right)^3\right.$$

$$+\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.1}\left(\frac{du}{dx}\right)^{\lambda-2}\left(\frac{ddu}{2dx^2}\right)\left(\frac{d^3u}{2.3dx^3}\right)$$

$$\left.+\frac{\lambda}{1}\left(\frac{du}{dx}\right)^{\lambda-1}\left(\frac{d^4u}{2.3.4dx^4}\right)\right)\xi^{\lambda+3}$$

$$+ \&c.$$

& puisque en gardant les conditions prescrites, on passe de la puissance λ de Δu à la différence du même ordre de u, c'est-à-dire, de $(\Delta u)^\lambda$ à $\Delta^\lambda u$, suivant l'algorithme exposé ci-dessus, on parviendra à l'équation

$$\Delta^{\lambda} u = \frac{d^{\lambda} u}{dx^{\lambda}}\,\xi^{\lambda} + \frac{\lambda}{1}\cdot\frac{d^{\lambda+1} u}{2dx^{\lambda+1}}\,\xi^{\lambda+1}$$

$$+ \left(\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1\,.\,2}\cdot\frac{d^{\lambda+2} u}{2.2dx^{\lambda+2}} + \frac{\lambda}{1}\cdot\frac{d^{\lambda+2} u}{2.3dx^{\lambda+2}}\right)\xi^{\lambda+2}$$

$+$ &c.

& en réduisant & ordonnant les termes, à l'équation suivante

$$\Delta^{\lambda} u = \frac{d^{\lambda} u}{dx^{\lambda}}\,\xi^{\lambda} + \frac{\lambda}{1}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{d^{\lambda+1} u}{dx^{\lambda+1}}\,\xi^{\lambda+1}$$

$$+ \left(\frac{\lambda\,.\,\overline{\lambda-1}}{1\,.\,2}\cdot\frac{1}{2^2} + \frac{\lambda}{1}\cdot\frac{1}{2.3}\right)\frac{d^{\lambda+2}}{dx^{\lambda+2}}\,\xi^{\lambda+2}$$

$$+ \left(\frac{\lambda \ldots \overline{\lambda-2}}{1.2.3}\cdot\frac{1}{2^3} + \frac{\lambda\,.\,\overline{\lambda-1}}{1\,.\,1}\cdot\frac{1}{2.2.3} + \frac{\lambda}{1}\cdot\frac{1}{2.3.4}\right)\frac{d^{\lambda+3} u}{dx^{\lambda+3}}\,\xi^{\lambda+3}$$

$$+ \left(\frac{\lambda \ldots\ldots \overline{\lambda-3}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4}\cdot\frac{1}{2^4} + \frac{\lambda \ldots\ldots \overline{\lambda-2}}{1.2.1}\cdot\frac{1}{2^2.2.3} + \frac{\lambda\,.\,\overline{\lambda-1}}{1\,.\,2}\cdot\frac{1}{2^2.3^2}\right.$$

$$\left. + \frac{\lambda\,.\,\overline{\lambda-1}}{1\,.\,1}\cdot\frac{1}{2^2.3.4} + \frac{\lambda}{1}\cdot\frac{1}{2.3\ldots.5}\right)\frac{d^{\lambda+4} u}{dx^{\lambda+4}}\,\xi^{\lambda+4}$$

$+$ &c.

où les coëfficiens suivent la loi qu'on voit ici

I. 1

II. $\frac{\lambda}{1}\cdot\frac{1}{2}$

III. $\frac{\lambda\;\overline{\lambda-1}}{1\,.\,2}\cdot\frac{1}{2^2} + \frac{\lambda}{1}\cdot\frac{1}{2.3}$

IV. $\frac{\lambda\,.\,\overline{\lambda-1}\,.\,\overline{\lambda-2}}{1\;2\,.\,3}\cdot\frac{1}{2^3} + \frac{\lambda\,.\,\overline{\lambda-1}}{1\,.\,1}\cdot\frac{1}{2.2.3} + \frac{\lambda}{1}\cdot\frac{1}{2.3.4}$

V. $\frac{\lambda \ldots \overline{\lambda-3}}{1.2.3.4} \cdot \frac{1}{2^4} + \frac{\lambda . \overline{\lambda-1} . \overline{\lambda-2}}{1.2.1} \cdot \frac{1}{2^2.2.3} + \frac{\lambda . \overline{\lambda-1}}{1.2} \cdot \frac{1}{2^2.3^2}$

$+ \frac{\lambda . \overline{\lambda-1}}{1.1} \cdot \frac{1}{2^2.3.4} + \frac{\lambda}{1} \cdot \frac{1}{2.3.4.5}$

VI. &c.

Si l'on fait donc représenter généralement par A_n ces coèfficiens, on aura la formule suivante

$$(P) \ldots\ldots \Delta^\lambda u = A_1 \xi^\lambda \frac{d^\lambda u}{dx^\lambda} + A_2 \xi^{\lambda+1} \frac{d^{\lambda+1} u}{dx^{\lambda+1}} + A_3 \xi^{\lambda+2} \cdot \frac{d^{\lambda+2} u}{dx^{\lambda+2}} + \&c.$$

laquelle exprimera la différence de tous les ordres d'une fonction quelconque de x, lorsque x augmente successivement de ξ, 2ξ, 3ξ &c. . . . $\lambda\xi$.

(XXIX)

L'expression (P) a ceci de particulier, qu'on peut déterminer tel coèfficient A_n qu'on veut indépendamment de tous les autres, ce qui tient à une propriété mémorable de la base des logarithmes hyperboliques, & ne paroît pas avoir été remarquée jusqu'ici. En effet si l'on fait attention aux coèfficiens I., II., III., &c. ci-dessus, on s'aperçoit sans peine, que ce sont précisément les termes consécutifs I.°, II.°, III.° &c. de l'infinitinome

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \&c.$$

élevé à la puissance du degré λ. Car en faisant $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{2.3}$ $d = \frac{1}{2.3.4}$ &c., on a tout de suite

I. 1

II. $\frac{\lambda}{1} b$

III. $\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2} b^2 + \frac{\lambda}{1} c$

IV. $\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}.\overline{\lambda-2}}{1.2.3} b^3 + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.1} bc + \frac{\lambda}{1} d$

V. $\frac{\lambda....\overline{\lambda-3}}{1.2.3.4} b^4 + \frac{\lambda...\overline{\lambda-2}}{1.2.1} b^2 c + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2} c^2 + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.1} bd + \frac{\lambda}{1} e$

VI. &c.

termes consécutifs de l'infinitinome

$(1 + b + c + d + e + \&c.)^\lambda$

Et comme on ne manque pas de méthodes pour trouver tel terme qu'on veut de cette puissance, isolé, & indépendant de tous les autres, c'est un avantage bien important que cette méthode nous a procuré tant pour les différenciations, que pour les intégrations, ainsi qu'on va voir.

(XXX)

Qu'on fasse à présent λ négatif changeant les coëfficiens A_n en ${}_nA$, & l'on aura $\Delta^{-\lambda} u = {}_1A \frac{d^{-\lambda} u dx^\lambda}{\xi^\lambda}$

$+ {}_2A \frac{d^{-\lambda+1} u dx^{\lambda-1}}{\xi^{\lambda-1}} + {}_3A \frac{d^{-\lambda+2} u dx^{\lambda-2}}{\xi^{\lambda-2}} + \&c.$

ce qui, ayant changé les différences en sommes (§. XXV.), donne l'intégrale générale finie

$$\Sigma^\lambda u = {}_1A \frac{\int^\lambda u dx^\lambda}{\xi^\lambda} + {}_2A \frac{\int^{\lambda-1} u dx^{\lambda-1}}{\xi^{\lambda-1}}$$

$$+ {}_3A \frac{\int^{\lambda-2} u dx^{\lambda-2}}{\xi^{\lambda-2}} + \&c.$$

dont les coëfficiens sont les termes consécutifs de l'infinitinome, dont on vient de parler, où l'on ait mis $-\lambda$ à la place de λ.

Par conséquent si l'on suppose $\lambda = 1$, & qu'on change ${}_nA$ en B_n à cause de cette supposition, on a d'abord

$$\Sigma u = B_1 \frac{\int u dx}{\xi} + B_2 u + B_3 \frac{\int^{-1} u dx^{-1}}{\xi^{-1}} + B_4 \frac{\int^{-2} u dx^{-2}}{\xi^{-2}} + \&c.$$

mais $\int^{-1} = d$, $\int^{-2} = d^2$ &c. (§. XXV.); on a donc pour le cas familier sur lequel M. *Euler* a tant travaillé (Voyez les anc. Com. de l'Ac. Impér. de St. Pétersbourg, & les Institutions de calc. diff.)

$$\Sigma u = B_1 \frac{1}{\xi} \int u dx + B_2 u + B_3 \xi \frac{du}{dx} + B_4 \xi^2 \frac{ddu}{dx^2} + \&c.$$

Et en considérant S comme caractéristique de la sommation des séries, ou comme le terme général, on a

$$Su = B_1 \frac{1}{\xi} \int u dx + (B_2 + 1) u + B_3 \xi \frac{du}{dx} + B_4 \xi^2 \frac{ddu}{dx^2} + \&c.$$

pour la somme connue des séries, où les coëfficiens B_1, B_2, B_3, &c. se trouvent indépendamment les uns des autres, en trouvant le terme quelconque n.^{me} de l'infinitinome

$$\left(1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2.3} + \tfrac{1}{2.3.4} + \&c.\right)^{\lambda}$$

& en y mettant -1 à la place de λ.

Ces coëfficiens ont le plus grand usage dans toute la doctrine des séries, & c'est d'eux qu'on tire les fameux nom-

bres *Bernoulliens* (voyez les Inst. du calc. diff. de M. Euler chap. V.). La propriété de la série exprimante la base des logarithmes hyperboliques de les faire découvrir indépendamment les uns des autres, ainsi qu'on a vu aux §§. XXIX, & XXX pour les expressions générales de $\Delta^{\lambda} u$, & $\Sigma^{\lambda} u$, est assez singulière pour mériter l'attention des Géomètres.

(XXXI)

On a manié jusqu'ici les valeurs successives, & les différences des fonctions en passant des puissances $(u')^{\lambda}$, $(\Delta u)^{\lambda}$ aux valeurs variées $u^{\lambda\prime}$, & aux différences $\Delta^{\lambda\prime} u$ des mêmes ordres, & ensuite aux intégrales $\Sigma^{\lambda\prime} u$, $\int^{\lambda\prime} u$ par la supposition de λ négatif. Il ne sera pas inutile d'appliquer directement la méthode à quelque cas singulier de ces caractéristiques. Nous prendrons pour cela l'équation fondamentale de relation entre les intégrales Σu, & les sommes $S u$ des séries ayant u pour terme général, qu'on sait être

$$S u = \Sigma u + u$$

& puisque $(S u)^{\lambda} = (\Sigma u + u)^{\lambda}$, je dis, qu'on peut passer de $(S u)^{\lambda}$ à $S^{\lambda} u$ en regardant dans le développement du second membre tous les termes comme des quantités algébriques, & en changeant après le développement les exposans des puissances en exposans de variation. Qu'on mette l'équation sous la forme préscrite par notre algorithme, & l'on aura d'abord

$$(S^{1\prime} u^{0\prime})^{\lambda} = (\Sigma^{1\prime} u^{0\prime} + u^{0\prime})^{\lambda} = (\Sigma^{1\prime} u^{0\prime})^{\lambda}$$

$$+ \frac{\lambda}{1} (\Sigma^{0\prime} u^{0\prime})^{\lambda - 1} (u^{0\prime}) + \frac{\lambda . \overline{\lambda - 1}}{1 . 2} (\Sigma^{1\prime} u^{0\prime})^{\lambda - 2} (u^{0\prime})^{2} + \&c.$$

en regardant donc les exposans de variation comme des exposans absolus, pour y appliquer légitimement les exposans des puissances, & par conséquent les caractéristiques comme des quantités algébriques, on aura pour le moment

$$S^{\lambda}u^{0} = \Sigma^{\lambda}u^{0} + \frac{\lambda}{1}\Sigma^{\lambda-1}u^{0} + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}\Sigma^{\lambda-2}u^{0} + \&c.$$

Et changeant tout de suite, après ce développement, les exposans des puissances en exposans de variation, on aura

$$S^{\lambda,}u^{0,} = \Sigma^{\lambda,}u^{0,} + \frac{\lambda}{1}\Sigma^{\lambda,-1,}u^{0,} + \&c.$$

ce qui donnera à la manière commune

$$S^{\lambda}u = \Sigma^{\lambda}u + \frac{\lambda}{1}\Sigma^{\lambda-1}u + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}\Sigma^{\lambda-2}u + \&c.$$

& si l'on change Σ en S, & S en Σ, & qu'on applique alternativement les signes négatifs, comme il arriveroit en développant l'équation

$(\Sigma u)^{\lambda} = (Su - u)^{\lambda}$, on aura

$$\Sigma^{\lambda}u = S^{\lambda}u - \frac{\lambda}{1}S^{\lambda-1}u + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}S^{\lambda-2}u - \&c.$$

Par ces formules l'on passe des sommes des séries de tous les ordres aux intégrales finies des mêmes ordres, & réciproquement.

(XXXII)

Mais pour multiplier les essais de ce calcul naissant, je vais en déduire une expression entièrement nouvelle de l'intégrale finie Σu; & par conséquent de la somme de toutes les séries.

En considérant les deux équations trouvées ci-dessus (§§. XI. XX.)

$$(A) \ldots\ldots\; u^{\lambda} = u + \frac{\lambda}{1}\Delta u + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}\Delta^2 u + \&c.$$

$$(B) \ldots\ldots\; \Delta^{\lambda} u = u^{\lambda} - \frac{\lambda}{1} u^{\lambda-1} + \frac{\lambda\,\overline{\lambda-1}}{1.2} u^{\lambda-2} - \&c.$$

on comprend aisément, qu'en substituant successivement dans l'équation (B) les valeurs u^{λ}, $u^{\lambda-1}$ &c. tirées de l'équation (A), on parviendroit à une valeur de $\Delta^{\lambda} u$ délivrée des quantités symboliques, & exprimée par les différences successives déterminées Δu, $\Delta^2 u$, $\Delta^3 u$ &c.

Qu'on commence donc par tirer de (A) les valeurs u^{λ}, $u^{\lambda-1}$ &c., & l'on aura

$$u^{\lambda} = u + \frac{\lambda}{1}\Delta u + \frac{\lambda\,\overline{\lambda-1}}{1.2}\Delta^2 u + \&c.$$

$$u^{\lambda-1} = u + \frac{\lambda-1}{1}\Delta u + \frac{\overline{\lambda-1}.\overline{\lambda-2}}{1.2}\Delta^2 u + \&c.$$

$$u^{\lambda-2} = u + \frac{\lambda-2}{1}\Delta u + \frac{\overline{\lambda-2}.\overline{\lambda-3}}{1.2}\Delta^2 u + \&c.$$

&c.

ce qui étant successivement substitué dans l'équation (B) donne l'expression générale (C)

$$(C) \ldots\; \Delta^{\lambda} u = \left(1 - \frac{\lambda}{1} + \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2} - \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}.\overline{\lambda-2}}{1.2.3} + \&c.\right) u$$

$$+ \left(\frac{\lambda}{1} - \frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.1} + \frac{\lambda\,\overline{\lambda-1}.\overline{\lambda-2}}{1.2.1} - \frac{\lambda \ldots \overline{\lambda-3}}{1.2.3.1}\right.$$

$$\left. + \frac{\lambda \ldots \overline{\lambda-4}}{1.2.3.4.1} - \&c.\right)\Delta u$$

$$+\left(\frac{\lambda.\overline{\lambda-1}}{1.2}-\frac{\lambda\,\overline{\lambda-1}.\overline{\lambda-2}}{1.1.2}+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda-3}}{1.2.1.2}-\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda-4}}{1.2.3.1.2}\right.$$

$$\left.+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda-5}}{1.2.3.4.1.2}-\&c.\right)\Delta^2 u$$

$$+\left(\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda-2}}{1.2.3}-\frac{\lambda.\overline{\lambda-3}}{1.1.2.3}+\frac{\lambda..\overline{\lambda-4}}{1.2.1.2.3}-\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda-5}}{1.2.3.1.2.3}+\&c.\right)\Delta^3 u$$

$$+\ \&c.$$

où la loi des coëfficiens est manifeste. Or tant qu'on met pour λ un nombre entier positif quelconque, on n'a que des valeurs identiques de part & d'autre, $\Delta^\lambda u = \Delta^\lambda u$, ou $d^\lambda u = d^\lambda u$ en supposant les différences devenues infiniment petites, ce qui fait voir que la différence λ.me d'une fonction quelconque indéfinie u de plusieurs variables ne sauroit être exprimée par les différences de la même fonction indéfinie u des ordres successivement inférieurs. Mais il n'en est pas de même lorsque λ n'est pas entier & positif; car s'il est ou rompu, ou même sourd, tant positif que négatif, la différence $\Delta^\lambda u$, ou $d^\lambda u$ est toujours exprimable par les différences des ordres successivement inférieurs de u. De là il s'ensuit, que les différences dont l'exposant de variation est un nombre rompu ou sourd peuvent toujours s'exprimer par les différences ordinaires. Je ne m'arrêterai pour le présent, que sur l'exposant entier négatif. Qu'on mette donc $-\lambda$ à la place de λ dans l'équation (C) & qu'on change la différence $\Delta^{-\lambda} u$ en somme $\Sigma^\lambda u$ (§. XXV.), on aura d'abord l'équation (Π)

$$(\Pi)\ldots\ \Sigma^\lambda u = \left(1+\frac{\lambda}{1}+\frac{\lambda.\overline{\lambda+1}}{1.2}+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda+2}}{1.2.3}\right)u$$

$$-\left(\frac{\lambda}{1}+\frac{\lambda.\overline{\lambda+1}}{1.1}+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda+2}}{1.2.1}+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda+3}}{1.2.3.1}+\&c.\right)\Delta u$$

$$+\left(\frac{\lambda.\overline{\lambda+1}}{1.2}+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda+2}}{1.1.2}+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda+3}}{1.2.1.2}+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda+4}}{1.2.3.1.2}+\&c.\right)\Delta^2 u$$

$$-\left(\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda+2}}{1.2.3}+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda+4}}{1.1.2.3}+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda+5}}{1.2.1.2.1}+\frac{\lambda\ldots\overline{\lambda+6}}{1.2.3.1.2.3}+\&c.\right)\Delta^3 u$$

$+$ &c.

Bornons-nous au cas le plus simple de u fonction de x seul, & de $\lambda = 1$. On aura

$$\Sigma u = (1+1+1+1+\&c.)u - (1+2+3+4+\&c.)\Delta u$$
$$+(1+3+6+10+\&c.)\Delta^2 u - (1+4+10+20+\&c.)\Delta^3 u$$
$$+\ \&c.$$

& puisque u est censé être fonction de x, il faudra prendre le même x pour exposant des termes dans les séries $1+1+1$ $+$ &c. $1+2+3+$ &c. &c., dont par conséquent il faudra prendre les sommes indéfinies depuis zero jusqu'à x termes. Or il est visible que x exprimant nécessairement la somme indéfinie de la série $1+1+1+$ &c., Sx sera la somme de la série $1+2+3+$ &c., $S^2 x$ la somme de la série $1+3+6$ $+10+$&c., $S^3 x$ la somme de la série $1+4+10+20+$&c., & ainsi de suite. Par conséquent notre formule deviendra

$$(D)\ldots\ \Sigma u = xu - \Delta u\, Sx + \Delta^2 u\, S^2 x - \Delta^3 u\, S^3 x + \&c.$$

& en mettant $Su - u$ à la place de Σu, il en résultera la formule

$$(E)\ldots\ Su = (x+1)u - \Delta u\, Sx + \Delta^2 u\, S^2 x - \Delta^3 u\, S^3 x + \Delta^4 u\, S^4 x - \&c.$$

pour la somme de toutes les séries, quelque soit le terme général u. En supposant donc connues les sommes de tous les ordres de x, on aura l'intégrale générale Σu pour une fon-

ction quelconque u, & la somme $S\,u$ pour un terme général quelconque u.

(XXXIII)

Il seroit inutile de s'arrêter ici au sujet de ces sommes successives de x, qu'on sait déjà déterminer de tant de manières. Cependant en faisant $u = x$ dans l'équation générale (Π) (§. précéd.), on tire d'abord l'équation directe

$$\Sigma^\lambda x = x\left(1 + \frac{\lambda}{1} + \frac{\lambda.\overline{\lambda+1}}{1.2} + \&c.\right) - \frac{\lambda}{1}\left(1 + \frac{\overline{\lambda+1}}{1} + \frac{\overline{\lambda+1}.\overline{\lambda+2}}{1.2} + \frac{\overline{\lambda+1} \ldots \overline{\lambda+3}}{1.2.3} + \&c.\right)$$

en supposant $\Delta x = 1$. Et réduisant l'intégrale finie Σ à la somme S (§. XXXI), on a l'équation

$$(F) \ldots S^\lambda x - \frac{\lambda}{1} S^{\lambda-1} x + \&c. = x\left(1 + \frac{\lambda}{1} + \frac{\lambda.\overline{\lambda+1}}{1.2} + \&c.\right) - \frac{\lambda}{1}\left(1 + \frac{\overline{\lambda+1}}{1} + \frac{\overline{\lambda+1}.\overline{\lambda+2}}{1.2} + \&c.\right)$$

où $S^\lambda x$ se réduit à Sx^λ. En mettant donc x^λ à la place de u dans l'équation (E), on a l'équation

$$(G) \ldots\ldots Sx^\lambda = (1 + x)\, x^\lambda - \Delta x^\lambda\, Sx + \Delta^2 x^\lambda\, S^2 x - \&c.$$

équation, qui étant combinée avec l'équation (F), fournit une nouvelle manière directe de remplir cet objet, s'il étoit nécessaire.

(XXXIV)

De notre équation

$$(D) \ldots\ldots \Sigma u = xu - \Delta u\, Sx + \Delta^2 u\, S^2 x - \&c.$$

on passe sur le champ à l'équation

$$(H) \ldots \int u dx = xu - \frac{x^2}{2} \cdot \frac{du}{dx} + \frac{x^3}{2.3} \cdot \frac{ddu}{dx^2} - \&c.$$

que feu M. Jean *Bernoulli* a donnée dans les Actes de Leipsic en 1694; ce qui fait découvrir un admirable accord entre les expressions Σu, & $Sudx$, ainsi qu'il paroissoit naturel qu'il dût y avoir. En effet qu'on suppose dans l'équation (D), que les différences deviennent infiniment petites. En changeant donc S en $\int$, Δ en d, le second membre prend d'abord la forme

$$(I) \ldots xu - du\int x + ddu\int^2 x - d^3u\int^3 x + \&c.$$

Or si l'on suppose, que la différentielle dx soit constante, on a $\int x = \frac{x^2}{1.2dx}$, $\int^2 x = \frac{x^3}{1.2.3dx^2}$, &c. & généralement

$$\int^\lambda x = \frac{x^{\lambda+1}}{1.2.3 \ldots (\lambda+1)dx^\lambda}.$$ En substituant donc ces valeurs en (I), & suppléant à la loi des homogènes par dx dans le premier membre, y ayant de même changé, comme dans le second membre, Σ en $\int$, on a tout de suite l'équation

$$(H) \ldots \int udx = xu - \frac{x^2}{1.2} \cdot \frac{du}{dx} + \frac{x^3}{1.2.3} \cdot \frac{d^2u}{dx^2} - \frac{x^4}{1.2.3.4} \cdot \frac{d^3u}{dx^3} + \&c.$$

(XXXV)

D'ailleurs la formule (E) du §. XXXII. a cela de commun avec celle que feu M. *Euler* a donnée dans ses Institutions de calcul diff. pag. 438

$$Su = (x+1)u - a - \frac{du}{dx} Sx + \frac{ddu}{1.2dx^2} Sx^2 - \frac{d^3u}{1.2.3dx^3} Sx^3 + \&c.$$

que toutes les deux donnent la somme des séries sans qu'il s'y mêle l'intégrale $\int udx$; mais la formule (E) paroît plus sim-

ple que celle de M. *Euler*, & plus convenable au calcul fini en ce qu'elle n'emprunte rien du calcul infinitésimal, avantage, qu'elle paroît même avoir sur la formule, que M. *de la Grange* a donnée à la page 202. du mémoire cité ci-dessus,

$$\Sigma u = Su - u = \int \frac{udx}{\xi} - \mu u - \nu \Delta u - \pi \Delta^2 u - \&c.$$

Cependant en comparant cette formule de M. *de la Grange*, après avoir fait $\xi = 1$, avec la mienne (D)

$$\Sigma u = xu - \Delta u\, Sx + \Delta^2 u\, S^2 x - \Delta^3 u\, S^3 x + \&c.$$

on en peut conclure un très-beau Théorème pour les quadratures. En effet ayant égalé les deux valeurs de Σu, on a immédiatement

$$\int udx = (x+\mu)\, u + (\nu - Sx)\Delta u + (\pi + S^2 x)\, \Delta^2 u + \&c.$$

les coèfficiens μ, ν, π &c. étant déterminés par les formules suivantes, en y faisant $\lambda = 1$,

$$\mu = \frac{\lambda}{1}$$

$$2\nu = \frac{\overline{\lambda - 1}\,.\,\mu}{2} - \frac{\lambda}{2.3}$$

$$3\pi = \frac{\overline{\lambda - 2}\,.\,\nu}{2} - \frac{\overline{\lambda - 1}\,.\,\mu}{2.3} + \frac{\lambda}{3.4}$$

&c.

Cette formule servira à calculer les surfaces des courbes par les seules différences de coordonnées équidistantes sans que les intégrales Σu s'y mêlent, & est bien différente de celles, que M.^rs *Cotes* & *Stirling* ont données autrefois.

EXPERIENCES

SUR LA FIOLE DE BOLOGNE.

PAR M. LE COMTE MOROZZO.

La rupture du matras de Bologne est un des phénomènes les plus singuliers & les plus difficiles à expliquer. On a d'abord bien de la peine à comprendre d'où vient que cette petite bouteille qui est, comme l'on sait, de verre non recuit, résiste extérieurement à la plus forte percussion, & que ne pouvant non plus être rompue, ni même fêlée intérieurement par la chute d'une balle de plomb, elle est cassée par les plus légers fragmens de gravier. Tous ceux qui ont eu occasion de s'occuper de cet effet surprenant, ont été naturellement curieux d'en chercher la raison. Nous devons à cette curiosité un grand nombre d'expériences qui ont fort contribué à enrichir la Physique expérimentale, & à faire naître bien des sentimens sur la cause du phénomène. Mais est-on parvenu à en trouver la véritable? C'est la question qui m'a déterminé à faire les expériences que j'ai l'honneur de rapporter à l'Académie. Comme la plupart n'ont jamais été tentées, j'ai cru qu'elles pourroient être en quelque sorte intéressantes. Mon but est d'indiquer les corps qui ont la propriété de briser cette fiole, ceux qui ne l'ont pas, & l'avantage qu'on en peut retirer.

Lu le 5 mai 1786.

On doit la découverte de cette fiole à Paul Baptiste Balbe, qui en fit voir pour la première fois l'expérience à l'Institut de Bologne en 1737: il eut l'honneur de la répéter en 1742 en présence de Charles-Emmanuel III Roi de Sardaigne, lorsqu'à la tête de l'armée combinée passant par Bologne ce Prince, qui fut toujours le Protecteur des Sciences & des Arts, alla visiter l'Institut. Ce Physicien invita ses confrères à l'aider à expliquer ce fait singulier dont il ne pouvoit trouver aucune raison qui le satisfît entièrement (*a*).

Thomas Laghi s'en occupa ensuite particulièrement, & en faisant une quantité d'expériences il observa que les fragmens des pierres précieuses, du silex & de l'agate avoient la propriété de casser la fiole, & que le diamant l'avoit au suprême degré. Il s'appliqua à varier l'expérience, il mit des fioles les unes sur des charbons embrasés, les autres dans la glace, & il vit que celles qui étoient recuites ne cassoient point, tandis que celles qui avoient demeuré dans la glace, cassoient plutôt. Il vida d'air quelques fioles au moyen d'une armure au col, & en les renversant il y laissa tomber le fragment de caillou, & elles cassèrent également. Il en plaça à l'orifice supérieur d'une cloche tubulée qu'il avoit mise sur la machine pneumatique pour y faire le vide extérieurement & laisser libre accès à l'air intérieur, & il s'assura qu'elles cassoient pareillement lorsqu'on y laissoit tomber le caillou.

Il crut pouvoir expliquer le phénomène par l'attraction. Ensuite il eut recours à l'électricité: il observa cependant que ces fioles ne donnoient pas la moindre lumière lorsqu'on les cassoit dans l'obscurité.

(*a*) *Comm. de Bologne* tom. 2. pag. 321 & suiv.

Un fait très-singulier arrivé à Bologne en 1754 présenta à Gregoire Casali, savant Académicien, une occasion de faire encore des recherches très-intéressantes sur cette matière (*b*): c'est que les vases de verre dans lesquels on avoit enfermé des diamans au Mont-de-piété, quoique recuits, se trouvèrent cassés au bout de quelque tems. Il en fit lui-même plusieurs fois l'expérience, & il reconnut que l'agate, le silex & le cristal de roche pilé grossièrement avoient aussi cette propriété. Il attribua la cassure de ces verres à la dureté & à la forme anguleuse des pierres, à l'air & à quelques autres causes. Il pensa de même à l'égard de la rupture des fioles & des larmes bataviques.

Dans le volume des Commentaires de Bologne publié en 1767 (tom. V part. II pag.169) Gregoire Casali reprend le même sujet pour répondre aux objections du Père Scarella (*c*). Dans ce nouvel examen il fait des réflexions sur l'élasticité du verre & sur l'état de contraction que ces fioles prennent en sortant de la fournaise pour passer à l'air froid jusqu'à se casser d'elles-mêmes; & il reconnoît que les couches intérieures du verre contractées n'ont besoin que d'une petite blessure pour être à même de manifester leur élasticité. Voilà un précis des travaux des Académiciens de Bologne : les bornes d'un Mémoire ne me permettent pas d'en donner un extrait plus complet. Aucun, que je sache, en Italie ne s'est occupé depuis de cette expérience, hormis M. Caramelli Piémontois qui en a donné une courte description (*d*).

(*b*) *Comm. de Bologne* tom. 3 pag. 406.

(*c*) *Physica generalis methodo mathematica pertractata. De causa diffractionis ampullarum Bononiensium.*

(*d*) Voyez *de lenis usu & de mira phialarum quarumdam vitrearum diffractione*, imprimé à Pavie.

Dans l'histoire de l'Académie Royale des Sciences de Paris pour l'année 1743 le Secrétaire parle de cette expérience qu'un Italien fit à Paris pour la première fois, & il hasarde quelques conjectures pour l'expliquer. Mr. l'Abbé Nollet, dans ses leçons de Physique, explique ce phénomène de la même façon que celui des larmes bataviques. Il est très-probable, dit-il, que le verre ne se casse ainsi, que parce que les couches qui en font l'épaisseur ont été condensées & rendues solides comme en plusieurs tems, les couches extérieures s'étant durcies avec les autres, celles-ci en se condensant les ont obligées de se replier vers elles, à peu près comme un arc qui se tend par le raccourcissement de la corde. Lorsque le choc d'un coup aigu, une rupture faite exprès, ou une secousse violente donnent lieu aux parties internes de se quitter, les couches extérieures qu'elles tenoient en contraction, se débandent comme autant de ressorts, & toutes ces parties étant mal jointes à cause du refroidissement subit qu'elles ont souffert, se brisent en se débandant; ce qui arrive assez souvent à des corps élastiques d'une matière fragile, qui ne peuvent se prêter à toute l'étendue de leur réaction, parce qu'il est rare qu'ils soient aussi flexibles dans un sens que dans l'autre. Ce qui augmente la ressemblance de cette explication, qui est en partie celle qu'a donnée Gregoire Casali, c'est qu'une larme de verre que l'on a fait rougir sur des charbons ardens, & les petites fioles épaisses qu'on a tenues dans l'arche de la verrerie pour les y faire refroidir très-lentement, ne se brisent plus quand on en fait l'épreuve. J'ai remarqué, poursuit-il, qu'en général les vaisseaux de verre

dont l'épaisseur étoit grande & inégale, se cassoient souvent d'eux-mêmes, & qu'on ne pouvoit les mettre à l'abri de cet accident, qu'en les faisant recuire long-tems & fortement à la verrerie, aussi-tôt qu'ils ont été formés. Or il est visible que ce recuit donne lieu aux couches extérieures de se plier sans contrainte au gré des autres, & aux parties intérieures de s'arranger & de se joindre plus solidement.

Je ne crois pas que depuis M. l'Abbé Nollet on ait examiné ce phénomène en France: car si quelque Physicien avoit fait d'autres observations, Mrs. Sigaud de la Fond & Brisson n'auroient pas manqué de nous le faire connoître dans leur Dictionnaire de Physique. On trouve l'expérience répétée dans tous les cours de Physique, mais on ne trouve pas qu'on y ait donné assez d'attention pour l'expliquer.

Ma curiosité en ayant été excitée, j'ai voulu l'examiner soigneusement pour tâcher d'en reconnoître la véritable cause. Les fioles que j'ai employées pesoient environ une once & demie, & pouvoient contenir deux onces d'eau distillée; (j'aurois pu me servir également des fioles d'une plus grande capacité, qui présentent le même phénomène). La cassure en étoit très-singulière: le culot ou fond épais se détachoit de biais & présentoit toujours une figure elliptique avec des gerçures qui aboutissoient au centre de l'ellipsoïde. Mrs. les Académiciens de Bologne avoient déjà remarqué cette particularité; j'ai cependant observé que la cassure étoit bien différente quand je faisois brûler du soufre dans la fiole, ou que j'y allumois du nitre au moyen d'un charbon embrasé; alors le fond se détachoit horizontalement & présentoit une figure circulaire. Quelques grains suffisent

ordinairement pour causer la rupture; il y a même des corps dont un seul grain suffit; d'autres sont absolument privés de cette propriété. J'en ai employé un grand nombre: voici un Tableau de ceux qui ont cassé la fiole & de ceux qui n'ont produit aucun effet (j'entends dans le moment de l'expérience). On verra par-là que la nature observe constamment une loi, dont la connoissance peut devenir utile pour l'Histoire Naturelle.

TABLEAU DES DIFFÉRENTES SUBSTANCES

Qui ont cassé la fiole.	*Qui ne l'ont pas cassée.*
Pierres précieuses	
Diamant	Malachite
Rubis	Turquoise.
Emeraude	
Zaphir	
Amethyste	
Topaze du Brésil	
Grenat.	
Autres pierres	
Feld-spath rose	Spath calcaire
Quartz	Spath rose rhomboïdal
Feld-spath	Pierre à chaux
Cristal de roche	Pysolites

Substances qui ont cassé la fiole.	*Substances qui ne l'ont pas cassée.*
Pierre à fusil	Stalactites calcaires
Caillou	Marbre blanc de Pont
Calcédoine	gris de Vaudier
Cornaline	gris-blanc de Gasso
Granit	Gypse
Schorl noir	Glacies marie
Schorl vert	Plâtre
Diaspre de Sicile	Jade ou pierre néphrétique
Diaspre sanguin	Serpentine
Agate	Stéatite
Agate dendritique	Pierre ollaire
Cachoulong	Molibdène
Tourmaline	Spath vitreux
Pierre à aiguiser	Pierre de Bologne
Lave du Vésuve	Charbon fossile
Gabro, ou *lapis comensis*	Pierre ponce
Spath pesant de la Maurienne	Pierre d'alun
Bois pétrifié	Soufre natif
Variolite	Ocre
	Ardoise violette
	Pouzzolane de Padoue
	Mica cristallisé
	Amiante
	Bois pétrifié moins complétement, savoir la couche extérieure.
	Croûte du cachoulong.

Substances qui ont cassé la fiole.	*Substances qui ne l'ont pas cassée.*
Minéraux	
Mine de fer de l'île d'Elbe	Mine de cuivre sans quartz
Mine pyriteuse d'or	Mine de plomb de Tende
Manganèse	
Mine d'aimant d'Angola	
Métaux & demi-métaux.	
Gueuse	Or
Fer	Argent
	Cuivre
	Plomb
	Étain
	Zinc
	Antimoine
	Bronze
	Métal de D'arcet
Pierres calcinées	
Quartz	Pierre à chaux
Cristal de roche	Marbre
Pierre à fusil	
Bois pétrifié	

Substances qui ont cassé la fiole.	*Substances qui ne l'ont pas cassée.*
Substances artificielles	
Porcelaine de Saxe	Potée d'étain
Porcelaine du Piémont	Émail blanc
Poterie d'Angleterre de Wedgwood	Fayence de Turin
Brique vitrifiée	Terre de pipe
Cristal	Poterie de Castellamont
Verre	Brique peu cuite.
Sels	
Sel gemme	Sel nitre
Sel marin	Sel de Glauber
	Vitriol martial
	Vitriol de zinc
	Borax
	Cristaux de Venus
Substances animales	
	Perles
	Coquilles de mer
	Coquilles fossiles
	Corail rouge
	Corail blanc
	Corail noir
	Ivoire

Substances qui ont cassé la fiole.	*Substances qui ne l'ont pas cassée.*

Bitumes, Résines & Gommes

	Ambre
	Mastic
	Gomme Arabique
	Gomme d'olivier
	Cire d'Espagne.

Le résumé de toutes ces expériences dont la plupart ont été répétées à l'Académie, nous fait voir 1° que les pierres précieuses, les quartz, les cailloux, c'est-à-dire, en général les pierres silicieuses & dures qui font feu avec l'acier & qui résistent à l'action des acides, ont éminemment la propriété de casser la fiole, & la conservent même après avoir été calcinées, à la seule exception qu'il en faut des morceaux un peu plus gros.

2° Que les pierres calcaires, les talqueuses, les plâtres, les gypses, c'est-à-dire, toutes les pierres qu'on pourroit appeler tendres, n'ont point cette propriété.

3° Que les substances animales dures, telles que les coquilles, les coraux, l'ivoire & les os en sont aussi destitués.

4° Que les minéraux la possèdent, si leur gangue est quartzeuse ou siliciëuse.

5° Que les métaux, à l'exclusion du fer, en sont dépourvus.

6° Que les substances vitrifiables poussées à une forte vitrification, la conservent, comme on le remarque dans le

verre, dans le cristal, dans la porcelaine & dans la poterie d'Angleterre.

7° Que l'effet est très-prompt lorsque les corps qui le produisent font feu avec l'acier.

8° Que les substances apyres poussées même au plus grand feu & seules n'acquièrent pas cette propriété, comme la chaux d'étain, de plomb &c.

9° Enfin, que les sels, à l'exclusion du sel marin & du sel gemme, ne la cassent pas non plus.

Voyons maintenant quelle explication on peut donner de ce phénomène, & si celles qui en ont été données sont d'accord avec les nouvelles expériences que je viens de rapporter. Pour cela il ne sera pas inutile de rassembler ici toutes les variétés qu'il présente.

Premièrement on casse la fiole quoiqu'elle n'ait avec l'air aucune communication ni en dedans, ni en déhors, comme Thomas Laghi l'a démontré.

Secondement le phénomène a aussi également lieu si on plonge la fiole dans l'eau, dans l'huile ou dans le mercure, comme j'en ai fait moi-même la preuve.

En troisième lieu les fioles remplies d'eau distillée ou d'esprit de vin donnent pareillement lieu au phénomène, à la seule différence qu'il faut alors des morceaux de pierre un peu plus pesans.

Enfin les fragmens de caillou cassent également la fiole qu'on a remplie d'eau distillée & qu'on a plongée dans l'eau, excepté que le verre n'éclate pas, comme il arrive dans l'air; ce qui est très-naturel, puisque l'eau exerce extérieurement une plus grande pression sur la fiole.

Il paroît démontré par ces expériences que l'air extérieur qu'on avoit cru s'insinuer dans les fêlures du verre n'est pas la cause du phénomène, puisqu'il a également lieu lorsque les fioles sont vides d'air ou remplies d'eau; & s'il ne se manifeste pas si promptement lorsqu'elles sont remplies d'huile, c'est que l'adhésion de ce liquide ne permet aux fragmens de caillou d'y tomber que fort lentement au fond, car on n'a qu'à les secouer fortement pour obtenir tout de suite l'effet. Pourroit-on l'attribuer à l'attraction ou à l'électricité? Pour m'éclaircir là-dessus, 1° j'ai attaché à un cordon de soie des diamans, des tourmalines, des topazes, des agates & des cristaux de roche que je laissois descendre très-doucement dans la fiole sans toucher à ses parois: je les arrêtois de façon que ne touchant pas le fond ils y demeuroient à peu de distance; les fioles tenues quelques jours en expérience ne cassèrent point. 2° Celles que j'ai essayé de casser dans l'obscurité n'ont point produit de lumière. L'ambre, la résine, la cire d'Espagne qui sont des corps idio-électriques, ne l'ont point cassée. Ces faits paroissent donc démontrer que ni l'électricité ni l'attraction ne sont la cause de la cassure des bouteilles. J'ai aussi voulu observer si le mouvement ou la chaleur d'effervescence les auroit cassées: j'ai mis de l'acide vitriolique sur de la craie, de l'esprit de nitre sur du fer, mais elles n'ont aucunement souffert.

Il restoit à examiner si la cassure étoit due au choc ou à la petite rainure produite par certains corps dans le fond de la fiole; pour m'en assurer j'ai fait les expériences suivantes.

1° Ayant réduit en poudre impalpable du cristal de roche & du quartz, c'est-à-dire, de ces substances qui font éclater la fiole, & en ayant mis près d'une demi-once dans chacune, elles ne cassèrent pas, même après avoir demeuré plusieurs jours en expérience; il est bon cependant que je fasse observer que si la poudre n'est pas bien fine, quelquefois elles cassent, comme il est très-naturel.

2° Ayant mis dans des fioles des morceaux d'agate bien polis les uns en forme de sphère & les autres en forme d'ovale du poids d'une à deux drachmes, elles n'ont pas cassé même après plusieurs jours.

3° J'ai placé au fond de la fiole un morceau de papier très-fin; ensuite j'y ai mis dessus un gros morceau de quartz irrégulier, ce qui ne l'a pas cassée. Il en est arrivé de même lorsque j'y ai placé quelques autres gros fragmens de cristal de roche, d'agate &c.

4° Ayant incliné la fiole & laissé très-doucement couler au fond divers fragmens de quartz, elle ne se cassoit point tant qu'elle étoit en repos; mais un petit secouement suffisoit pour la faire éclater.

5° Si on fait avec la pointe d'une lime d'Angleterre la plus petite raie au fond de la fiole, elle se casse dans l'instant & présente la même cassure.

D'après ces faits il semble aussi démontré que ce n'est pas le choc qui produit la cassure, puisque des fragmens de pierre calcaire, de jade & de serpentine d'un volume dix fois plus grand & d'une gravité spécifique plus considérable que ceux de cornaline, d'agate & de quartz, ne la cassent point, tandis qu'un petit fragment de ces dernières espèces de corps

la cassent dans l'instant. C'est donc plutôt à la rainure que font les corps durs sur le verre, qu'on doit rapporter la première cause du phénomène.

Une preuve bien convaincante est que le sel marin & le sel gemme, quoique très-légers en comparaison des pierres, ayant la propriété de rayer le verre, cassent la fiole comme une pierre silicieuse. Nous savons que les miroitiers & les verriers se servent du diamant pour couper le verre en faisant une rainure à l'endroit qu'ils veulent couper, & qu'une pierre à fusil tranchante fait un peu plus grossièrement le même effet. Les Physiciens & les Chimistes savent de quel secours leur est une bonne lime Angloise pour ajuster leurs appareils, mais c'est sur des glaces, des ballons, des cornues & des tubes de verre recuit qu'ils opèrent. Nos fioles n'étant pas recuites sont plus cassantes, parce que le verre qui s'est condensé si rapidement, présente des couches concentriques qui sont toutes d'une densité différente, & c'est principalement à cause de l'élasticité du verre qu'une simple égratignure de ces pierres tranchantes suffit pour donner essort à ces couches pour les débander & produire la cassure: c'est par la même raison qu'il arrive que des boules d'agate ou de cornaline, quoique bien polies, de même que des morceaux de marbre ou de plomb, lorsqu'ils sont d'un poids & d'un volume assez considérables, finissent par casser la fiole à force d'y séjourner; & si nous avons observé que les boules d'agate ou de cornaline, lorsqu'elles sont plus petites, ne la cassent pas, & que les morceaux de marbre n'aient jamais cette propriété lorsqu'ils sont en petit

volume ; c'est que la continuelle pression que ces corps plus pesans exercent sur le verre, fait que son élasticité devient enfin nulle, & que ne pouvant plus se prêter à une plus grande dilatation, il est obligé de se casser. Cette explication est à peu près celle qui avoit été conçue par M. Casali dans son dernier Mémoire, & par M. l'Abbé Nollet. Mais comme ces Physiciens l'avoient exposée sans expériences directes, on doit être bien aise de la voir confirmée par celles que je viens de rapporter. Le phénomène que je viens d'éclaircir pourroit devenir intéressant & d'une grande utilité pour la connoissance des différentes espèces de pierres, il pourroit beaucoup contribuer à l'application de la méthode par laquelle bien des Naturalistes se sont permis de les classifier selon la cassure qu'elles présentent.

Les pierres qui ont la cassure vitreuse paroissent être les plus actives à casser la fiole ; mais cette propriété dépend-elle de leurs substances constitutives ou bien d'autres causes ? C'est ce que je laisserai aux Naturalistes à décider. Il semble à la vérité que celles où la terre silicieuse entre dans une plus grande proportion, ont particulièrement cette propriété, & qu'elles la perdent lorsque cette terre n'y existe plus, ou qu'elle ne s'y trouve plus qu'en petite dose par rapport aux autres composans.

Ne pourroit-on pas encore soupçonner que ces pierres doivent leur propriété à l'état de fusion qu'elles ont subi par le feu dans leur première formation ? Nous voyons en effet que les verres primitifs de M. De Buffon & les pierres qui en sont composées, ont généralement cette propriété : nous la

remarquons dans les substances volcaniques, ainsi que dans celles que nous faisons passer artificiellement à la vitrification, & dont la cassure se présente de la même manière (*c*).

Ce ne sont que des doutes que je propose, des vues que j'ébauche & que je soumets entièrement au jugement de l'Académie.

(*c*) M. Wedgwood a observé (*Journ. de Phys. Avril* 1787) que les pierres quartzeuses & celles à fusil n'éprouvent ni augmentation ni diminution de volume à une chaleur de 70 à 80 degrés de son thermomètre; ce qui répond à dix mille degrés environ de celui de Farenheit; tandis que presque toutes les autres substances subissent une retraite. Ne pourroit-on pas inférer de ces expériences que ces matières doivent leur origine au feu!

EXAMEN

DE QUELQUES ESPÈCES DE BOIS DE PINS; DE LA TÉRÉBENTHINE; DE L'HUILE OU LARME DE SAPIN; DE LA POIX NOIRE OU NAVALE; DE LA RÉSINE DE PIN.

PAR M. SCOPOLI.

Des bois.

Les bois que j'ai examinés étoient de pin-suffis, *pinus mugo*; de larix, *pinus larix*; de pin sauvage, *pinus sylvestris*; de pin à cinq feuilles, *pinus cembra*; & de picéas, *pinus abies*. Ils étoient coupés depuis un an, & avoient un pouce cubique du pieds de Paris.

Le premier répandoit une odeur forte de térébenthine; son poids absolu étoit de 12 deniers, & le spécifique de 0,581. Soumis à la distillation il a d'abord donné une liqueur diaphane & limpide qui s'est colorée successivement & a tiré enfin sur le rouge. Avec cette liqueur il découloit une huile, au commencement fluide & de couleur jaune, & ensuite plus épaisse & de couleur rouge, qui ayant passé dans le récipient, tomba en partie au fond, & resta en partie sur la surface de la liqueur. Cette liqueur pesoit 6 den. & 14 grains & donnoit des marques de beaucoup d'acidité: elle changea la teinture de tournesol en rouge & fit une forte effervescence avec les sels alcalins. L'huile qui exhaloit une odeur empireumatique se trouva peser 20 grains. Le poids absolu du charbon étoit de 2 den. $\frac{1}{2}$, & le

spécifique de 0,232. (Je dois ici faire observer que les morceaux de bois après leur changement en charbon ne gardèrent pas de tous les côtés la figure régulière qu'ils avoient auparavant, mais qu'ils étoient gercés quelque part seulement tantôt plus, tantôt moins, dans la progression suivante: le mugo, le larix, le pin sauvage, le picéas & enfin le pin à cinq feuilles qui l'étoit sensiblement plus que tous les autres; c'est la raison qui me fit prendre celui des côtés que je reconnus sans inégalités pour déterminer la diminution & perte totale du volume de chaque charbon: je multipliois pour cela la diminution de ce côté par toute la surface, & le produit me donnoit la perte totale, comme on le verra ci aprés.) Son volume n'étoit plus que de 1000 lignes cubiques: il en avoit donc perdu 728. Il avoit toutes les qualités de bon charbon: il étoit luisant, léger, sonnant: il brûloit lorsque je le réduisois en cendre sans répandre ni flamme, ni fumée, ce qui arriva dans l'espace de 37 min. $\frac{1}{2}$. La cendre pesa à peine un demi grain, & avoit quelque chose de salin. Je ne pus déterminer la quantité de l'alcali & de la terre, attendu la trop petite portion que j'en avois obtenue, & faute de balance hydrostatique. Je m'assurai cependant de leur nature de la manière suivante. Je mêlai toutes les cendres des différens morceaux de bois que j'avois soumis à l'expérience, je lessivai, filtrai la lessive, la fis évaporer & j'obtins un sel qui passa de lui-même de l'état de siccité à celui de liqueur & qui faisoit effervescence avec les acides. La terre bien édulcorée s'est dissoute dans l'acide nitreux avec effervescence, s'est promptement précipitée par l'acide de su-

cre & présenta du bleu de Prusse par l'addition de quelques gouttes d'alcali phlogistiqué.

Le morceau de larix du poids absolu de 10 den. & 17 grains, & du spécifique 0,512, répandoit une odeur agréable. Soumis à la distillation il donna 6 den. & 18 grains de flegme, & 16 grains d'huile, qui ressembloient à ceux qu'on avoit obtenus du morceau précédent, avec cette seule différence que l'huile de ce dernier étoit presque toute épaisse. Le charbon avoit un poids absolu de 2 den. & 7 grains, & spécifique de 0,199. Le volume fut de 729 lignes cubiques. La perte en fut donc de 999 lig. cubiques. Il égaloit le précédent en bonté ; il n'étoit qu'un peu plus pesant ; il se reduisit dans 32 minutes en une cendre qui ne différoit point de celle du premier, & qui pesée aux balances ordinaires, se trouva d'un quart de grain.

Le troisième avoit un poids absolu de 10 den. & 2 grains, & spécifique de 0,484 : il exhaloit une odeur de térébenthine. J'en obtins en le distillant 6 den. & 20 grains de flegme, & 18 grains d'huile. Le flegme se présenta sous le même aspect que dans les deux distillations précédentes; mais l'huile fut fluide dans sa plus grande partie. Le poids absolu du charbon étoit de 1 den. & 21 grains, & le spécifique de 0,153. Quant au volume je le trouvai de 857 $\frac{5}{8}$ lignes cubiques. La perte fut donc de 871 lignes cubiques. Ce charbon ressembloit parfaitement à celui du second morceau, & fut reduit en cendre dans l'espace de 27 minutes. La cendre dont le poids n'a été qu'$\frac{1}{4}$ de grain, ressembloit à la précédente.

Le quatrième morceau avoit 6 den. & 29 grains de poids absolu, & 0,329 de spécifique. L'odeur qu'il répandoit n'étoit pas désagréable; distillé il m'a donné 3 den. & 18 grains de flegme, & 14 grains d'huile, qui ne différoient point de ceux du troisième. Le charbon qui avoit les mêmes qualités que celui des autres morceaux, se trouva de 1 den. & 9 grains de poids absolu, & de 0,099 de spécifique. Le volume n'a plus été que de 857 $\frac{1}{8}$ de lignes cubiques. Il avoit donc diminué de 871. J'employai 21 minutes pour le réduire en cendre, dont les qualités répondoient à ce que j'avois déjà obtenu des autres cendres.

Le dernier morceau traité comme les autres répandoit une odeur agréable. Son poids absolu étoit de 6 den. & 15 grains, & le spécifique de 0,328, le flegme de 3 den. & 20 grains, l'huile de 10 grains. Le flegme ne différa en rien des précédens, l'huile fut toute pesante. Le charbon étoit doué des mêmes qualités que ceux que je venois d'obtenir, ayant le poids absolu de 1 den. & 7 grains, & le spécifique de 0,093. La perte du volume fut de 937 lig. cubiques. Après sa combustion qui se fit en 16 minutes, je reconnus que la cendre pesoit $\frac{1}{2}$ grain, & étoit moins salée que les autres auxquelles elle ressembloit dans tout le reste.

De la térébenthine.

La térébenthine qui a été examinée ne différoit point de celle du larix quant à l'odeur, à la couleur & à la densité. Elle en étoit distinguée par la saveur qui étoit semblable à celle de l'huile des amandes douces. Je soumis à la distillation 1 once & 4 den. de cette résine avec 3 onces d'eau, &

j'obtins 5 den. d'une huile blanche, légère, fluide, d'une odeur particulière & forte. L'eau distillée qui contenoit l'huile, avoit une saveur amère & aigrelette, qui faisoit quelqu'effervescence avec les sels alcalins, & changea en rouge la teinture de tournesol, sans altérer l'eau de chaux, les solutions nitrées d'argent & de mercure & les vitriolées de fer & de cuivre. Il resta dans la cornue une portion d'eau un peu plus acide que la distillée, & une portion de térébenthine plus colorée & plus dense.

Par la distillation sans addition d'eau, 6 drachmes de térébenthine ont fourni 29 grains de flegme beaucoup acide, 1 drachme & 59 grains d'huile blanche & légère, 2 drach. & 3 grains d'huile jaunâtre & quelque peu épaisse, 8 den. & 21 grains d'une autre huile roussâtre & encore plus épaisse, 9 grains $\frac{1}{2}$ de résidu noir, luisant, spongieux, qui étant calciné à une forte chaleur m'a donné un demi-grain d'une substance rouge obscure & insipide.

L'huile étherée de térébenthine mêlée, avec les précautions nécessaires, à l'acide vitriolique se convertit avec le tems en résine & forme par conséquent une masse insoluble dans l'eau; ce même mélange rend pourtant l'eau laiteuse, si on l'y unit au moment qu'il est fait. Je mêlai de la térébenthine à de la chaux vive, je la fis bouillir dans de l'eau, & j'en obtins par filtre une liqueur de la couleur de la paille, de l'odeur de térébenthine & d'une saveur désagréable un peu amère. Ayant ajouté à cette liqueur de l'acide vitriolique, de l'acide de sucre & de l'alcali végétal j'eus toujours un précipité blanc. La liqueur que contenoit l'acide vitriolique même dans cette seule proportion qui avoit suffi pour faire déposer tout le précipité,

retint néanmoins un caractère d'acidité; en ayant versé sur une seule solution de mercure nitré, j'eus un précipité blanc qui ne devint point jaune par l'union de l'eau bouillante.

Le flegme obtenu dans la distillation de la térébenthine me parut être un acide d'une nature remarquable, ce que j'avois déjà eu lieu d'observer auparavant en distillant de cette résine. Je commençai donc par me procurer de cet acide en distillant une quantité de térébenthine de la même pureté que celle que j'avois expérimentée. La couleur de cet acide égale celle de l'acide rouge, l'odeur & la saveur acide répondent à celles du vinaigre concentré. Une once d'acide évaporé à la chaleur depuis 19 degrés jusqu'à 23 du thermomètre de Réaumur laissa 3 grains d'un sel acide, dont la couleur, l'odeur & la saveur étoient analogues à celles du sel de succin. La figure de ses cristaux est pyramidale; digéré dans l'esprit de vin il devient très-blanc, mais il s'y dissout facilement. L'esprit de vin acquiert une couleur jaune-obscure, qui devient laiteuse par le mélange de l'eau. Il me manqua le tems de continuer les recherches que je m'étois proposé de faire; mais je ne manquerois pas de les poursuivre & d'en faire part à l'Académie dans l'espérance qu'elles serviront à confirmer quelque point de Chimie qui paroît encore équivoque.

J'ai cru à propos d'examiner quelle action peut avoir l'esprit de vin, l'alcali caustique & quelques acides sur les résines que j'ai examinées. Dans cette vue, j'ai fait usage de la térébenthine la plus pure.

Ayant mis de la térébenthine en digestion à froid avec une once d'esprit de vin bien rectifié, j'en ai dissous 2 deniers.

A une douce chaleur une dose égale de cet esprit en a dissous 9 drach.; mais l'esprit étant refroidi la dissolution montroit au-dessus une liqueur de couleur de limon à la hauteur de quelques lignes. Le restant étoit une matière de la consistance d'un beaume; l'eau rendit laiteux tant le corps fluide que l'épais.

Avec l'alcali végétal caustique & au moyen du feu la térébenthine se réduisit facilement en un très-beau savon avec toutes les propriétés qui lui conviennent. Ne pourroit-on pas substituer cette méthode à la préparation du savon de Starckei, que bien des gens trouvent si difficile? Ce savon étant dissous dans l'eau, le vinaigre y sépara un coagulum blanc, & il en fut séparé encore une plus grande quantité par l'acide vitriolique. La première eau qui contenoit le coagulum, retenoit une couleur de lait, la seconde un peu moins. Ce coagulum n'étoit au reste que de la térébenthine plus blanche.

Versé sur de la térébenthine liquéfiée l'acide nitreux fumant y a causé dans l'instant par effervescence une écume jaune répandant une grande quantité de vapeurs rouges rutilantes, & formant une masse solide, spongieuse, légère, luisante d'un beau jaune & d'une figure élégante: il en arriva de même, mais plus lentement, à la térébenthine traitée à froid.

Un mélange d'acide vitriolique & nitreux versé sur de la résine échauffée la réduisit si rapidement en écume avec des vapeurs rouges très-rutilantes, qu'il se fit un bruit semblable à une explosion: on y reconnut ensuite une substance solide, noire, spongieuse & luisante avec une odeur de musc. Cette odeur se fit toujours sentir toutes les fois qu'on unissoit l'acide nitreux, soit seul soit accompagné avec le vitriolique à la té-

rébenthine, à la résine de pin & à la poix noire. Mais dans cette expérience elle est plus permanente.

De l'huile de sapin (Pinus abies).

Cette huile est une substance résineuse, moins colorée & plus liquide que la térébenthine de larix, d'une odeur agréable semblable à celle des oranges, & d'une saveur amère & piquante. Les résultats des expériences faites sur cette résine distillée avec l'eau ou sans eau furent conformes à ceux de la térébenthine : il n'y avoit que cette différence que les huiles exhaloient toutes plus ou moins l'odeur d'orange, & que les huiles tenues de cette résine furent en plus grande quantité que celles de la térébenthine. Au reste ces deux substances furent aussi conformes dans les proportions des composans.

De la résine de pin.

Trois onces de cette résine distillée avec 18 onc. d'eau me donnèrent environ 10 onc. d'eau sans aucune marque d'huile, & ensuite 6 autres onc. d'eau qui avoient à la surface une demi-drachme d'huile légère, fluide, de la couleur de l'huile d'olive. On peut donc conjecturer que l'huile provenoit de ce que la résine avoit souffert une décomposition, pour ne pas avoir été garantie par l'eau; autrement l'huile n'auroit pas attendu de paroître vers la fin de la distillation, mais elle se seroit découverte auparavant. L'eau & l'huile manifestoient la même odeur que la résine. L'eau avoit une saveur acide & un peu amère; en sorte qu'elle fit effervescence avec les sels alcalins. Elle n'apporta aucun change-

ment ni à l'eau de chaux, ni à la solution d'argent & de mercure nitré, ni aux dissolutions vitriolées de fer & de cuivre. Le peu d'eau qui étoit resté dans la cornue contenoit superficiellement quelques gouttes de cette huile distillée, & elle ne différoit de l'eau distillée qu'en ce qu'elle étoit un peu plus acide, & légérement teinte de couleur d'or. La résine qui resta dans la cornue se trouva plus dure & plus colorée qu'avant la distillation.

Trois onces de cette résine mises en distillation ont donné 8 den. ½ d'une huile dont la densité & la couleur étoient semblables à celles du cèdre, & l'odeur à celle de l'huile de térébenthine; 1 den. & 6 grains de flegme limpide & acide dont l'effervescence avec les sels alcalins fut à peine sensible; 2 onc. & 7 den. d'huile jaune un peu condensée; 2 den. & 18 grains d'une autre huile plus épaisse & noire; enfin 1 den. de charbon noir, luisant & insipide, qui après la calcination se trouva avoir diminué du poids de 17 grains, & se présenta sous la forme d'une terre rouge obscure & insipide, qui fit quelque peu d'effervescence avec l'acide nitreux, & dont une portion resta insoluble, & ce n'étoit que de l'ocre de fer & du sable. L'acide prit la couleur du lait avec l'union de l'acide du sucre, & il présenta avec l'alcali phlogistiqué un très-beau bleu de Prusse. Une drachme de résine pulvérisée ayant été mise en digestion avec une once d'esprit de vin rectifié, l'esprit a extrait une couleur de succin, mais la résine ne s'est dissoute qu'en petite partie. Au moyen d'une chaleur douce une once d'esprit s'est uni avec 13 drachmes de résine; mais après qu'il a été refroidi, il est arrivé la même chose qu'au sujet de la térébenthine, avec cette différence que l'hui-

le épaisse étoit ici d'une plus grande consistance & d'une couleur plus chargée.

L'alcali caustique s'est chargé à froid de la couleur du vin de Chypre, & a dissous la résine blanche ; au moyen du feu il forma un véritable savon, dont la solution dans l'eau acquit une couleur cendrée, & l'acide vitriolique en sépara un coagulum très-blanc.

L'acide vitriolique a dissous très-vite au moyen d'une petite chaleur cette résine pulvérisée, qui répandoit dans le tems de la dissolution une odeur de soufre; la solution avoit une couleur rouge assez forte, & la consistance d'un sirop épais qui se couvroit successivement d'une pellicule colorée.

Avec l'acide nitreux il s'éleva une écume accompagnée de vapeurs rutilantes; & il en resta une substance semblable à celle de la térébenthine traitée de la même manière, mais d'un jaune moins vif. Si la résine qu'on emploie est échauffée, elle donne des vapeurs plus fortes & rutilantes, & la masse reste plus spongieuse. Avec un mélange d'acide vitriolique & nitreux on réduisit promptement cette résine en écume avec beaucoup de vapeurs d'un rouge chargé. L'écume se manifesta comme la précédente, mais elle étoit plus obscure.

De la poix noire.

En distillant cette poix avec l'eau en même dose & de la même manière que la résine de pin j'ai obtenu 10 onc. $\frac{1}{2}$ de seule liqueur aqueuse, & en dernier lieu une liqueur avec quelques gouttes d'une huile semblable à celle des oranges vieillies produites probablement par les raisons que nous avons

apportées en parlant de la résine de pin. La liqueur distillée soumise aux mêmes examens que l'eau de la distillation de la résine de pin, présenta les mêmes effets; elle ne fut qu'un peu plus amère & piquante & moins acide. Il y avoit encore cette différence que l'eau de la distillation de la résine n'altéra point la solution de nitre mercuriel, tandis que cette solution changea en une couleur rouge pâle & y causa quelques heures après un petit précipité brun. La cornue contenoit encore 4 onc. ½ d'une liqueur de couleur de terre d'une saveur amère & acide, moins pourtant que la liqueur distillée, & 2 onc. 2 drach. de poix noire, qui ne présentoient extérieurement aucun changement.

Je distillai en dernier lieu 3 onc. de poix sans eau, & j'en retirai 1 den. d'huile épaisse d'un jaune chargé & empireumatique; 1 den. ½ de flegme limpide & plus acide que celle de la résine de pin; 1 onc. & 19 den. d'huile noirâtre dont l'odeur approchoit fort de celle de la térébenthine; 5 den. ½ d'une autre huile plus noire & plus épaisse; 10 den. & 4 grains de résidu luisant & moëlleux qui répandoit pendant la calcination une flamme léchante d'une assez longue durée & qui laissa encore un résidu pesant 3 den. & 7 grains, salin & d'une couleur un peu plus pâle que le quinquinat, ou comme une ocre ferrugineuse. Cette substance lixiviée me donna 7 grains d'un sel composé d'un peu d'alcali déliquescent & de sel muriatique; la terre qui ne s'est point dissoute dans le tems de la lixiviation a fait efferyescence avec l'acide marin & nitreux allongé avec l'eau, & dans le tems de l'effervescence elle exhala une odeur d'air hépatique; par l'addition de l'alcali phlogistiqué ces acides donnèrent un précipité très-

abondant de bleu de Prusse; par l'addition de l'acide de sucre ils se sont beaucoup troublés en blanc; par celle de l'alcali volatil fluor & de l'eau de chaux ils ont séparé un précipité blanc; ce qui m'a fait voir, comme j'avois déjà eu lieu de m'en convaincre par d'autres expériences, que ce que ces acides tenoient en dissolution n'étoit qu'un peu de fer, de chaux & de magnésie. La portion qui n'a pas été attaquée par les acides pesoit 1 den. & 3 grains; jetée au feu elle répandoit une odeur de soufre & sembloit être si non une chaux de fer, du moins du sable ou de la terre silicieuse & une petite quantité de soufre; mais d'où venoit cette flamme, cet air hépatique & cette petite portion de soufre? Se seroit-il trouvé quelque sel vitriolique dans le *caput mortuum*? Le phlogistique qu'il contenoit se rencontrant avec ce sel en auroit-il attaqué l'acide & formé un soufre, qui en s'unissant au moyen du feu avec la chaux, dont on a déjà reconnu la présence dans le charbon calciné, eût produit un foie de soufre à base calcaire? C'est ce qui me paroît assez probable; on pourroit ainsi rapporter la flamme & l'odeur de soufre à une portion de soufre brûlé & l'air hépatique à la décomposition de ce foie de soufre au moyen des acides employés.

J'ai conservé pendant plus de 40 heures une drachme de poix dans une once d'esprit de vin bien rectifié: l'esprit s'est teint en couleur de vin de Chypre, quoique tenu pendant plusieurs heures au feu il n'ait dissous qu'1 den. & 20 grains de cette poix. Mêlé avec de l'eau cet esprit a pris la couleur de lait jaune.

L'alcali caustique mêlé avec la poix se charge d'une couleur d'eau panée, & saturée: exposé à la chaleur il se con-

ians le genre des Pins.

Noms des bois.	s.	Détermination du tems employé à les réduire en cendres, la nature & la quantité des résidus.				
Appartenants au genre des pins, & aux espèces suivantes.		*Dans combien de tems ils ont été réduits en cendres.*	*Poids des cendres*	*Quantité des sels retirés, & leur nature.*	*Quantité des terres, & leur nature.*	*Ce qui regarde les particules ferrugineuses retirées.*
Pin-suffis *Pinus mugo* Fl. CARNIOL.		En 37 minutes & $\frac{1}{2}$	Demi grain	Indéterminée, mais de nature alcalin déliquesc.	Indéterminée, mais de nature c lcaire.	Il paroît qu'il en contenoit quelque portion.
Larix *Pinus laryx.* LIN.		En 32 min.	Un quart d'un grain	De même	De même	De même
Sauvage *Pinus sylv.* LIN.		En 27 min.	Un quart d'un grain	De même	De même	De même
Pin à 5 feuilles *Pinus cymbra* LIN.		En 21 min.	Un quart d'un grain	De même	De même	De même
Picéas *Pinus abies*		En 16 min.	Demi grain	De même	De même	De même

vertit en une substance noire, savonneuse qui étant dissoute dans l'eau y est précipitée au moyen de l'acide vitriolique en flocons d'abord blancs, ensuite d'une couleur obscure & terreuse.

L'acide vitriolique dissout la poix avec chaleur : la dissolution est noire, & il s'en sépare quelques heures après une substance noire, épaisse & tenace comme la poix. L'acide nitreux fumant n'y exerce d'abord son action qu'avec peu de chaleur & bien lentement, poussant quelques heures après une écume avec des vapeurs nitreuses, laquelle devient ensuite dure, luisante, souple, légère & de la couleur d'Isabelle foible. L'infusion de cet acide sur la poix échauffée développe de même avec vîtesse une écume avec des vapeurs très-fortes, laquelle devient enfin aussi une masse dure, luisante, douce au toucher & de couleur d'Isabelle chargée. On doit dire la même chose de ce qui est arrivé par le mélange de l'acide nitreux & vitriolique avec la poix, à la réserve que la couleur de l'écume tiroit sur le noir.

RELATION

D'UNE VIOLENTE DÉTONNATION ARRIVÉE A TURIN LE 14. DÉCEMBRE 1785 DANS UN MAGASIN DE FARINE;

SUIVIE

D'UNE NOTICE SUR LES INFLAMMATIONS SPONTANÉES.

PAR M. LE COMTE MOROZZO.

Lu le 19 fevrier 1786. L'Académie ayant souhaité un rapport exact de la détonnation dont je lui avois parlé quelques jours après qu'elle fut arrivée, je me suis empressé de répondre à ses vues en vérifiant avec toute l'attention possible les circonstances du fait pour la lui consigner avec la plus grande exactitude.

Vous me permettrez, Messieurs, d'y joindre une courte notice de plusieurs inflammations spontanées, arrivées à différentes substances, qui ont été la cause de très-grands malheurs: quoique le plus grand nombre de ces phénomènes soit connu des Physiciens, j'espère néanmoins qu'on ne m'en saura pas mauvais gré si je les rassemble ici; car on ne sauroit assez faire connoître les faits qui intéressent de si près l'utilité publique.

Il se fit, le 14 x[bre] 1785 vers les 6 heures du soir, chez le Sr. Giacomelli Maître Boulanger de cette Ville près de l'Eglise du St. Esprit, une explosion qui abattit les chassis & les vitres de sa boutique qui donnoit dans la rue: le

bruit en fut aussi fort que celui d'un gros petard, & se fit sentir à une assez grande distance. On vit dans la boutique, au moment de l'explosion, une flamme trés-vive qui ne dura que quelques secondes. On reconnut tout de suite que l'inflammation étoit partie du magasin des farines placé au-dessus de l'arrière-boutique, où il y avoit un garçon qui remuoit de la farine à la lumière d'une lampe. Ce garçon eut du coup le visage & les bras grillés, ses cheveux furent brûlés & il lui fallut plus de 15 jours pour guérir de ses brûlures. Il ne fut pas la seule victime de cet événement. Un autre garçon qui étoit placé sur un échafaud dans une petite chambre de l'autre côté du magasin, à la vue de la flamme qui s'étoit aussi fait jour de ce côté-là, & dans la croyance que le feu eût pris à la maison, sauta en bas & se cassa une jambe.

Pour être bien assuré comment cet événement s'étoit passé, j'ai été visiter exactement le magasin & ses dépendances, & j'ai tâché d'en rassembler & par l'examen du local, & par les témoins, toutes les circonstances, que je vais décrire.

Le magasin des farines placé supérieurement à l'arrière boutique a six pieds de hauteur, six de largeur & huit environ de longueur. Il est divisé en deux par une muraille, la même voûte sert pour tous les deux, mais le pavé de l'un est plus élevé que l'autre d'environ deux pieds. La muraille a au milieu une ouverture de communication de deux pieds & demi sur trois de hauteur, & cela afin de pouvoir faire couler la farine du magasin supérieur dans l'inférieur.

Le garçon qui étoit occupé dans le magasin inférieur à lever de la farine pour en fournir le blutoir d'en bas, creusa du

côté de l'ouverture pour faire tomber de la farine du magasin supérieur dans celui où il étoit, & en creusant un peu profondément, il se fit tout-à-coup un éboulement comme une lavanche produisant un nuage épais qui fut aussitôt enflammé par la lumière attachée à la muraille, & causa cette violente détonnation.

La flamme se manifesta de deux côtés; elle pénétra, par une petite ouverture qui donnoit dans le magasin supérieur, dans une très-petite chambre au-dessus, où, la porte & le chassis des fenêtres étant très-solides & bien fermés, elle ne produisit aucune détonnation, (c'est là, que ce pauvre misérable se cassa la jambe). La plus grande inflammation au contraire se fit du côté du petit magasin, & prenant la direction du petit degré qui donne dans l'arrière boutique, elle causa une forte détonnation qui abattit le chassis qui donnoit dans la rue. Le maître boulanger qui étoit alors dans sa boutique vit toute la chambre en feu quelques momens avant de sentir le coup.

Le magasin dans le tems de l'accident contenoit environ trois cens sacs de farine.

Soupçonnant que ces farines eussent été entassées humides, je voulus vérifier moi-même le fait, & je les trouvai très-sèches; il n'y avoit point de fermentation, & la chaleur n'étoit point sensible.

Le maître boulanger me dit même qu'on n'avoit jamais eu des farines aussi sèches que cette année (1785) où le tems avoit été très-sec, n'ayant jamais plu dans le Piémont pendant 5 à 6 mois : il attribuoit même à la grande sécheresse du bled l'accident arrivé à son magasin.

Ce phénomène quoique frappant pour le moment, ne fut pas nouveau pour le Maître boulanger, qui me conta, qu'il avoit vu, lorsqu'il étoit encore garçon, arriver une semblable inflammation dans un magasin de farine d'où l'on en versoit par un long canal de bois dans un blutoir, pendant qu'il y avoit une lumière à côté: mais qu'il n'y avoit alors aucune détonnation.

Il me cita plusieurs autres exemples que je me suis cru en devoir d'examiner, entr'autres celui de la Veuve Ricciardi, boulangère près de Porte Neuve, où le magasin des farines ayant de l'autre côté de la muraille une forge de serrurier, la farine s'echauffa au point que le garçon qui y étoit entré, ne put y résister, tant elle lui brûloit les pieds; il descendit de cette farine qui étoit brune foncée, & pendant qu'on l'examinoit, les étincelles commencèrent à paroître, & le feu se communiqua sans produire de la flamme, comme un véritable pyrophore (*a*).

Il m'apprit encore qu'il étoit aussi arrivé un semblable cas chez un boulanger nommé Joseph Lambert dans la Rue St. Thomas, en secouant près d'une lampe allumée de grands sacs qui avoient été remplis de farine, mais que la flamme quoiqu'assez vive n'avoit causé aucun mal.

(*a*) J'ai été très-empressé de vérifier par des expériences, si l'on pouvoit amener la farine seule à l'état de pyrophore, mais ç'a été inutilement, car en ayant calciné à un grand feu dans une petite retorte avec les mêmes précautions qu'on emploie pour les autres pyrophores, je ne suis jamais parvenu à la faire enflammer au contact de l'air. En y aggrégeant de l'alun, j'ai obtenu un véritable pyrophore, comme l'avoit déjà obtenu Lémery.

D'après les notions précédentes il me paroît qu'il n'est pas difficile d'expliquer ce phénomène; voici comment j'envisage le fait. Dans l'éboulement de la farine l'air inflammable qui y étoit emprisonné dans les interstices, se développa en abondance, & à l'occasion du tourbillon s'enflamma par le contact de la lumière, & en se mêlant dans l'instant avec une suffisante quantité d'air atmosphérique, il se fit l'explosion du côté où il y avoit la moindre résistance. Quant à la brûlure des cheveux & de l'épiderme du garçon qui étoit dans le magasin, on doit en attribuer la cause au feu des parties les plus fines de la farine, qui voltigeant dans l'air furent embrasées par l'air inflammable, de la même façon que la poussière des étamines des fleurs de quelques plantes surtout du pin & de quelques mousses jetée en l'air, s'enflamme à la lumière.

Mais on pourroit m'objecter que la farine n'ayant pas d'humidité & presque point de chaleur, il ne devoit y avoir aucune fermentation, & point d'air inflammable. Je réponds

1. Que jamais la farine n'est exempte d'humidité, comme la distillation nous le fait apercevoir.

2. Que quoique la chaleur ne fût pas suffisante pour développer de l'air inflammable par la fermentation, il s'en développa néanmoins par un moyen pour ainsi dire mécanique une quantité suffisante pour s'enflammer au contact de la lumière, & dégager en même tems tout celui qui communiquoit avec l'air atmosphérique.

3. Qu'il faut réfléchir que la farine développe aussi de l'air inflammable alkalin qui est dû à la partie glutineuse végéto-

animale du blé: nous savons que cet air inflammable est trés-actif.

Après avoir décrit cet evénement singulier on me permettra de rassembler ici tous les faits connus sur les inflammations spontanées produites par les différens corps. Le détail & la connoissance de ces phénomènes doivent fort intéresser le Gouvernement non seulement pour prévenir les accidens fâcheux qui en résultent, mais pour éviter encore quelquefois de soupçonner & de poursuivre un innocent sur des événemens qui sont tout-à-fait naturels.

Je ne parlerai pas des inflammations causées par la foudre, par les feux souterrains & par d'autres météores; elles n'entrent pas dans la classe de celles que je me suis proposées; mais jè ne passerai point sous silence les incendies spontanés des corps humains. Quoique ces événemens soient très-rares nous en avons cependant des exemples régistrés dans les Transactions Philosophiques, & dans les Mémoires des Académies de Paris & de Copenhague; il y est rapporté qu'une Dame Italienne, la Comtesse Cornelia Bandi, fut réduite en cendres à la réserve des jambes; qu'une Angloise nommée Grace Pitt fut consumée presqu'entièrement par une inflammation interne des viscères, & dernièrement un Prêtre de Bergame a été consumé de la même façon. On a attribué à l'abus des liqueurs spiritueuses les accidens de ces inflammations. Les victimes de l'intempérance sont à la verité en grand nombre; mais celles-ci sont surement les moindres.

2. Les Physiciens connoissent l'inflammation spontanée des huiles essentielles, & de quelques huiles grasses mêlées avec l'acide nitreux, celle de la poudre de charbon mêlée

avec le même acide, découverte derniérement par M. Proust, de même que celles du phosphore, du pyrophore, de l'or fulminant. Ces substances ne se trouvent ordinairement que dans les laboratoires des Chimistes qui ne doivent pas ignorer les précautions qu'il faut prendre contre les funestes accidens qui peuvent arriver.

3. L'inflammation d'une frégate de S. M. l'Imperatrice de Russie au port de Cronstad, sur la quelle il n'y avoit point de feu, a prouvé que la suie, & le noir de fumée humectées avec l'huile de chenevis sont capables de s'enflammer, comme l'ont prouvé les expériences faites par l'Académie de Pétersbourg, d'ordre de sa Souveraine. Si ces Messieurs ne sont pas parvenus à produire d'inflammation avec le chanvre mouillé & avec des cordages qu'on avoit humectés avec de la même huile; il est cependant bien probable que l'incendie terrible du grand magasin des cordages à Pétersbourg ait dû son effet à l'inflammation spontanée de ces matières comme celui de Rochefort en 1756.

4. L'inflammation d'un magasin de voiles arrivée à Brest en 1757 fut produite par l'inflammation spontanée des toiles cirées qui après avoir été peintes d'un côté & séchées au soleil furent enfermées encore chaudes, comme on s'en assura par des expériences (*b*).

5. Des herbes cuites dans l'huile ou dans la graisse, abandonnées à elles-mêmes après avoir été pressées, s'enflamment à l'air libre. Cette inflammation a toujours lieu lors-

(*b*) *Mém. de l'Acad. de Paris* an. 1760.

que ces végétaux ont retenu une certaine humidité ; car lorsqu'ils sont tout-à-fait desséchés, ils se réduisent seulement en charbons sans flamme apparente. Nous devons ces faits à MM. Saladin & Carette (*c*).

6. Les chiffons de toile que l'on tient entassés dans les papeteries dont on hâte la décomposition au moyen de la fermentation s'enflamment fort souvent si on les néglige.

7. L'inflammation spontanée du foin est connue depuis bien des siècles. Des maisons, & des granges ont été réduites en cendres par cette cause. Lorsque le foin est entassé encore humide l'inflammation arrive fort souvent, car la fermentation est très-grande alors. Cet accident n'arrive presque jamais au premier foin selon le rapport de M. de Bomare; mais le second est beaucoup plus sujet à s'enflammer & si par mégarde il y a un morceau de fer dans un tas de foin en fermentation, l'inflammation en est presque sûre. On peut consulter un excellent Mémoire de M. Sennebier sur cette matière (*d*). Le blé entassé a quelquefois produit aussi des inflammations de cette nature; Vanieri dans son *proedium rusticum* nous dit

> *Quae vero* (gramina) *nondum satis insolata recondens*
> *Imprudens*, *subitis pariunt incendia flammis.*

Le fumier dans certaines circonstances s'enflamme aussi de lui-même:

(*c*) *Journ. de Phys.* an 1784 pag. 2.
(*d*) *Journ. de Phys.* 1781 tom. 1.

Nous avons aussi dans les productions du règne animal des exemples d'inflammation spontanée. Des pièces d'étoffe de laine qui n'étoient pas encore dégraissées prirent feu dans le magasin: il en arriva de même à des tas de laine filée; des piéces de drap qu'on amenoit au foulon prirent feu en route. Ces inflammations ont toujours lieu lorsque les matières entassées conservent une certaine humidité qui est nécessaire pour exciter la fermentation dont la chaleur qui se développe en desséchant l'huile, les amène insensiblement à l'ignition, & la qualité de l'huile plus ou moins siccative y contribue beaucoup.

Le règne minéral nous présente aussi fort souvent des inflammations spontanées. Les pyrites entassées, arrosées & exposées à l'air s'y enflamment. Le charbon de terre entassé dans certaines circonstances s'enflamme aussi. M. Duhamel nous a décrit deux inflammation de cette nature arrivées dans les magasins de Brest en 1741 & 1757 (*e*).

Des batteaux chargés de chaux vive se sont enflammés en route; & de la chaux humectée a souvent embrasé les corps voisins.

Des coupeaux de fer qui étoient restés dans l'eau & qui avoient ensuite étés mis à l'air, donnèrent des étincelles & enflammèrent les corps voisins. On doit cette observation à M. de Charpentier.

L'inflammation d'un moulin à poudre arrivée en 1784 dans la fabrique Royale de Turin, & dont on n'a su deviner

(*e*) *Mém. de l'Acad.*

la cause, pourroit bien l'avoir été par l'inflammation spontanée de ces substances, comme l'a soupçonné M. le Comte de Saluces. Je ne nie cependant pas la possibilité de l'effet dans le météore qu'on a cru en être la cause, puisqu'une espèce d'air hépatique se développant continuellement du mélange arrosé avec l'eau, la plus legère flamme peut embraser cette vapeur aériforme.

On doit conclure de tous ces faits que j'ai rapportés, que les inflammations spontanées étant assez fréquentes & leurs causes assez multipliées, on ne sauroit trop porter d'attention & de vigilance pour en prévenir les funestes effets.

Que par conséquent on ne sauroit assez veiller dans les magasins publics & particulièrement dans ceux de l'Artillerie & des places où se trouvent fort souvent renfermés des chanvres, des cordages, du noir de fumée, du goudron, de la poix, des toiles cirées &c., de ne pas laisser ces corps entassés surtout s'ils contiennent de l'humidité. Et pour qu'il n'arrive aucun funeste accident, une excellente précaution seroit de les visiter souvent & d'observer s'il ne s'y excite point de la chaleur pour y remédier tout de suite. Ces visites se feront de jour & on ne devra point porter de lumière dans les magasins, car lorsque la fermentation est assez avancée les vapeurs qui s'en développent sont inflammables & l'approche d'une lumière pourroit mettre le feu à ces substances.

Des corps en fermentation fort souvent ne peuvent s'enflammer d'eux-mêmes; mais le simple contact de la flamme suffit pour les allumer rapidement, comme bien des exem-

ples nous le prouvent, de façon qu'on pourroit faire une classe à part des substances dans lesquelles l'inflammation n'a point lieu d'elle-même, mais que l'approche de la flamme met en ignition. Nous en avons vu un exemple dans l'accident arrivé dans le magasin des farines.

L'ignorance de ces faits, & la négligence coupable dans les précautions à prendre, ont fort souvent causé plus de malheur & de perte que la plus adroite malice. Il est donc très-intéressant que ces faits soient connus de tout le monde, afin que le bien public en retire le plus grand avantage.

DES DIFFÉRENTES MANIÈRES

DE TRAITER CETTE PARTIE DES MATHÉMATIQUES QUE LES UNS APPELLENT CALCUL DIFFÉRENTIEL ET LES AUTRES MÉTHODE DES FLUXIONS.

PAR M. L'ABBÉ DE CALUSO.

PREMIÈRE PARTIE

J'entreprends une question de quelque importance, mais qui peut sembler inutile précisément à ceux qui ont le plus besoin de l'examiner. Je les prierai donc de lire au moins les premières pages jusqu'au N.° 8, où l'état de la question est établi. Il me faut commencer par les faits. Lu le 11 fevrier 1787.

1. Ceux qui auront lu ce que M. de Montucla écrit (*a*) sur la manière dont Roberval dès l'an 1636 cherchoit les tangentes, dans son livre *des mouvemens composés*, seront portés à croire avec moi que ce fut la même recherche des tangentes qui conduisit Newton à remarquer que plusieurs problèmes de la haute géométrie pouvoient se réduire au suivant: *Que l'on conçoive deux ou plusieurs lignes décrites en même tems par le mouvement de deux ou plusieurs points, & que l'on ait une équation qui exprime le rapport de ces lignes, on demande le rapport des vîtesses avec lesquelles elles sont décrites.*

Roberval n'a manqué d'être le premier auteur de la méthode des fluxions que parce qu'il n'a envisagé ce problème,

(a) *Histoire des mathém.* T. II. p. 37-41.

ou n'a su le résoudre que pour des cas particuliers. Car la solution générale, telle que Newton la régistra dans ses papiers le 13 novembre 1665, est précisément ce qu'on appelle la Méthode directe des fluxions. Elles n'y ont pas encore ce nom, ni elles y sont désignées par un point sur les fluentes; on y trouve p, q, r pour $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$. A cela près voici comment la méthode y est présentée.

Faites séparément autant de multiplications de l'équation donnée qu'il y a de variables x, y, z, &c. en multipliant chaque terme d'abord par le nombre des dimensions de x & par $\frac{\dot{x}}{x}$, ensuite par le nombre des dimensions de y, & par $\frac{\dot{y}}{y}$, puis par les dimensions de z & par $\frac{\dot{z}}{z}$, &c. la somme de tous les produits sera l'équation des fluxions (*b*).

Un exemple suffit pour expliquer cette règle & faire voir qu'elle s'étend aux fractions & aux radicaux. Car l'équation des fluentes soit $\frac{ax^m}{y^n} + \sqrt[p]{}(b + cz^q)^r = 0$.

On voit d'abord que l'exposant m est le nombre des dimensions de x au premier terme, & par conséquent qu'il faut

(*b*) Voici les mots mêmes de Newton *Opuscul.* Tom. I p. 409. » Problema. Data aequatione exprimente relationem » duarum aut plurium linearum x, y, & » z &c. simul descriptarum a duobus aut » pluribus mobilibus A, B, C &c. in- » venire relationem celeritatum p, q, » r earumdem.

» Solutio. Pone omnes æquationis » terminos ad unam eamdemque par- » tem, ita ut sint æquales nihilo, mul- » tiplica quemque terminum per toties » $\frac{p}{x}$ quot dimensiones habet x in illo » termino. Deinde multiplica quemque » terminum per toties $\frac{q}{y}$ quot dimen- » siones habet y in illo termino; ter- » tio multiplica quemque terminum per » toties $\frac{r}{z}$ quot dimensiones habet z in » illo termino &c., & summa horum » productorum erit æqualis nihilo; quæ » æquatio dat relationem ipsarum p, » q, r, &c.

multiplier ce terme par $\frac{m\dot{x}}{x}$; & il n'est pas moins clair qu'au second terme le nombre des dimensions de x est *zéro*; d'où il suit, qu'il faut le multiplier par $\frac{o\dot{x}}{x} = o$, & que $\frac{max\dot{x}x^{m-1}}{y^n} + o$ est le produit total de la première multiplication.

Pour la seconde le nombre des dimensions de y dans le premier terme est $- n$, puisque $\frac{ax^m}{y^n} = ax^m y^{-n}$. Il faudra donc le multiplier par $- \frac{n\dot{y}}{y}$. Au second terme le nombre des dimensions de y est encore *zéro*, comme nous l'avons remarqué de celles de x. On aura donc $- \frac{nax^m\dot{y}}{y^{n+1}}$ pour produit total de la seconde multiplication.

Reste la variable z, ou plutôt $b + cz^q$ dont le nombre des dimensions au premier terme est *zéro*, au second il se trouve impliqué d'une manière embarrassante. Mais il est aisé de voir que si au lieu de $\sqrt[p]{(b + cz^q)^r} = (b + cz^q)^{\frac{r}{p}}$ on eût $Z^{\frac{r}{p}}$, on satisferoit à la règle en multipliant le terme par $\frac{r\dot{Z}}{pZ}$. Je suppose donc $Z = b + cz^q$, & je commence par appliquer la règle à $Z - b - cz^q = o$; ce qui me donne $\dot{Z} - qc\dot{z}z^{q-1} = o$, d'où je tire $\frac{r\dot{Z}}{pZ} = \frac{rqc\dot{z}z^{q-1}}{p(b + cz^q)}$ pour multiplicateur du dernier terme. J'aurai donc pour produit de la dernière multiplication $\frac{rqc\dot{z}z^{q-1}(b + cz^q)^{\frac{r}{p}}}{p(b + cz^q)} = \frac{rqc\dot{z}z^{q-1}}{p}(b + cz^q)^{\frac{r}{p}-1}$, lequel ajouté aux produits des précédentes donne

$$\frac{max\dot{x}x^{m-1}}{y^n} - \frac{nax^m\dot{y}}{y^{n+1}} + \frac{rqc\dot{z}z^{q-1}}{p} \sqrt[p]{(b + cz^q)^{r-p}} = o$$

2. Newton dans un cahier écrit en novembre 1666 sur la solution des problèmes qui appartiennent au mouvement, étendit & acheva sa découverte par la méthode inverse, c'est à-dire, la manière de trouver le rapport des fluentes quand on connoît celui des fluxions. Il s'y prit, à ce qu'il nous en dit lui-même (*c*), à peu près comme dans son traité *de la quadrature des courbes*, c'est-à-dire qu'il s'attacha principalement à la recherche de la fluente de $\dot{x}$X, X étant une fonction quelconque de *x*, & qu'il envisagea cette recherche comme la quadrature de la courbe dont *x* seroit la coupée, X l'ordonnée: & c'est dans ce même cahier qu'il commença de mettre un point sur la variable pour en désigner la fluxion, comme si par $\dot{x}$ il eût voulu dire le point générateur de *x*, ou plus exactement *la vîtesse du point qui trace la ligne qui représente la grandeur dont x est le nom.*

Car quoique *x* puisse être une surface, un solide, ou telle autre grandeur qu'on voudra, on peut y substituer une ligne qui soit à l'unité linéaire, comme *x* à l'unité de son espèce; en prenant de même pour toutes les autres grandeurs que l'on compare à *x*, des lignes qui soient à l'unité linéaire, comme ces grandeurs à l'unité de leur espèce: & rien n'étant plus aisé que de concevoir la ligne comme la trace d'un point, il n'y a qu'à fixer un terme où l'on veut la commencer, & imaginer l'écoulement du point qui la décrit, pour se représenter à l'esprit &, pour ainsi dire, voir des yeux, dans les longueurs des lignes qui croissent à chaque instant, les grandeurs fluen-

---

(*c*) V. Newton *Opuscula* Tom. I. p. 409-410.

tes, & leurs fluxions dans les vîtesses des points qui les tracent.

3. Mais il ne faut pas borner l'idée des fluentes aux lignes. On conçoit de même une surface qui croît incessamment par le mouvement d'une des lignes qui la renferment, & un solide qui croît par le mouvement d'une surface qui le termine; & l'on conçoit que la ligne, la surface, le solide décroîtroient par un mouvement contraire. On peut donc commencer de généraliser un peu l'idée d'une fluente par celle d'une grandeur dont les extrémités s'éloignent ou se rapprochent avec une vîtesse qui n'est pas sa fluxion, mais qui la détermine. Mais cela se borne encore aux grandeurs qui sont parties de l'Étendue, & il y en a bien d'autres que l'on peut concevoir comme fluentes. La chaleur qui croît depuis certaine heure du matin jusqu'à certaine heure après midi, la gravité d'un astre sur le soleil, laquelle change en raison inverse du carré du rayon vecteur, sont des exemples de grandeurs fluentes dont il n'est pas aisé d'imaginer des extrémités qui s'écartent ou se rapprochent. Il faut donc passer de l'idée du mouvement qui est un changement de lieu, à l'idée plus générale d'un changement quelconque, & dire qu'*une fluente est une grandeur qui change, & sa fluxion la vîtesse avec laquelle elle change*. Et cette vîtesse étant elle-même une grandeur, qui peut changer aussi, pourra avoir aussi sa fluxion, qui sera ce qu'on appelle la seconde fluxion, la vîtesse avec laquelle la première fluxion change, &c. &c.

Voilà la vraie notion abstraite & générale à laquelle on doit se frayer le chemin par la considération particulière d'une ligne dont la longueur croît ou décroît plus ou moins vîte à

chaque instant en conséquence du mouvement d'un des points qui la terminent.

4. Que des lignes représentent les changemens des grandeurs, c'est-à-dire, leurs accroissemens ou décroissemens, & d'autres lignes les tems dans lesquels ces changemens seroient achevés, s'ils étoient continués avec la même vîtesse avec laquelle ils commencent; les rapports des changemens aux tems respectifs seront les mesures des fluxions au premier instant: ou, ce qui est plus simple, que les changemens soient pris tous tels qu'ils se feroient en un même tems, si pendant tout ce tems les fluentes continuoient à changer de grandeur ni plus ni moins vîte qu'à l'instant pour lequel on demande leurs fluxions, ces fluxions seront comme les changemens pris ainsi. Car on conçoit la fluxion comme l'action qui produit l'accroissement ou le décroissement de la fluente, d'où il s'ensuit que si la fluxion ne change point elle-même pendant qu'elle produit certain changement, elle doit être proportionnelle à ce changement comme à son effet pur & total. Mais si pendant que le changement se fait, la fluxion change aussi, le changement de la fluente n'est plus l'effet pur & total de la fluxion telle qu'elle étoit au premier moment, pour lequel on la demande. Et il est évident que pour avoir cet effet pur & total, nécessairement proportionnel à l'action qui le produit, *il faut prendre le changement que la fluente auroit fait si la fluxion n'eût point changé.*

Voilà le principe le plus direct pour déterminer les fluxions. Que l'on demande par exemple la fluxion de l'aire $z = AgMP$ (Fig. 1) comprise entre une courbe, son abscisse $AP = x$, & son ordonnée $PM = y$. Supposons la fluxion de l'abscisse

constante; $aP = Pb = bC = Cd = de$ en seront les changemens faits en tems égaux, tandis que les changemens de la grandeur de l'aire z seront agMP, PMhb, bhDC, CDid, $dile$, qui se suivent en croissant & décroissant à mesure que l'ordonnée croît ou décroît. Or une grandeur change d'autant plus vîte que ses changemens en tems égaux sont plus grands. Donc la fluxion de l'aire croît ou décroît avec l'ordonnée, & pour que $\dot{z}$ ne change pas, il faut que y cesse de changer. Je suppose donc que $y = PM$ cesse de varier, & voyant que le parallélogramme PMtb seroit le changement que AgMP feroit en ce cas pendant que AP devient Ab, j'en conclus que $\dot{z} : PMtb :: \dot{x} : Pb$. Or $PMtb = Pb \times PM . \sin. APM$. Donc $\dot{z} = \dot{x} y \sin. APM$.

5. Cette conclusion est de la dernière évidence quand on a une fois bien saisi le principe dont elle est une application immédiate. Mais ce principe n'étant pas généralement assez connu, d'habiles géomètres ont imaginé ou adopté différentes manières d'en démontrer les conséquences.

La première qui se présente, c'est de prouver que toute autre supposition est absurde. Pour cela supposons seulement que $\dot{z}$ n'est pas un *maximum* au moment que l'on demande sa valeur, à l'instant, par exemple, que $x = AP$, $y = PM$, $z = AgMP$, $\dot{z} = \alpha$. Je prends deux accroissemens consécutifs agMP, PMhb faits pendant que la fluxion de l'abscisse étant supposée constante, celle de l'aire croît toujours, & par conséquent le précédent agMP fait avec des fluxions toutes plus petites que $\dot{z} = \alpha$, & le suivant PMhb fait avec des fluxions toutes plus grandes que $\dot{z} = \alpha$. Il est évident que agMP fait avec de plus petites vîtesses, sera plus petit que n'auroit été

l'accroissement fait avec la vîtesse $\dot{z} = \alpha$ pendant l'accroissement aP fait avec la vîtesse constante $\dot{x}$. Donc leur rapport $\frac{agMP}{aP} < \left(\frac{\dot{z}}{\dot{x}} = \frac{\alpha}{\dot{x}}\right)$

Au contraire PMhb, fait avec des vîtesses plus grandes, sera plus grand que ne seroit l'accroissement correspondant à Pb fait avec la vîtesse $\dot{z} = \alpha$. Donc $\frac{PMhb}{Pb} > \left(\frac{\dot{z}}{\dot{x}} = \frac{\alpha}{\dot{x}}\right)$

Donc au moment que $\dot{z} = \alpha$, $\frac{\dot{z}}{\dot{x}} = \frac{PMtb}{Pb} = y$ sin. APM, parce qu'il ne peut être ni plus grand ni plus petit sans répugner à l'une ou à l'autre des deux propositions que nous venons de démontrer.

Car si l'on suppose $\frac{PMtb}{Pb} > \frac{\alpha}{\dot{x}}$, $bh \times Pb$ étant plus grand que PMtb, on aura encore plus $bh > \frac{\alpha}{\dot{x}}$. Soit donc $\frac{\alpha}{\dot{x}} = bh - d$; comme je peux prendre ag & bh aussi proches qu'il me plait, je les rapproche jusqu'à ce que j'aie $bh - d < ag$, & j'aurai $\left(\frac{\alpha}{\dot{x}} = bh - d\right) < ag$; ce qui est contradictoire à ce que nous avons démontré que $\frac{agMP}{aP} < \frac{\alpha}{\dot{x}}$, puisque $ag \times aP < agMP$ donne $ag < \frac{agMP}{aP}$.

Si l'on suppose $\frac{PMtb}{Pb} < \frac{\alpha}{\dot{x}}$; ayant $(tb = PM) > ag$, & prenant Pb = aP, on aura PM$tb > ag \times aP$, $\left(ag = \frac{ag \times aP}{Pb}\right) < \frac{PMtb}{Pb}$, & par conséquent encore plus $ag < \frac{\alpha}{\dot{x}}$. Soit donc $\frac{\alpha}{\dot{x}} = ag + d$, en rapprochant, comme ci-des-

sus, ag de bh jusqu'à ce que j'aie $bh < ag + d$, j'aurois $\frac{\alpha}{\dot{x}} > bh$, ce qui est contraire à ce que nous avons démontré que $\frac{PM\,hb}{Pb} > \frac{\alpha}{\dot{x}}$, puisque $bh \times Pb > PM\,hb$ donne $bh > \frac{PM\,hb}{Pb}$.

6. On peut tourner cette démonstration de plusieurs façons ou plus fortes ou plus courtes; mais on ne sauroit assez la développer sans quelque longueur qui deviendroit fatigante si on y revenoit autant de fois qu'il y auroit de différens rapports de fluxions à démontrer. C'est pourquoi Newton lui a préféré la méthode *des limites* (*d*), *ou de la raison dernière des évanouissans*, en partant du principe que plus on prend les changemens petits, plus leur rapport approchera de celui des fluxions, parce que pendant de plus petits changemens des fluentes leurs fluxions auront moins changé.

Soient $\underset{\cdot}{x}$ & $\underset{\cdot}{z}$ les accroissemens ou décroissemens correspondans de x & z, fonctions respectives l'une de l'autre, & soit une des fluxions $\dot{x}$ constante, l'autre $\dot{z} = \alpha$ au commencement de $\underset{\cdot}{z}$, & égale à $\alpha + \beta$ à la fin de cet incrément. Plus $\underset{\cdot}{x}$ & $\underset{\cdot}{z}$ seront petits, plus β sera petit, & tout $\underset{\cdot}{z}$ pourra être censé fait avec la vîtesse $\dot{z} = \alpha$. En diminuant de plus en plus $\underset{\cdot}{x}$ & $\underset{\cdot}{z}$ on ne parviendra à avoir $\beta = 0$ que lorsqu'on aura aussi $\underset{\cdot}{x}$ & $\underset{\cdot}{z}$ égales à *zéro*. Cependant le rapport $\frac{\underset{\cdot}{z}}{\underset{\cdot}{x}}$ appro-

(*d*) V. Newton *Philos. Natur. Princ. Math* lib. I. *in Scholio Lemmatis* XI. Edit. Amstel. a. 1714 pag. 32 „ Malui „ demonstrationes .... ad ultimas quan- „ titatum evanescentium summas & ra- „ tiones, primasque nascentium, idest „ ad limites summarum, & rationum „ deducere ". Voyez aussi Maclaurin *Traité des fluxions*, Introduction pag. x & en plusieurs autres endroits, mais surtout Tom. II pag. 9 & suivantes.

chant de plus en plus de celui des fluxions $\frac{\dot{z}}{\dot{x}}$, pourra être censé l'atteindre au moment que $\dot{x}$ & $\dot{z}$ s'évanouissent, parce que si en ce moment $\dot{x}$ & $\dot{z}$ ne cessoient d'exister, on auroit effectivement $\frac{\dot{z}}{\dot{x}} = \frac{\dot{z}}{\dot{x}}$. Donc $\frac{\dot{z}}{\dot{x}}$ est le dernier rapport de $\dot{z} : \dot{x}$, *ratio ultima incrementorum*, ou plutôt la limite dont le rapport des incrémens peut approcher à l'infini sans jamais l'atteindre. Au lieu de finir à ce rapport, on peut en partir, & il sera le premier rapport des changemens qui commencent (*incrementorum nascentium*).

7. On sent qu'au lieu de changemens ou incrémens j'aurois pu dire *différences*, & au lieu de $\dot{x}$, $\dot{z}$ écrire Δx, Δz, ou dx, dz, & que si l'on suppose avec Euler que les différentielles sont autant de *zéros*, dx, dz seront absolument la même chose que $\dot{x}$ & $\dot{z}$ évanouissans, & l'on aura $\frac{dz}{dx} = \frac{\dot{z}}{\dot{x}}$. Mais il y aura une grande différence entre la notion de dx, dz toujours *zéros*, & celle de $\dot{x}$, $\dot{z}$ grandeurs ordinairement finies, tout comme z ou a. Quand Leibnitz publia le premier essai de sa méthode dans les Actes de Leipsick an. 1684 (v. pag. 467 & 469) il supposoit dx finie, *assumta ad arbitrium*, & dx, dy proportionnelles aux changemens instantanés, *differentiis, sive incrementis, & decrementis momentaneis*, & par conséquent dx, dy étoient absolument la même chose que les fluxions $\dot{x}$, $\dot{y}$. Mais dans la suite il trouva plus court d'introduire en droiture ces changemens instantanés dans le calcul sous le nom de différences infiniment petites, qu'il concevoit, à ce qu'il paroît, non comme autant de *zé-*

ros, mais seulement comme incomparables aux grandeurs finies. Et M. le Marquis de l'Hopital qui, le premier, par son *Analyse des infiniment petits*, en 1696, a mis le public à portée de s'instruire complétement du calcul différentiel d'après les méthodes de Leibnitz & de Jaques & Jean Bernoulli, me semble aussi n'avoir attaché d'autre idée à l'infiniment petit que celle de l'incomparabilité relative à des grandeurs d'un ordre supérieur. Où il faut bien remarquer qu'il n'est pas question de cette incomparabilité qu'on a reconnue de tout tems entre les grandeurs de genre différent, par exemple entre les poids & les angles. Si x, y, z sont des lignes dx, dy, dz le sont de même, à cela près que si z est une courbe, dz est le côté d'un polygone, & par conséquent une ligne droite. Or l'incomparabilité admise une fois entre des grandeurs homogènes, on ne peut se défendre d'admettre aussi une infinité d'ordres d'infinis & d'infiniment petits, des infiniment infinis, des finis indéterminables & des finis inexprimables, avec toutes les belles spéculations de la Géométrie de l'infini que Mr. de Fontenelle a donnée en 1727.

8. Cependant comme l'incomparabilité entre des grandeurs du même genre peut sembler aussi inadmissible dans la spéculation qu'elle est sûre & nécessaire dans l'application des Mathématiques, dès que les infiniment petits parurent, ils ont trouvé des adversaires, tandis que d'autres ont cru qu'il suffisoit de changer quelque chose à la manière de les présenter. Ce sont les indivisibles de Cavalieri, des élémens, des indéfiniment petits, plus petits que toute donnée, plus petits que toute grandeur assignable; & je n'oserois pas assurer qu'il

n'y ait plusieurs autres expressions adoptées pour les faire envisager un peu autrement. Mais comme ce n'est pas l'histoire (*e*) de la question que j'écris, il me suffit d'en avoir dit assez pour que l'on voie que nous avons le choix entre des fluxions de grandeur finie, des différences qui ne sont infiniment petites qu'en comparaison des grandeurs d'un autre ordre, ou des différentielles qui sont toujours *zéro* absolument.

Mais comment peut-on hésiter dans un tel choix? Peut-être par admiration pour la nouvelle Géométrie de l'infini, se persuadant qu'elle mériteroit la préférence quand même elle ne seroit pas nécessaire; ou parce que l'on croit que bon gré mal gré on est quelque fois obligé d'y avoir recours, ou du moins l'on ne peut s'en passer qu'avec désavantage.

Ou parce que l'on croit que la notion des fluxions, empruntée de la Mécanique, a quelque chose de déplacé dans la Géométrie pure, que leurs signes sont moins commodes, & que leur méthode n'a d'autre avantage que celui d'une rigueur de démonstrations achetée au prix de bien des longueurs fatigantes.

Je ne m'arrêterai point à un autre motif que je ne dois pas supposer puissant sur l'esprit de mon lecteur; & ce seroit qu'il n'est pas Anglois, mais peut-être de la patrie de Leibnitz ou des Bernoulli (*f*), ou de celle de l'Hopital

---

(*e*) On la peut voir dans Montucla *Histoire des Mathématiques* tom. II pag. 298 & suivantes.

(*f*) Il est heureux, qu'à nous apprendre que notre juste admiration pour ces illustres frères ne doit pas nous em-

& Fontenelle. J'aime le citoyen qui emploie de préférence les marchandises & les denrées de son pays. Mais si quelqu'un veut porter le patriotisme jusqu'au choix des opinions & des méthodes, je le prierai seulement d'examiner s'il ne seroit pas plus avantageux, de quelque pays que l'on soit, d'être moins glorieux & mieux instruit. Voyons les autres motifs.

9. Le premier que nous avons indiqué, c'est l'admiration pour la Géométrie de l'infini. Mais pour ne pas nous égarer dans des questions sans fin, il faut prendre garde à ne pas nous engager dans la Métaphysique. La vraie Géométrie a bien une Métaphysique aussi, mais sûre, évidente, parce qu'elle ne juge que de nos idées, tandis que la Métaphysique ordinaire par nos idées juge de ce qui est hors de nous: d'où il s'ensuit qu'en Géométrie la définition s'identifie toujours avec le sujet, pendant qu'en Philosophie la définition & le sujet sont deux choses. Le mot de *corps* en Physique, tout comme dans la conversation, signifie une chose le plus souvent hors de nous, toujours hors de notre esprit, laquelle peut faire impression sur nos sens, & par là nous faire naître l'idée de son existence. L'homme vulgaire le touche & le trouve résistant, mais en enfonçant la

pècher de rejeter les infiniment petits, nous ayons l'exemple & l'autorité de deux dignes héritiers de ce nom célèbre, Mr. Jean Bernoulli, Associé étranger de l'Académie des Sciences de Paris, & Mr. Jaques son fils, de l'Académie de Pétersbourg. V. le Mémoire de ce dernier à la fin de notre volume précédent. Je me fais gloire d'être de leur sentiment, à cela près que sans mettre en doute qu'on puisse regarder les fluxions comme des dispositions, je doute fort qu'en substituant ce nouveau nom à l'ancien, on gagne au change.

main sans peine dans les liquides, il n'attache qu'aux corps les plus durs l'idée de l'impénétrabilité. Les corps lui résistant à proportion de leur poids, à mesure qu'ils pésent plus, ils sont plus corps pour lui. Le matériel & le pesant sont synonymes en son esprit; & il ne se tromperoit pas, si pesant & lourd n'étoit pour lui la même chose. Un esprit philosophique peut aisément concevoir l'impénétrabilité comme la première propriété de la matière. Mais la moindre réflexion suffit pour comprendre que l'impénétrabilité nous seroit insensible si les corps cédoient leur place sans la moindre résistance, & que par conséquent nous ne connoissons l'impénétrabilité des corps que par leur inertie, proportionelle à leur poids, & par l'adhésion des parties qui n'est, peut-être, qu'un effet de la gravité universelle; tandis que nous connoissons la pesanteur par un sentiment intime & immédiat, puisque nous nous sentons pesants nous-mêmes. Il paroît donc que la pesanteur est notre première notion de la matière, ou du corps physique, & le poids en est la mesure naturelle. Mais ce n'est pas la masse que l'on demande au Géomètre, c'est le volume. Que répondra-t-il? Plus il examine les corps de près, plus il les trouve composés de parties inégales, dissemblables, irrégulières. Il dira donc qu'il lui est impossible de mesurer à la rigueur les corps tels qu'ils sont; mais si l'on veut faire abstraction des irrégularités peu sensibles, on peut donner des mesures qui ne seront pas à la vérité précisément le volume demandé de tel & tel autre corps, mais qui en approcheront d'autant plus que les irrégularités seront plus petites; qu'il n'y a rien, peut-être, de parfaitement régulier dans l'univers sensible; mais comme on ne

peut fixer les bornes jusqu'auxquelles les irrégularités peuvent être diminuées par l'art ou la nature, il faut absolument qu'on lui permette de supposer des corps réguliers en toute rigueur, afin que les corps physiques ne soient jamais susceptibles d'une mesure plus exacte que celles qu'il nous apprendra. Voilà le premier *postulatum* de la Géometrie, *que l'on conçoive des corps parfaitement réguliers*, c'est-à-dire, terminés par les bornes intellectuelles que leur donne l'idée énoncée par les mots d'une définition.

Je coupe l'étendue indéfinie par deux plans parallèles, par un troisième perpendiculaire aux deux premiers, par un quatrième perpendiculaire aux trois, par un cinquième parallèle au troisième à la distance des deux premiers, par un sixième enfin parallèle au quatrième à la même distance. L'étendue terminée par ces six plans est le cube du Géomètre. C'est un être fait par l'entendement & l'imagination. Dès qu'il est achevé dans notre esprit, c'est-à-dire, entièrement déterminé, il ne s'agit que de trouver des mots pour apprendre aux autres à le former de même, & se mettre d'accord; comme c'est un être de notre façon que nous ne prétendons point qu'il existe hors de la pensée, nous ne pouvons nous tromper sur ce qu'il est, puisqu'il n'est que ce que nous voulons qu'il soit; au lieu que Dieu, ame, corps sont ce qu'ils sont indépendamment de nos définitions qui peuvent fort bien nous tromper.

10. Bien des gens croient que la certitude des Mathématiques vient de leur méthode. Après tant de livres écrits avec le plus grand soin par d'habiles Géomètres *methodo mathematica* sur d'autres sujets, sans qu'aucun ait réussi à mettre

hors de controverse une seule proposition dont on pût disputer auparavant, on devroit s'être désabusé. Qu'on donne en Géométrie un nouveau théorème avec la démonstration la plus défectueuse, paralogistique, sans ordre, sans précision, que ce soit un vrai galimatias; pourvu que par ci par là il y ait quelques mots qui fassent deviner au lecteur Géomètre quelles sont les propositions connues qu'il doit rapprocher & combiner, il corrigera non seulement la mauvaise démonstration, mais l'énoncé du théorème, s'il le faut, & ne sera pas moins sûr de sa vérité, que de la proposition la mieux démontrée d'Euclide. La Logique ne se trouve nulle part plus irrépréhensible que dans les bons livres de Géométrie. Mais c'est l'effet de son évidence & non la cause. On raisonne bien de ce qu'on entend parfaitement. L'évidence est dans les objets des spéculations du Géomètre, dans ses idées factices achevées. Je dis *achevées* afin qu'on remarque que l'évidence n'est que des idées tout-à-fait déterminées dans notre esprit. Car aussi long-tems que quelque détermination manque, l'objet n'existant pas dans notre imagination, ne peut être saisi par notre entendement. Ce que nous pensons n'est pas encore ce que nous supposons, c'est une autre chose. Si des six plans par lesquels j'ai terminé le cube, j'en conçois seulement trois, chacun perpendiculaire aux deux autres, ce n'est qu'un angle droit solide que j'ai fait, & l'idée du cube n'existera dans mon esprit que lorsque le sixième plan y sera coupé.

11. C'est pourquoi dans nos idées factices il ne peut être ni infini, ni *zéro*, parce que les plans ne seroient que trois. Je puis à la vérité en écarter ou approcher autant que je

veux les trois autres. Mais pour que je les coupe à une distance infiniment petite, il faut que je sache ce que c'est qu'un infiniment petit, & si l'on me dit que c'est un incomparable, il faut que je commence par achever dans mon esprit l'idée de l'incomparabilité. Or s'il s'agit de pratique & d'approximations, je conçois aisément que selon les cas je puis assigner une limite à la comparabilité, & déterminer la petitesse des termes dont je ne dois faire aucun cas parce qu'ils ne peuvent entrer en mon compte, ni en affecter le résultat. Par exemple dans un calcul fait par les logarithmes à 7 figures, je dirai que la limite de la comparabilité n'est pas loin du rapport de $1 : 10.^7$, & par conséquent 10^{-9} ne peut entrer en compte avec les nombres entiers, non plus que $n \times 10^{-14}$ lorsque $n < 1000000$. Mais dans la spéculation où m'arrêterai-je? Quand j'aurai fait $a = 100^{100}$, $b = a^a$, $c = b^b$, $d = c^c$, j'aurois $d = 1$ suivi de deux trillions & cinqcents soixante mille billions de chiffres. Mais malgré l'effroyable grandeur de d & l'inconcevable petitesse de $\frac{1}{d}$ je ne saurois voir ni de difficulté dans la théorie à comparer $\frac{1}{d} : d$, ni de raisons pour ne pas pousser plus loin la spéculation en faisant $e = d^d$, & comparant encore $\frac{1}{e} : e$. L'exemple de l'incomparabilité d'un grain de poussière à tout l'univers ne vaut rien, parce qu'il est de deux grandeurs dont l'une est indéterminée, l'autre inconnue, & par conséquent incomparables quand même elles seroient presque égales; & avec cela je conçois toujours que s'il y avoit un grain de poussière de plus dans l'univers la quantité de matière y seroit plus grande.

Ce seroit la même chose si l'on me disoit qu'un infiniment petit est une grandeur moindre que toute assignable;

il me faudroit avant tout savoir précisément ce que ces mots signifient; tandis que rien n'est grand ni petit que comparativement; que pouvant toujours supposer une grandeur plus petite que toute assignée, il paroît conséquent que je ne puisse en supposer d'abord une plus petite que toute assignable; que dès que je suppose dy, je conçois $\frac{dy}{a}$, a étant aussi grand que je le veux; que les mots *grandeur plus petite que toute assignable* semblant signifier que je dois la supposer d'abord la plus petite que je peux, je ne vois pas pourquoi je ne la supposerai pas d'abord de la petitesse de ddy, ou de d^3y, &c; que la grandeur moindre que toute assignable selon le calcul différentiel me semble $\frac{d^\infty y}{\infty}$, ou encore $\frac{d^\infty y}{\infty^\infty}$; &c. &c. On trouvera tout autant de difficultés dans telle autre définition qu'on voudra choisir des infiniment petits. Plus on s'efforcera d'en achever la notion, mieux on y reconnoîtra la même impossibilité de parvenir à cette détermination complète sans laquelle notre objet n'existant pas dans notre esprit, il n'est pas susceptible d'évidence géométrique. Qu'on ne s'y trompe pas, dès qu'on ne peut l'individuer, ce n'est qu'une idée vague d'un mot qu'on croit entendre parce qu'on sait à peu près en quelles occasions il faut l'employer. Je ne chercherai pas si les idées abstraites sont des choses, ou des noms seulement, mais je suis bien sûr qu'elles supposent les concrètes; que je puis dans mes idées laisser indéterminé ce que je veux, mais que je ne puis me dire à moi-même d'une idée, que je la tiens, quand c'est par impuissance & non par choix que je ne l'achève point.

12. Les fluxions d'ordinaire ne se déterminent pas; on se borne à leurs rapports qui nous suffisent. Mais Newton, Tailor, &c. déterminoient souvent les fluxions mêmes en faisant $\dot{x} = 1$; & géométriquement leur détermination n'est ni plus difficile, ni d'un autre genre que celle de toute autre grandeur. Par exemple pour une section conique ABM (Fig. 2) coupez PH = FB moitié du paramètre, menez MH & sur MH la perpendiculaire HE. Sur la tangente au sommet coupez AG = PE, & par G menez le diamètre CN, il coupera PN, ordonnée à VNX, courbe des premières fluxions. Coupez PK = AG & menez KL, LO, parallèles à MH, & HE, le point O sera de la courbe DOY des secondes fluxions; & faisant fluer le point P avec la vîtesse constante $\dot{x}$ = PH, PN = $\dot{y}$ sera la vîtesse avec laquelle M s'éloigne de P & y croît, PO = $\ddot{y}$ la vîtesse avec laquelle N s'approche de P & $\dot{y}$ diminue; & l'on sent que l'on pourroit de même mettre sous les yeux $\dddot{y}$ & $\ddddot{y}$ qui sont la première & la seconde fluxion de OP, ordonnée à DOY, & pousser la détermination géométrique jusqu'à tel ordre de fluxions qu'on voudroit. Aussi la théorie des fluxions est-elle susceptible de l'évidence la plus parfaite. On a imputé à Newton quelque obscurité dans son style concis, à Maclaurin beaucoup de longueurs dans son attention trop scrupuleuse à tout démontrer à la rigueur, mais sur la certitude de leurs principes il n'y a jamais eu qu'une voix, qu'ils étoient incontestables; tandis que les infiniment petits sont un sujet de dispute intarissable. Nieuwentiit, Rolle, le P. Gouye, l'Abbé Gallois avoient tort sans doute, aussi bien que Berkeley, de reje-

ter un calcul dont l'utilité sautoit aux yeux, & qu'il ne falloit que bien entendre. Mais Mr. Crouzas qui entreprit de l'expliquer en 1721, ne l'entendoit guère mieux; & l'on pourroit faire un long chapitre de passages de Géomètres qui ont cru suivre les principes de Jean Bernoulli, & n'en ont certainement pas saisi l'esprit, puisque leurs phrases sont expressément reprouvées par lui dans l'*extrait d'une lettre à l'Auteur du Commentaire sur l'Analyse des infiniment petits*, pag. 160-168 du IV. vol. de ses œuvres. Ce vrai Géomètre ne pouvoit souffrir qu'on s'écartât des premières notions d'Euclide, que le point n'est qu'une *désignation locale précise*, σημεῖον, non une grandeur, & encore moins un corps; les lignes sont des longueurs, des désignations locales continuées, les extrémités des surfaces & non leurs élémens; les surfaces sont les extrémités des corps, leur fin, & non leur enveloppe. Ces notions sont liées de toute nécessité avec l'idée du corps régulier, tel qu'il faut le concevoir pour qu'il y ait une Géométrie. Cavalieri a paru le premier leur porter atteinte, mais il s'est expliqué; & si on les voit effacées dans beaucoup de livres, même de la géométrie la plus élémentaire, c'est par une espèce d'engouement pour les infiniment petits. Car moins on y comprennoit, plus il étoit naturel qu'on les admirât, voyant l'étendue & la facilité des méthodes qu'on en tiroit. Le Merveilleux, qui n'est jamais avec l'évidence, a peut-être encore plus de pouvoir qu'elle au premier abord; on y court après, on s'y attache; & je ne doute pas que ces mêmes paradoxes qu'on reprochoit à la géométrie de l'Infini, n'aient augmenté le nombre & le zèle de ses défenseurs. Cependant au lieu qu'avec le tems la vé-

rité gagne, les Infinis & les infiniment petits vont toujours en perdant depuis un demi siècle dans l'opinion commune. Après tout ce qu'on a su dire pour les expliquer, on convient assez généralement qu'ils laissent toujours dans l'esprit quelque nuage. Les doutes sur la certitude du calcul différentiel sont finis, il y a long-tems. Mais ses défenseurs sont forcés d'avouer que la conviction théorique de cette certitude nous vient ou directement ou indirectement de la méthode de Newton, directement s'ils ont recours aux principes dont j'ai parlé N.° 6., indirectement s'ils s'étayent de l'accord parfait des deux méthodes dans les règles du calcul. Car rien n'est plus vrai, que la conclusion de Mr. Montucla (T. II. p. 368) que *si les principes du calcul appelé des infiniment petits sont de nature à éprouver quelques difficultés, personne n'ignore aujourd'hui qu'il est absolument le même dans le fonds, que celui que Newton a appelé des fluxions. Or celui-ci n'a rien qui ne soit conforme aux principes les plus rigoureux de la géométrie, comme on l'a montré assez au long. L'un & l'autre doivent donc jouir du même degré de certitude.* Mais c'est cela même qui prouve que la notion des infiniment petits nuit à l'évidence, puisque des vérités d'ailleurs incontestables, quand on les déduit de ces notions, ne laissent pas l'esprit satisfait. On peut en être moins choqué que ne le sont encore aujourd'hui quelques Géomètres pour qui *la méthode des infiniment petits n'est qu'une combinaison d'absurdités* (g).

(g) V. la Préface du *Traité de la résolution des équations* de Mr. J. R. Mouraille. A Marseille 1768 pag. VII-IX.

Mais il me suffit que l'on convienne de la vérité du fait, que leur notion n'a pu être éclaircie suffisamment.

13. Or c'est de quoi l'on ne sauroit douter après les deux programmes de l'Académie de Berlin, le premier pour proposer, le second pour adjuger le prix de cette année (1786) à une théorie claire & précise de ce qu'on appelle Infini en Mathématique. On trouve ces programmes dans plusieurs ouvrages périodiques, par exemple dans le Journal des Savans. On peut y voir combien cette Académie, dirigée par un aussi grand Géomètre que l'est Mr. de la Grange, est éloignée de penser qu'on eût des infinis une explication satisfaisante. Je ne sais si les Mémoires qui ont concouru, sont publiés, & je sens tout le désavantage d'écrire après les autres sans les avoir lus. Mais la Géométrie de l'Infini est trop liée avec les infiniment petits pour me dispenser d'exposer ici la théorie, moyennant laquelle je ne vois depuis long-tems dans l'Infini en Mathématique rien de merveilleux ni de paradoxe. Je ne cherche pas s'il existe hors de mon esprit une étendue infinie ; c'est une question Métaphysique dont la décision dépend du sens que l'on attache aux mots, & surtout à celui d'exister. Mais comme l'objet de la Géométrie n'est point l'existence de ce qui est grand, mais sa grandeur, sa mesure, & il est évident que je ne puis déterminer la grandeur sans la terminer, j'envisage l'infinité comme une espèce d'impossibilité en Mathématique. Cette impossibilité a été prouvée *ex professo* par Mr. le Cardinal Gerdil dans le second volume de nos Mélanges. Mais pour qu'on saisisse mon idée il me faut seulement observer un équivoque du mot *grandeur* qui s'em-

ploye souvent pour signifier ce qui est grand, une ligne, une surface, un solide &c. quoiqu'à parler plus exactement ce qui est grand n'est pas une grandeur, mais a une grandeur.

J'avertis donc que c'est de cette grandeur qui n'est qu'attribut, que je parle ici, & en ce sens il est clair que quoiqu'une droite donnée de position soit déterminée comme désignation locale continüe, cela n'emporte aucun commencement de détermination de grandeur, aucune grandeur n'existe pour cela.

14 Que l'on demande t tangente de z; dans ce problème ce n'est point la position, c'est la grandeur de t que l'on veut, & cette grandeur n'est que la distance du point d'attouchement à l'intersection de la tangente avec la sécante qui fait l'angle z avec le rayon perpendiculaire à la tangente. Ainsi le point d'attouchement demeurant, à mesure que j'en éloigne celui de l'intersection, je fais croître t & z. Mais je ne puis jamais éloigner assez l'intersection pour avoir $z = 90°$, parce que l'intersection de deux parallèles est impossible. Or on ne peut concevoir de distance d'une intersection que l'on conçoit impossible. Il faut donc concevoir t impossible, lorsque $z = 90°$.

Cette conclusion se présenteroit d'abord à l'esprit, sans l'équivoque du mot *tangente*, qui selon son étymologie n'est qu'une droite donnée de position, & c'est ici la partie de cette droite, interceptée par le rayon perpendiculaire & la sécante. Car il est évident qu'en ce sens la tangente de 90° n'existe pas, puisque aucune partie de la droite qui touche le cercle, n'est en ce cas interceptée par ces lignes: c'est un impossible.

Mais il faut distinguer trois cas d'impossibilité; 1.° celui que nous venons de remarquer dans t, impossible parce que l'on ne peut assez éloigner les extrêmes qui doivent terminer la grandeur.

2.° Celui où elle est impossible parce que l'on ne peut assez les approcher, dont il suffira d'indiquer pour exemple la co-tangente de $z = 90°$.

3.° Celui où un des extrêmes devroit être en même tems des deux côtés opposés de l'autre. C'est le cas des imaginaires dont l'impossibilité a toujours été reconnue.

Pour les deux autres je trouve très-convenables les noms reçus d'*infini* & de *zéro*, puisque l'infini est la limite que la grandeur ne peut jamais atteindre en croissant, & le zéro la limite qu'elle ne peut jamais atteindre en décroissant. Il faut seulement qu'on n'oublie jamais que le *zéro* & l'*infini* n'ont pas de grandeur, qu'ils ne sont ni grands, ni petits. Ce ne sont que deux mots employés pour signifier l'impossibilité en deux cas différens. Il les faut prendre comme le mot *rien* qui n'est pas sans signification quoique le *rien* n'existe pas.

15. Car il est clair que l'impossible n'existe pas plus que le néant; d'où il suit que les trois impossibles ∞, 0, $\sqrt{-1}$ ont cela de commun qu'ils ne peuvent être parties d'aucune égalité réelle. Celles dont ils sont parties, ne sont que des égalités d'expression, où le signe $=$ n'emporte qu'une impossibilité d'inégalité réelle entre les deux membres qu'il joint, qu'on peut par conséquent substituer l'un à l'autre dans toute autre équation, sans crainte d'y introduire d'inégalité. On risque seulement d'y introduire une impossibilité dans l'expression; mais qui pourra s'éliminer si l'égalité est réelle.

Ce que l'on comprendra encore mieux en remarquant que dès qu'on a des équations, dans le calcul qui en donne continuellement de nouvelles, on peut faire abstraction de ce que signifie chaque lettre dont elles sont composées, & dès lors ce n'est plus que l'égalité d'expression conséquente que l'on considère, où quand il y auroit ∞, o, $\sqrt{-1}$, au lieu de *a*, *b*, *c*, cela n'y feroit rien, puisqu'on fait abstraction de ce que les lettres signifient.

Mais quand on descend de la considération abstraite des formules à leur valeur individuelle pour chaque cas, on voit alors si toutes les opérations que les signes prescrivent, peuvent réellement s'effectuer; auquel cas l'égalité est réelle: autrement l'équation est impossible; puisqu'elle suppose fait ce qui ne peut se faire. Cependant il faut voir encore s'il n'y a pas moyen d'en éliminer ce qui suppose une opération impossible. Et quand cela ne se peut, l'équation n'est pas pour cela tout-à-fait inutile, non seulement parce que les deux membres en sont toujours tels qu'on peut les substituer l'un à l'autre, mais aussi parce qu'on en peut tirer des propositions d'impossibilité. Par exemple, en supposant la tangente $= \infty$, la cotangente $= 0$, la proportion *tang.* : R :: R : *cot.* donne $\infty = \frac{R^2}{0}$, $0 = \frac{R^2}{\infty}$, $0\infty = R^2$, ce qui montre que le quotient & le diviseur, ainsi que les deux facteurs d'une grandeur finie, sont impossibles ensemble, & par conséquent nul diviseur ne sauroit être ni assez petit, ni assez grand pour que le quotient soit impossible, nulle grandeur telle, qu'elle ne puisse être le quotient de la division d'une donnée par

un diviseur convenable, nul facteur tel, qu'il n'en existe un autre tel, que leur produit soit égal à une donnée.

16. Mais ce qu'il importe plus d'observer c'est que les deux premiers genres d'impossibles ayant chacun une notation générale qui confond tous les cas du même genre, & le troisième ne l'ayant point, on ne peut dans ce dernier se tromper en prenant pour une même imaginaire deux imaginaires différentes; ce que l'on risque, c'est de conclure mal à propos que l'imaginaire n'est pas la même, quand l'expression ne l'est point; au lieu que dans les deux autres cas il faut se donner garde de faire généralement $\infty = \infty$, $0 = 0$, $\frac{\infty}{\infty} = 1$, $\frac{0}{0} = 1$, parce que deux ∞ & deux 0 peuvent n'avoir rien de commun que l'impossibilité du même genre.

Il faut remarquer aussi que le rapport de deux impossibles peut être réel. $\frac{1}{2}t$ est impossible quand t l'est, mais il est clair que l'impossibilité n'est pas dans le rapport $\frac{1}{2}$. Dès que l'abscisse d'une parabole est impossible, l'ordonnée l'est aussi, mais la loi générale de leur relation $y^2 = ax$ n'est pas moins réelle en ce cas, puisque c'est précisément parce que cette loi comprend le cas de $x = \infty$ que je dis que l'ordonnée est aussi ∞, au lieu que je dirois qu'elle est $= 0$ dans une ellipse dont l'axe $= \infty$. Au surplus il est bon de remarquer que le cas de $\frac{\infty}{\infty}$ peut toujours se réduire à celui de $\frac{0}{0}$, car soit $z = \frac{y}{x} = \frac{\infty}{\infty}$, je fais généralement $u = \frac{1}{y}$, $v = \frac{1}{x}$, ce qui me donne $z = \left(\frac{y}{x} = \frac{\infty}{\infty}\right) = \left(\frac{v}{u} = \frac{0}{0}\right)$. Or pour $z = \frac{v}{u}$, $uz = v$, $\dot{u}z + \dot{z}u = \dot{v}$, lorsque $u = 0$ on a

$\dot{u}z = \dot{v}$; qui peut donner encore $z = \frac{\dot{v}}{\dot{u}} = \frac{0}{0}$; mais en ce cas, que z soit constante, la seconde fluxion de $\dot{u}z = \dot{v}$, $\ddot{u}z + 2\dot{u}\dot{z} = \ddot{v}$, donne $\ddot{u}z = \ddot{v}$ lorsque $\dot{u} = 0$; & si $z = \frac{\ddot{v}}{\ddot{u}} = \frac{0}{0}$, la troisième fluxion $\dddot{u}z + 3\ddot{u}\dot{z} = \dddot{v}$ donne $\dddot{u}z = \dddot{v}$ lorsque $\ddot{u} = 0$. On trouve de même $\ddddot{u}z = \ddddot{v}$ quand $z = \frac{\dddot{v}}{\dddot{u}} = \frac{0}{0}$, & il n'y a qu'à continuer ainsi jusqu'à ce qu'on parvienne à un ordre de fluxions qui ne soit plus *zéro*, ce qui ne peut manquer d'arriver dès que v & u ne sont pas constantes, & l'on aura la valeur de $z = \frac{\infty}{\infty} = \frac{0}{0}$.

17. Mais il peut arriver que z soit impossible, puisque le rapport de $\frac{x^m}{x} = x^{m-1}$ est impossible lorsque x l'est; & l'on voit que celui de $\frac{\dot{x}^{m-1}}{\dot{x}} = x^{m-2}$ l'est encore, en supposant $m > 2$; ce qui donne lieu à distinguer des ordres dans chaque genre d'impossible. Dans le calcul des imaginaires, tel qu'il est à présent, cette distinction ne seroit guère d'usage; mais les ordres existent, $A\sqrt{-1}$, $A\sqrt{-B\sqrt{-1}}$, $A\sqrt{-B\sqrt{-C\sqrt{-1}}}$, &c., &c., & l'on peut dire généralement que les impossibles du même genre sont du même ordre lorsque leur rapport est réel. Mais il est plus clair encore de dire qu'une expression est un impossible du premier ordre quand elle n'a qu'une impossibilité, du second ordre lorsqu'elle en a deux, & généralement de l'ordre n quand elle en a un nombre n. Par exemple un parallélipipède est impossible dès qu'une de ses trois dimensions l'est; mais l'on sent qu'il sera dou-

blement impossible lorsque deux dimensions seront telles, & qu'il aura trois impossibilités lorsque ses dimensions x, y, z, seront toutes trois ∞, ∞, ∞, ou o, o, o, ou lorsque $xyz = A\sqrt{-B\sqrt{-C\sqrt{-1}}}$. Je ne m'arrête pas aux attentions qu'exige l'application de ces principes aux imaginaires. Pour les autres genres il ne me reste guère qu'à remarquer qu'ayant $y = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \ldots + Ax$, si lorsque $x = \infty$ l'on divise par x^n, on aura $\frac{y}{x^n} = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} \ldots + \frac{A}{x^{n-1}} = a + \frac{b}{\infty} + \frac{c}{\infty^2} \ldots + \frac{A}{\infty^{n-1}}$. Or nous avons vu N.° 15 que le diviseur & le quotient sont impossibles ensemble, des deux genres contraires ∞ & o. Donc $\frac{b}{\infty} + \frac{c}{\infty^2} + \&c. = 0$, & $\left(\frac{y}{x^n} = \frac{\infty}{\infty}\right) = a$, $y = ax^n$. Si $x = 0$, que l'on divise par x, l'on aura $\left(\frac{y}{x} = \frac{0}{0}\right) = a0^{n-1} + b0^{n-2} + c0^{n-3} \ldots + A = A$. D'où il est aisé de déduire la règle générale que pour l'infini il faut prendre le seul terme où l'exposant est le plus grand, & pour le *zéro* le seul terme où il est le plus petit; ce qui se réduit à une règle unique, puisqu'en prenant R pour unité, l'équation $\infty = \frac{R^2}{0}$ donne $\infty^n = 0^{-n}$, $\infty^{-n} = 0^n$; & l'on peut remarquer par occasion qu'il s'ensuit que $\infty^0 = 0^0 = 1$; ce qui d'ailleurs est évident par le seul énoncé des expressions, ∞^0, *point de facteurs infinis*, 0^0, *point de facteurs zéro*; donc, sans multiplication par aucun facteur impossible, $a\,\infty^0 = a$; $a\,0^0 = a$.

18. Pour trouver ces théorèmes beaucoup de Géomètres ont en partie suivi aveuglement l'analogie des équations finies, & en partie eu recours à des raisonnemens que tout le

monde ne sauroit trouver bons. Mais la vérité des résultats ne dépendant que de la bonté des règles qu'on suit, & non de la solidité des démonstrations qu'on en donne, & l'analogie étant un guide excellent pour conduire à des solutions vraies, même des questions qu'on n'entend pas assez, rien n'est plus simple que ce qui est arrivé, que plusieurs & peut-être même de ceux qui se sont le plus égarés dans de beaux rèves sur les infinis, en ont pu déduire ce grand nombre de vérités importantes que Newton avoit découvertes par de vrais principes, & y en ajouter beaucoup d'autres, voyant partout le merveilleux & souvent le paradoxe. L'analogie s'étendant à des cas qui n'ont qu'une ressemblance imparfaite, n'indique pas toujours leur différence. C'est pourquoi lorsqu'elle n'est pas éclairée par une théorie lumineuse, elle devient la source de tous les paradoxes en Mathématique. Ils disparoissent dès qu'on sait développer en langage ordinaire les énoncés des formules & n'y voir que ce qu'il y a. Par exemple il paroît qu'une suite infinie ne peut avoir de dernier terme, & cependant il n'est pas douteux que ∞a, a^{∞} ne soient les derniers termes des suites a, $2a$, $3a$, $4a$ &c. a, a^2, a^3, a^4 &c. à l'infini. Mais la difficulté cesse dès qu'on sait expliquer les expressions ∞a, a^{∞}, qui signifient qu'on ne peut ni prendre a, ni multiplier par a un assez grand nombre de fois pour avoir ces termes, qui par conséquent ne sont que des expressions qui bien loin de donner aucune réalité à ces derniers termes, en énoncent l'impossibilité. La suite a, $a^{\frac{1}{2}}$, $a^{\frac{1}{3}}$, $a^{\frac{1}{4}}$, &c. peut se continuer à l'infini, & cependant son dernier terme, $a^{\frac{1}{\infty}} = a^0 = 1$, a une valeur réelle.

Mais son expression, en signifiant que l'exposant d'a ne peut être assez petit, nous énonce qu'on ne peut parvenir à cette valeur par cette suite, de façon que 1 en est plutôt la limite que le dernier terme.

19. Je ne fais qu'indiquer plusieurs choses & j'en laisse beaucoup d'autres, crainte d'être long; mais je crois en avoir dit assez soit pour faire connoître ma théorie, soit pour désabuser du merveilleux de la Géométrie de l'infini, si quelqu'un l'admire encore. Passons à examiner l'avantage qu'on croit trouver dans les infiniment petits.

Soient $\underset{\cdot}{u}$, $\underset{\cdot}{x}$, $\underset{\cdot}{z}$ les incrémens correspondans de u, x, z, & $u = xz$; on aura $\underset{\cdot}{u} = \underset{\cdot}{x}z + x\underset{\cdot}{z} + \underset{\cdot}{x}\underset{\cdot}{z}$ & $\frac{\underset{\cdot}{u}}{\underset{\cdot}{x}} = z + x\frac{\underset{\cdot}{z}}{\underset{\cdot}{x}} + \underset{\cdot}{z}$. Donc lorsque les incrémens s'évanouissent ayant $\left(\frac{\underset{\cdot}{u}}{\underset{\cdot}{x}} = \frac{0}{0}\right) = \frac{\dot{u}}{\dot{x}}$, $\left(\frac{\underset{\cdot}{z}}{\underset{\cdot}{x}} = \frac{0}{0}\right) = \frac{\dot{z}}{\dot{x}}$, on aura $\frac{\dot{u}}{\dot{x}} = z + x\frac{\dot{z}}{\dot{x}}$ & $\dot{u} = \dot{x}z + x\dot{z}$. De même si $\frac{\underset{\cdot}{u}}{\underset{\cdot}{x}} = \frac{0}{0}$, $\frac{\underset{\cdot}{z}}{\underset{\cdot}{x}} = \frac{0}{0}$ sont les rapports des incrémens instantanés qui répondent au tems *zéro*, en désignant, comme Leibnitz en 1684, par du, dx, dz des droites prises à plaisir, proportionnelles aux incrémens instantanés de u, x, z, on aura $du = zdx + xdz$, ce qui n'est encore que la même chose, quoique mal énoncée, puisqu'un Mathématicien ne sauroit guère concevoir des droites proportionnelles aux incrémens instantanés d'autres lignes sans songer que les premières représentent les vîtesses avec lesquelles les secondes croissent. Mais si au lieu de prendre du, dx, dz de grandeur finie, en faisant seulement $\frac{du}{dx} = \frac{0}{0}$, $\frac{dz}{dx} = \frac{0}{0}$, on fait en droiture $du=0$,

$dx = 0$, $dz = 0$, on aura de même l'équation $du = zdx + xdz$, & l'on pourra se flatter d'avoir épargné un pas inutile, puisque du, dx, dz étant les incrémens, on a immédiatement $du = zdx + xdz + dxdz$, & ces incrémens étant tous *zéro*, il faut effacer le dernier terme lequel ayant deux facteurs *zéro* pendant que les autres n'en ont qu'un, est d'un ordre inférieur. Mais en épargnant un pas, il s'en faut beaucoup, à mon avis, qu'on arrive plutôt. Car ce calcul de *zéros* par hypothèse, arrête singulièrement l'esprit au premier abord, & il y faut bien du tems pour s'accoutumer aux phrases d'une méthode qui semble toujours attribuer au néant l'existence & la grandeur.

Cependant si pour éviter cet inconvénient au lieu de supposer les différentielles *zéro*, on leur attribue une grandeur réelle, quelque petite qu'elle puisse être, on ne fera que perdre du côté de la démonstration, sans gagner pour la notion; puisque celle-ci, comme nous l'avons vu, n'est pas susceptible d'une explication satisfaisante, & la démonstration aura de plus la difficulté de faire comprendre aux apprentifs qu'en gardant le terme $dxdz$ dans la valeur de du, l'équation, bien loin d'être plus exacte, seroit fautive. C'est pourquoi bien loin d'admettre que les infiniment petits abrègent, je prétends qu'ils allongent le chemin à la véritable connoissance qu'on n'atteint pas en glissant sur les difficultés.

24. Mais le défaut de la méthode des infiniment petits dans ses démonstrations est assez généralement reconnu; ce qui n'a pas été remarqué, & n'est pas moins à l'avantage de celle des fluxions, c'est que la substitution des différentielles aux fluxions limite & diminue les moyens d'en trouver & dé-

montrer les rapports. Toutes les résolutions & démonstrations que la méthode des infiniment petits fournit pour les différentielles, peuvent également s'employer pour les fluxions, soit tout uniment par la seule considération que les changemens instantanés sont proportionnels aux vîtesses, soit, si l'on veut être plus scrupuleux dans la phrase, en ayant recours aux incrémens évanouissans, soit en partant de l'énoncé encore plus exact, que la limite des rapports des incrémens est le rapport des fluxions. Mais il y a bien d'autres manières de le déterminer; par exemple

1.° En employant ce principe; que si, $'x$, x, x', $'z$, z, z' désignant trois valeurs correspondantes de deux variables, l'on remarque un rapport p généralement plus grand que l'un & plus petit que l'autre des deux rapports $\frac{z - 'z}{x - 'x}$ & $\frac{z' - z}{x' - x}$, tandis que les fluxions ne changent point de signe, ce rapport sera celui des fluxions, $p = \frac{\dot{z}}{\dot{x}}$

2.° En prenant pour le rapport des fluxions celui des changemens que les fluentes feroient en même tems, si les fluxions ne changeoient pas. v. N.° 4.

3.° D'une manière analogue à celle que l'on emploie pour déterminer les vîtesses dans la composition & décomposition du mouvement; &c. &c.

Or n'est-il pas aussi beau qu'utile de pouvoir parvenir aux mêmes vérités par plusieurs chemins? Pourquoi se les préclure tous, hormis un qui vraisemblablement ne sera pas le meilleur en tous les cas?

On a confondu deux choses très-différentes, le choix de la notion du sujet du calcul différentiel ou fluxionel, & le choix du principe qu'on y emploiroit: & tandis que ce qui importe le plus, c'est, à mon avis, le choix de la notion, on ne s'est guère occupé que du choix du principe, qu'on a rendu exclusif par la définition du sujet. Or c'est ce que je crois désavantageux, même lorsque le principe est bien choisi.

25. J'ai déjà dit plusieurs fois que je regarde comme tel celui que Mr. D'Alembert a préféré, de la limite des rapports des différences finies; cependant je croirois perdre à m'y borner quand même il n'y auroit d'autre inconvénient que celui de ne pouvoir donner un aussi grand nombre de démonstrations d'un même théorème qu'en y employant différens principes. Mais ce qui auroit dû beaucoup plus arrêter Mr. D'Alembert, c'est qu'il ne suffit pas de voir bien clairement que $\frac{du}{dx}$ étant la limite des rapports $\frac{\Delta u}{\Delta x}$, & $\frac{dz}{dx}$ la limite des rapports $\frac{\Delta z}{\Delta x}$, on aura $\frac{du}{dx} = z + x\frac{dz}{dx}$ lorsque $u = xz$, &c. mais qu'il faut d'abord attacher une idée nette & précise à du, dx, dy, dz, &c. afin que ces expressions signifient quelque chose par elles-mêmes & indépendamment les unes des autres. Sans quoi des pages entières de calcul ne seront qu'un grimoire qu'on ne saura lire d'une manière développée qui présente un sens clair. Il faut que je sache énoncer aussi bien l'équation $du = zdx + xdz$ que celle ci-dessus, dont elle est la conséquence. Or je ne vois qu'un moyen général pour cela, & c'est de supposer un terme de comparaison commun pour toutes les différences finies, &

ce terme ne sauroit être que le tems auquel tout ce qui varie doit se rapporter nécessairement. En désignant donc par Δt un tems fini, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, $\frac{\Delta y}{\Delta t}$, $\frac{\Delta z}{\Delta t}$ &c. seront autant de rapports qui auront chacun leur limite qui pourra être désignée par dx, dy, dz; ce qui suffit pour attacher une idée très-claire à chacune de ces expressions isolées. Dès que je vois du, je sais que c'est $\frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{0}{0}$. Mais aussi dès que je me souviens que Δt n'est comparable avec Δu qu'autant que je les fais représenter toutes deux par des lignes, je vois en $\frac{\Delta u}{\Delta t}$ l'expression de la vîtesse avec laquelle u croît, l'espace divisé par le tems; & je m'aperçois que je n'ai fait que supprimer le mot de fluxion.

Mais ne peut-on désigner en droiture par du la limite de Δu, sans y mêler Δt? Je ne crois pas; parce que Δu n'a généralement aucune limite; elle peut diminuer non seulement jusqu'au *zéro* mais au delà, & changer de signe. Cependant comme il est permis de ne parler que de la grandeur absolue, dont une limite est toujours *zéro*, je ne m'opposerai pas que l'on conçoive, si l'on veut, les différentielles généralement comme les limites des différences, en faisant toutes les différentielles *zéro*. Cela reviendra au système d'*Euler*, précisément en ce qu'on y peut blâmer, c'est-à-dire, ces équations de *zéros* par supposition & par choix. Mais c'est assez dit, & il est temps de parler du motif qu'on allègue pour préférer de telles hypothèses aux fluxions.

26. Le calcul différentiel, dit-on, doit être une partie de l'analyse pure : donc on ne doit pas y admettre des notions empruntées de la Mécanique. On peut répondre que l'analyse à la rigueur n'est qu'une méthode, & abusivement un langage; que dans chacun de ces deux sens elle peut entrer en toutes les parties des Mathématiques, & par conséquent n'en constitue aucune quand on les partage selon les différens sujets dont elles s'occupent, & non selon la différente manière dont on les traite; que la théorie des fluxions appartient à la haute Géométrie, & qu'elle n'emprunte point de notions de la Mécanique. Un préjugé commence à prendre, que la Géométrie ne contemple jamais la grandeur de la manière la plus abstraite. Mais pour peu que l'on ait réfléchi sur *Euclide*, on doit avoir remarqué que quoique l'étendue en soit l'objet ordinaire, sans s'y borner la Géométrie s'élève à la considération de la grandeur en général. Son objet est la quantité continue, mais toute quantité est regardée comme telle dès qu'elle est supposée divisible à l'infini. Or nulle quantité peut ne pas être supposée divisible à l'infini lorsqu'on fait abstraction des raisons particulières qu'on peut avoir en certains cas de s'arrêter à des unités indivisibles; donc toute quantité abstraite est censée continue, & par conséquent fait partie de l'objet de la Géométrie. Il y a plus; pour faire abstraction du vrai genre auquel une grandeur appartient, il faut n'en considérer que le rapport à une donnée du même genre. Des rapports ne peuvent être déterminés que par des grandeurs de quelque genre; la raison veut qu'il soient déterminés de la manière la plus simple; ils ne peuvent l'être

assez généralement par les nombres, qui sont en défaut pour les incommensurables ; il faudra donc les concevoir détérminés par des lignes.

Les Géomètres, à commencer par les Arpenteurs, ont à tout moment recours aux nombres. Mais il ne faut pas confondre la pratique avec la spéculation. En pratique les nombres sont beaucoup plus commodes pour déterminer tout rapport ; parce que la pratique n'est susceptible que d'approximations que l'on peut porter aussi loin que l'on veut par les nombres, le calcul en pratique est sans comparaison plus exact que les constructions graphiques, & ce n'est que par les noms des nombres qu'on peut en parlant donner une idée précise d'un rapport d'inégalité. Aussi les Géomètres se sont-ils de tout tems beaucoup occupés des nombres, au point qu'une partie d'Euclide semble plutôt de l'Aritmétique, quoique ce soit une suite de la considération des rapports des grandeurs & de leurs parties *aliquotes* ou *aliquantes* qui conduit à la distinction des nombres premiers &c. &c. Mais dans la spéculation la ligne est la mesure naturelle de la grandeur, comme le nombre de la quantité, en appelant tout court grandeur ce qui est divisible à l'infini, & quantité ce qui est composé d'unités indivisibles.

Les lignes considérées comme désignations locales relatives à d'autres lignes, à des surfaces, à des solides &c. ne sont pas, sans doute, de la grandeur abstraite. Mais lorsqu'on ne les emploie que comme des mesures générales & communes pour déterminer les rapports des grandeurs de tout genre, lorsque la ligne A est pour le Géomètre indifféremment la grandeur d'une sphère ou d'une pyramide, d'une

force, d'une vîtesse ou du tems, du poids, de la chaleur &c.; alors il envisage la grandeur de la manière la plus abstraite, parce que la ligne en ce cas peut fort bien ne pas être le vrai genre auquel la grandeur appartient, tout comme A n'en est pas le vrai nom; mais A & la ligne ne sont qu'une dénomination & une mesure également arbitraires & nécessaires, l'une pour énoncer, l'autre pour déterminer la grandeur, ou plutôt pour la concevoir déterminée.

Dans une courbe une des coordonnées pourra être la densité de l'athmosphère, l'autre la hauteur sur le niveau de la mer, ou tout ce qu'on voudra, on en fait abstraction; ce n'est plus que la courbe & son équation qu'on regarde; mais l'équation ne contient ni grandeurs, ni rapports, elle présente seulement leurs dénominations combinées avec des signes qui indiquent les opérations qu'il faut faire; qu'on peut exécuter par des nombres; mais outre que ce seroit se borner aux commensurables, le calcul numérique détermine l'équation, tandis que la courbe présente à l'imagination & aux yeux, si l'on veut, tout ce que l'équation signifie, soit dans son indétermination, soit dans cette infinité de déterminations dont elle est susceptible entre telles limites que l'on veut. Il suffit de faire passer l'ordonnée d'une de ces limites à l'autre.

Or voilà la vraie source de la théorie des fluxions, un lieu géométrique, & l'ordonnée qui le parcourt. On y voit l'abscisse, l'ordonnée, l'arc, l'aire changer de grandeur avec des vîtesses dont il est naturel de remarquer l'égalité ou l'inégalité, & de chercher les rapports. C'est peut-être la plus belle & la plus féconde spéculation de la Géométrie

sublime. On pourroit aisément en partant de notre définition au N.° 3 donner un traité des fluxions aussi complet que le calcul différentiel d'Euler, sans jamais parler de lignes. Mais ce n'est que dans la phrase que l'on seroit plus abstrait, puisque les lignes peuvent n'être considérées que comme les *représentatifs* des grandeurs dont on ne cherche pas le genre : ce que j'ai tâché de dire de plusieurs manières, peut-être jusqu'à ennuyer mon lecteur, pour désabuser, si je le puis, ceux qui attachant un mérite à faire ce qu'ils appellent de l'Analyse pure, suppriment des éclaircissemens utiles, des théorèmes, des problèmes, des corollaires plus immédiatement liés à leur sujet, plus importants que grande partie de ceux qu'ils donnent, parce qu'il faudroit parler de lignes, & employer des Figures. Sans cela je trouverois assez indifférent qu'on appelât de l'Analyse ce qui souvent est plutôt de la synthèse, & qu'on enlevât à la Géométrie des méthodes nécessaires pour déterminer la distance de deux points sur la surface de la Terre supposée un sphéroïde.

27. Retournons au lieu géométrique avec l'appliquée qui le parcourt. On y conçoit des vîtesses avec lesquelles des grandeurs changent. Mais comment peut-on imaginer que la notion de telles vîtesses est empruntée de la Mécanique ? Qu'est-ce en Mécanique la vîtesse avec laquelle une surface croît ? Le mot *vîtesse* a par lui-même un sens beaucoup plus étendu & plus abstrait qu'il n'a dans cette science, dont l'objet étant l'emploi des forces, le sujet leur mesure, dans l'égalité, par l'équilibre, dans l'inégalité, par le mouvement, la vîtesse y est l'inertie de chaque particule du

corps qui se meut, en appelant avec Newton inertie la force de continuer son repos ou son mouvement. Mais l'idée de la vîtesse ne se borne point au corps qui change de lieu, elle embrasse la succession plus ou moins rapide des différens états de quoique ce soit, même dans le moral; elle est comme toutes les idées les plus universelles & les plus communes, le tems, l'espace, &c. aussi facile à concevoir d'une manière non équivoque, que difficile à expliquer par des termes qui ne prêtent aucun côté à la chicane. Les enfans entendent également bien ce que c'est qu'apprendre vîte une leçon, ou achever vîte une carrière; Les vîtesses sont pour eux, tout comme pour Newton, en raison directe de la grandeur de ce que l'on fait, & inverse du tems qu'on y emploie. C'est pourquoi le Géomètre peut se servir du mot de vîtesse, comme de tant d'autres entendus de tout le monde, sans explication. Mais si on en veut une, je dirai que par vîtesse j'entends une espèce de *disposition* ou *acheminement* de ce qui change, à faire des changemens plus ou moins grands dans un tems donné. Que l'on joigne cette explication à celles du N.°3 & j'espère qu'on demeurera d'accord que la notion des fluxions n'appartient aucunement à la Mécanique.

La mesure du mouvement nécessaire des corps, mûs par des forces, appartient à la Mécanique, mais quoiqu'en faisant abstraction des masses & des forces il ne reste qu'un mouvement de points qui tracent des lignes, il ne s'ensuit pas que la considération du mouvement des points qui tracent les lignes soit du ressort de la Mécanique: c'est au contraire, que la Mécanique, ainsi que toutes les sciences

Physico-Mathématiques, abstraction faite de ce qui est propre à leur sujet, réduisent leur questions en dernier ressort à des problèmes de Géométrie ou d'Algèbre. De tout tems les Géomètres ont regardé la ligne comme l'écoulement du point, mené des perpendiculaires, des parallèles, conduit une droite sur une autre pour engendrer une surface, décrit des courbes par un mouvement continu, & tout cela dans leur esprit, par de simples opérations de leur entendement, où les loix de la Mécanique n'entrent pour rien.

J'enfonce avec l'imagination dans un cône un plan terminé par une droite, en sorte que cette droite devient l'ordonnée mobile de la section qui se fait à mesure que le plan avance; je demande le rapport des vîtesses avec lesquelles s'engendrent & croissent la courbe, l'ordonnée, l'abscisse, l'aire &c. Dois-je m'adresser au Mécanicien ou au Géomètre? Je rends le problème plus général en supposant que c'est une courbe quelconque, dont l'ordonnée avance; & pour le résoudre (Fig. 3) soit AM $= z$ la courbe décrite par l'extrémité M de l'ordonnée $y =$ PM dont la position passe de AB en pq. En coupant PN $= pm$, le point N, porté en m, par l'avancement de l'ordonnée, en sera l'extrémité qui décrit la courbe en m, laquelle extrémité aura passé de M en m, en décrivant l'arc Mm par deux mouvements simultanés, celui du point extrême de y coulant de M en N avec la vîtesse $\dot{y}$, & celui par lequel l'ordonnée avançant, porte tous ses points parallèlement à Pp avec la même vîtesse $\dot{x}$ avec laquelle l'abscisse x de AP devient Ap. Donc le point M aura tout ensemble la vîtesse $\dot{y}$ dans une direction toujours parallèle à AB, & la vîtesse $\dot{x}$ dans une direction

toujours parallèle à Ap, tandis qu'il décrit la courbe z avec la vîtesse désignée par $\dot{z}$, nécessairement dans la direction Mr de la tangente, parce que dans toute autre direction le point M au lieu d'être acheminé à décrire la courbe, tendroit à la couper allant ou revenant.

Maintenant il est clair que les changemens que les fluxions pourront faire en après, ne peuvent influer sur la direction de $\dot{z}$ en M, qui sera par conséquent dans tous les cas la même que si les fluxions demeuroient constamment telles qu'elles sont en M. Mais si $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ étoient constantes, les incrémens $\underset{.}{x}$, $\underset{.}{y}$, $\underset{.}{z}$ leur seroient proportionnels, les rapports $\frac{\underset{.}{x}}{\underset{.}{y}}$, $\frac{\underset{.}{x}}{\underset{.}{z}}$ constans, le lieu des $\underset{.}{y}$, en prenant $\underset{.}{x}$ pour abscisse sur MO, seroit une ligne droite, laquelle devroit être Mr; ce qui ne se peut sans que $\underset{.}{x}$, $\underset{.}{y}$, $\underset{.}{z}$ & par conséquent $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ soient proportionnelles à TP, PM, TM. Donc ces fluxions sont comme ces droites, c'est-à-dire que les fluxions de l'abscisse, de l'ordonnée, & de la courbe sont comme la soutangente, l'ordonnée & la tangente.

Cette démonstration n'a rien qui ne soit puisé dans le fond même de la question, & quoiqu'il y ait une composition de vîtesses, il ne me semble pas douteux que tout n'y soit une suite d'une spéculation de Géométrie pure. C'est pourquoi je conclus que la méthode des fluxions, lors même qu'elle choisit d'employer la composition ou la décomposition du mouvement, peut se suffire à elle-même, & ne rien emprunter de la Mécanique.

Je dis qu'elle peut, car pour le fait je conviens que Maclaurin & d'autres Géomètres ne se sont pas fait scrupule d'y

avoir recours. Ils ont cru qu'on pouvoit utilement employer les phrases & les principes plus généralement connus d'une ancienne partie des Mathématiques pour en éclaircir plus aisément une nouvelle qui n'étoit pas encore assez répandue. Je ne saurois les condamner pour cela, ni attacher une grande importance à éviter dans la méthode des fluxions toute hypothèse, tout énoncé qui ne lui appartient pas en propre. Mais enfin cela se peut, & d'autant plus que si quelqu'un n'étoit pas entièrement persuadé que la manière dont je viens de démontrer les rapports des fluxions de l'abscisse, de l'appliquée & de la courbe, soit de la Géométrie toute pure, il n'y auroit qu'à choisir entre plusieurs autres manières de démontrer la même chose. Par exemple, concevez que pq se rapproche de PN; les points m, r se rapprocheront jusqu'à se joindre en M. Or il est évident que si m, & r coïncidoient, on auroit $Om = Or$, $Mm = Mr$. Donc à force de diminuer, les trois incrémens MO, om, Mm approcheront de l'égalité avec les trois côtés de MOr, jusqu'à l'atteindre au moment qu'ils s'évanouissent. Donc les rapports constans de ces trois côtés sont les rapports de ces incrémens évanouissans, & par conséquent des fluxions respectives, c'est-à-dire que $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ sont comme MO, Or, Mr, comme TP, PM, TM.

28. Il n'y a donc pas de raison pour refuser la préférence à la méthode des fluxions. Car pour la caractéristique il ne vaut pas la peine d'en disputer; on peut avec Mr. Mélander qui d'ailleurs est très-décidé pour les fluxions, employer le d, comme je l'ai fait moi-même dans notre 2[d] volume, quoique persuadé depuis long-tems que l'avantage est aussi pour la notation Angloise.

1.° Parce qu'elle abrège, comme on le voit en écrivant une même formule des deux façons, par exemple

$$\frac{ddx\,dz^2 - dx\,dz\,ddz}{dx^2 + dz^2}, \quad \& \quad \frac{\ddot{x}\dot{z}^2 - \dot{x}\dot{z}\ddot{z}}{\dot{x}^2 + \dot{z}^2};$$

2.° Parce que le point par sa position hors de la ligne saute aux yeux tout d'abord, & dans les termes les plus compliqués fait remarquer les fluxions bien plus aisément que le *d* qui ne sort de la ligne que comme d'autres lettres *b*, *h*, *l*.

3.° Parce que le point n'est pas équivoque comme le *d* qui peut également désigner une grandeur ; ce qui a deux inconvéniens, l'un pour les vrais Géomètres qui ont par là un alphabet de moins en beaucoup de calculs où il leur en faut plusieurs pour désigner les coefficiens des séries par des lettres qui se suivent dans l'ordre alphabétique, l'autre pour ceux qui ne sont pas bien forts, qui peuvent s'y tromper avec le *Guide des Jeunes Mathématiciens* pag. 188 & 189, le Commentateur de l'*Analyse des Infiniment petits* pag. 262, l'Auteur du *Dictionnaire de Physique portatif*, 1769 pag. 118, lequel fait $\frac{tdy}{y} = td$, $\frac{zdy}{y} = zd$, & $\frac{xd}{y} = \frac{xdy}{yy}$, dy désignant la différentielle de y. Mr. Aimé-Henri Paulian, Auteur de ces trois Ouvrages, a corrigé cette faute dans la nouvelle édition de son Dictionnaire en 1781. Mais le fait ne prouve pas moins le danger de l'équivoque de la caractéristique. On pourroit suivre Mr. Didot qui dans sa belle édition de la Trigonométrie de Mr. Cagnoli en 1785 a introduit pour les différentielles un *d* replié, transformé en un caractère absolument nouveau. Mais ce seroit avouer que ce n'est que trompés par l'habitude que

de grands Géomètres ont pu donner l'avantage à la caractéristique de Leibnitz.

Mr. Euler (*Instit. Calculi Different.* an. 1753 pag.101) oppose à celle de Newton qu'elle devient incommode pour les fluxions des ordres supérieurs, tels que le 10^me^ &c.; & il est vrai que dans un tems où l'on s'occupoit plus des applications utiles que d'une théorie plus générale, Newton, Maclaurin & plusieurs autres n'ayant jamais eu besoin de noter des fluxions qui exigent un trop grand nombre de points, n'ont pas pourvu à ce cas. Mais Tailor (*Methodus Incrementorum* pag. 2 *Londini* 1715.) en désignant par $\overset{n}{\dot{x}}$ la fluxion de x de l'ordre n, nous a montré qu'il n'y a qu'à écrire $\overset{10}{\dot{x}}$ pour la fluxion du 10^me^ ordre. Pour mieux éviter toute équivoque j'ajoute un point à côté en écrivant $\overset{10.}{x}$, $\overset{n.}{x}$, $\overset{(n+1).}{x}$. Gerard Meerman (*Specimen Calculi Fluxionalis. Lugduni Batavorum* 1742) place le point au dessous $\underset{\cdot}{\overset{n}{x}}$ $\underset{\cdot}{\overset{n+1}{x}}$. De nouveaux Calculs qu'on a portés bien loin depuis quelques années, exigent d'autres notations dont Newton & Tailor n'ont pu parler. Mais je me réserve à y suppléer dans une seconde partie où je me propose de lever toute difficulté qui pourroit arrêter encore dans un choix qui doit beaucoup dépendre des réflexions particulières que chacun fait sur ce qui lui sera plus facile, plus court, plus commode &c.

29. En attendant il sera bon de résumer ici en peu de mots ce que nous avons dit dans cette première partie. Après une courte notice de la découverte de la méthode des fluxions nous avons tâché d'en donner la notion la plus exacte, savoir, que les fluentes sont des grandeurs qu'on

suppose changer, & les fluxions les vîtesses avec lesquelles on conçoit qu'elles changent. Nous avons établi pour premier principe que ces fluxions doivent être toujours proportionnelles aux changemens que les fluentes feroient en même tems si les fluxions ne changeoient pas. L'application de ce principe en certains cas ne se présentant pas d'abord dans toute son évidence à ceux qui ne se le sont pas encore rendu familier, nous avons remarqué qu'il étoit aisé d'en démontrer chaque conséquence, en prouvant l'absurdité des deux suppositions contraires ; mais que cette façon de démontrer n'étant pas aussi courte qu'elle est rigoureuse, Newton avoit imaginé de recourir à un autre principe, savoir, que le rapport des fluxions est la limite des rapports des différences finies, le premier rapport des incrémens naissans, le dernier des évanouissans, trois phrases qui dans le fond reviennent au même. Que Leibnitz a commencé par chercher des droites proportionnelles aux changemens instantanés, comme sont les fluxions, mais qu'ensuite il a jugé plus court de calculer en droiture ces changemens instantanés sous le nom de différences infiniment petites ; que ne pouvant y avoir de milieu entre les deux partis, d'attribuer ou de refuser une grandeur réelle aux infiniment petits, il nous falloit choisir entre des fluxions de grandeur finie, des différences qui ne sont infiniment petites que rapport à des grandeurs d'un autre ordre, & des différentielles qui sont zéro absolument. Pour décider ce choix je n'ai pas cru devoir renouveller les accusations d'absurdité qu'on a faites à l'hypothèse des infiniment petits, en chicaner les phrases, en

mettre en contradiction les conséquences. Je me suis borné à remarquer, à prouver qu'on ne pouvoit s'en former une idée susceptible de l'évidence géométrique. Cela m'a conduit à toucher la question plus générale de la théorie de l'infini en Mathématique, & celle que j'en ai ébauchée me paroît claire & précise, comme la demandoit l'Académie de Berlin pour sujet du prix de 1786. Je n'ai pas encore vu les pièces qui ont concouru, & qui sans doute seront plus savantes & plus travaillées que ma courte réponse N.° 14—18. Mais je crois avoir rempli mon objet, d'ôter tout appui d'une mauvaise Géométrie de l'infini aux infiniment petits; dont ensuite j'ai comparé l'usage avec celui que l'on fait des incrémens évanouissans dans la méthode des fluxions, & j'ai observé que pour épargner un pas avec les infinimens petits l'on ne va pas véritablement plus vîte, parce que l'on s'engage dans des hypothèses qu'on n'a jamais fini d'éclaircir. J'ai reconnu que soit Euler, soit D'Alembert, par des voies différentes, nous ont donné des démonstrations rigoureuses, mais le dernier nous laisse sans notion précise des différentielles isolées, le premier ne satisfait pas de la manière dont il les explique ; ce que j'ai tâché de faire sentir en peu de mots ; mais pour en voir la raison il faut remarquer qu'autant il est tout simple de concevoir que la loi de rapport demeure lorsque les grandeurs qu'elle regarde, deviennent impossibles, s'évanouissent, cessent d'exister, autant il est inexact d'attribuer immédiatement des rapports à ce qui n'existe pas; qu'autant il est clair que les *zéros* ne sont pas de grandeur égale parce qu'ils n'en ont aucune, autant il est équivoque de leur accorder l'égalité arithmétique & re-

fuser la géométrique. On voit bien ce que Mr. Euler a voulu dire, mais pour parvenir à des idées bien nettes il ne paroît pas avoir pris le vrai chemin. Au surplus, j'ai observé que la méthode des fluxions n'avoit pas seulement l'avantage d'être susceptible de démonstrations rigoureuses, mais celui de n'être point gênée à démontrer d'une manière plutôt que d'une autre, de pouvoir entre plusieurs routes choisir la plus commode, ou la plus courte, ou enfin celle qu'on voudroit. J'ai prouvé que ses notions fondamentales ne sont pas empruntées de la Mécanique, & qu'elle peut se passer d'y avoir aucun recours. Enfin j'ai parlé aussi des signes que je regarde comme assez indifférens. Cependant je n'ai pas cru devoir dissimuler que même pour la notation la Méthode Newtonienne méritoit la préférence. Il ne me reste qu'à dissiper les craintes de toute longueur ou embarras qu'on pourroit appréhender en l'embrassant. C'est l'objet de la seconde partie, beaucoup moins stérile que la première, de façon que je me flatte que le lecteur géomètre ne trouvera pas que je dusse l'épargner.

SECONDE PARTIE

Lue le 9 décemb. 1787. 30. Quoique tout cet édifice immense du Calcul Différentiel & Intégral paroisse élevé sur les Infiniment Petits, il n'est cependant qu'un fort petit nombre de propositions élémentaires qu'on soit dans le cas de poser immédiatement sur cette hypothèse. Elles ne prennent que peu de pages des gros volumes remplis de conséquences déduites par des opérations algébriques & des raisonnemens incontestables qui demeurent absolument les mêmes de quelque manière que les premières propositions soient démontrées. D'où il suit que pour la longueur, sur le total, la partie dans laquelle deux traités, l'un des Fluxions & des Fluentes, l'autre du Calcul Différentiel & Intégral, peuvent différer, est bien peu de chose, en les supposant d'ailleurs également complets, également bien faits, chacun en son genre. La différence des deux méthodes n'est que dans la manière de démontrer les fluxions dans ce peu de cas plus simples auxquels se réduisent tous les autres.

Toutes les fluxions de toute expression algébrique se déduisent en peu de lignes, comme l'on sait, de la seule fluxion de xz qu'on peut voir démontrée en peu de mots par Newton *Philos. Nat. Principia Math.* lib. 2 sect. 1 lem. 2° cas. 1°, ou ci-devant N.° 19; & plus brièvement encore nous pouvons la donner comme un corollaire de notre proposition N.° 4, par laquelle quand les coordonnées sont orthogonales, on a le produit de l'appliquée par la fluxion de l'abscisse égal à la fluxion de l'aire. Car si $AP = x$ (fig. 4) $PM = y$,

$\dot{x}y$ sera la fluxion de AOMP, & prenant AN pour abscisse, NM pour ordonnée, $\dot{y}x$ la fluxion de AOMN. Donc $\dot{x}y + \dot{y}x$ sera la fluxion de APMN $= xy$.

Je fais $y = x$, & j'ai $2\dot{x}x$ pour la fluxion de x^2, puis faisant $y = x^2$, $\dot{y} = 2\dot{x}x$, j'ai $3\dot{x}x^2$ pour la fluxion de x^3, & continuant ainsi, je conclus par induction que la fluxion de x^n est $n\dot{x}x^{n-1} = x^n \times \frac{n\dot{x}}{x}$, où l'on voit énoncée en langage algébrique la règle générale de Newton que nous avons rapportée N.° 1, & qu'à son exemple on peut se contenter de démontrer en droiture dans sa généralité en remarquant que $\underset{\cdot}{x}$, $\underset{\cdot}{y}$, $\underset{\cdot}{z}$ &c. étant les incrémens correspondans de x, y, z &c., toute équation entre ces variables doit avoir lieu aussi entre $x + \underset{\cdot}{x}$, $y + \underset{\cdot}{y}$, $z + \underset{\cdot}{z}$ &c. Donc en substituant $x + \underset{\cdot}{x}$ à x, $y + \underset{\cdot}{y}$ à y &c. on aura une seconde équation, dont retranchant la première & divisant le reste par $\underset{\cdot}{x}$, on aura une équation entre les rapports des incrémens. Mais les limites de ces rapports, au moment que les incrémens s'évanouissent, sont les rapports des fluxions. Donc en faisant $\underset{\cdot}{x}$, $\underset{\cdot}{y}$, $\underset{\cdot}{z}$ &c. égaux à zéro, & substituant $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$ à $\frac{\underset{\cdot}{y}}{\underset{\cdot}{x}} = \frac{0}{0}$, $\frac{\dot{z}}{\dot{x}}$ à $\frac{\underset{\cdot}{z}}{\underset{\cdot}{x}} = \frac{0}{0}$, &c. on aura une équation entre les fluxions. Or cette équation sera toujours la même qu'on peut avoir tout d'abord par la règle N.° 1. Cette règle donne donc les rapports des fluxions.

Par exemple soit $x^2 + xy - az + b^2 = 0$. En substituant $x + \underset{\cdot}{x}$, $y + \underset{\cdot}{y}$, $z + \underset{\cdot}{z}$ on aura

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + 2x\underset{\cdot}{x} + \underset{\cdot}{x}^2 \\ + xy + \underset{\cdot}{x}y + x\underset{\cdot}{y} + \underset{\cdot}{x}\underset{\cdot}{y} \\ - az - a\underset{\cdot}{z} \\ + b^2 \end{array}\right\} = 0$$

D'où retranchant la première équation, reste $2x\underset{\cdot}{x} + \underset{\cdot}{x}^2 + \underset{\cdot}{x}y + x\underset{\cdot}{y} + \underset{\cdot}{x}\underset{\cdot}{y} - a\underset{\cdot}{z} = 0$, équation qui divisée par $\underset{\cdot}{x}$, donne $2x + \underset{\cdot}{x} + y + \frac{x\underset{\cdot}{y}}{\underset{\cdot}{x}} + \underset{\cdot}{y} - \frac{a\underset{\cdot}{z}}{\underset{\cdot}{x}} = 0$, où égalant à zéro les incrémens, & substituant à leurs rapports ceux des fluxions, on a $2x + y + \frac{x\dot{y}}{\dot{x}} - \frac{a\dot{z}}{\dot{x}} = 0$, ou enfin $2x\dot{x} + y\dot{x} + x\dot{y} - a\dot{z} = 0$, équation qui par la règle générale se déduit immédiatement de la première en multipliant x^2 par $\frac{2\dot{x}}{x}$, xy par $\frac{\dot{x}}{x} + \frac{\dot{y}}{y}$, az par $\frac{\dot{z}}{z}$ & b^2 par zéro, nombre des dimensions des variables en ce terme.

Pour démontrer que la règle s'étend aux exposans négatifs & rompus, sans de plus longues substitutions, soit m un nombre entier & positif, & $z = \frac{1}{x^m}$; on aura $zx^m - 1 = 0$, &, par la règle, $\dot{z}x^m + mz\dot{x}x^{m-1} = 0$, $\dot{z} = \frac{-mz\dot{x}}{x} = \frac{-m\dot{x}}{x^{m+1}} = x^{-m} \times \frac{-m\dot{x}}{x}$. Soit $x^{\frac{1}{m}} = z$, $x = z^m$, $\dot{x} = z^m \times \frac{m\dot{z}}{z} = x \times \frac{m\dot{z}}{x^{\frac{1}{m}}}$; donc $\dot{z} = \frac{\dot{x}x^{\frac{1}{m}}}{mx}$, & supposant $n = \frac{1}{m}$, la fluxion de x^n sera $x^n \times \frac{n\dot{x}}{x}$, tout comme si l'exposant étoit un nom-

bre entier. Ce sont des choses très-connues que je n'écris qu'afin que l'on ait sous les yeux de quoi se convaincre qu'il n'y a pas de longueurs dans la méthode des fluxions pour les fonctions algébriques.

31. Pour les déterminer dans les courbes nous avons déjà donné, chacun avec deux démonstrations, les deux theorèmes fondamentaux, le 1.er N.° 4 pour toute surface & quadrature, le 2.d N.° 27 pour les rapports des fluxions des coordonnées & de la courbe; d'où l'on déduit en peu de mots celles des fonctions des arcs circulaires, puisqu'ayant $\dot{x} : \dot{y}$ comme la soutangente à l'ordonnée, & (lorsque les coordonnées sont perpendiculaires) la soutangente à l'ordonnée comme l'ordonnée à la sounormale, on aura cette sounormale $= \frac{y\dot{y}}{\dot{x}}$. Or dans le cercle x étant le sinus verse, y le sinus droit, la sounormale est le co-sinus, dont la fluxion est celle du sinus verse négative. On aura donc, en appelant S le sinus, C le co-sinus, A l'arc, $C = \frac{\dot{S}S}{-\dot{C}}$; & la fluxion de l'ordonnée étant à celle de la courbe, comme l'ordonnée à la tangente, dans le cercle, comme le co-sinus au rayon, $\dot{S} : \dot{A} :: \sqrt{(1 - S^2)} : 1$; $\dot{A} = \frac{\dot{S}}{C}$, &c. &c.

On peut seulement trouver quelque difficulté pour les rayons osculateurs pour lesquels 1.° on peut procéder comme dans mon Addition au Mémoire de Mr. Bernoulli à la fin de la 2.de partie de nos Mémoires pour les années 1784-1785. Car ce que j'y dis des *dispositions* n'est pas moins évident des fluxions dès que l'on a démontré que le rapport des

fluxions premières de l'abscisse & de l'ordonnée détermine la tangente. Il n'y a pour le surplus qu'à remarquer qu'en supposant la fluxion des abscisses constante, celles des ordonnées de plusieurs courbes, au point du contact commun, $\dot{y} = \dot{y} = \dot{Y}$, demeureront égales aussi long-tems qu'on aura aussi $\ddot{y} = \ddot{y} = \ddot{Y}$, & ces secondes fluxions conserveront leur égalité aussi long-tems que $\dddot{y} = \dddot{y} = \dddot{Y}$, qui de même demeureront égales aussi long-tems que $\ddddot{y} = \ddddot{y} = \ddddot{Y}$, & continuant ainsi, il faudra toujours présupposer l'inégalité des fluxions de l'ordre immédiatement suivant afin que l'égalité de celles de l'ordre précédent s'altère. Il faut donc en partant du point du contact de plusieurs courbes, concevoir l'inégalité des $\dot{y}$, $\dot{y}$, $\dot{Y}$ comme d'autant plus éloignée qu'on aura à ce point une plus longue suite d'ordres de fluxions à parcourir avant d'en trouver d'inégales. Or il est clair, qu'aussi long-tems que $\dot{y}$, $\dot{y}$, $\dot{Y}$ seront égales, les changemens des ordonnées étant les mêmes, les courbes coïncideront. Elles seront donc d'autant plus éloignées de s'écarter de la coïncidence en partant du contact, que la suite des ordres de fluxions égales y sera plus longue; & par conséquent en appelant osculations les attouchemens plus parfaits que le contact simple, on sera fondé à définir & distinguer les degrés d'osculation comme nous l'avons fait dans notre Addition citée, où le lecteur trouvera la manière la plus naturelle à mon sens & la plus courte de déterminer le rayon osculateur en partant de la notion des osculations.

32. Mais pour partir de celle de la courbure il faut commencer par déterminer cette notion; & pour cela je crois

devoir distinguer quatre choses, la courbe z, sa flexion φ, sa curvité $\frac{\varphi}{z}$, & sa courbure $\frac{\dot{\varphi}}{\dot{z}}$. Qu'on me pardonne cette nouvelle distinction entre des mots synonymes afin de ne pas confondre des grandeurs différentes. On est d'accord pour la première que faisant $z = AM$ (fig. 5.) z est la longueur de AM rectifié. J'en mesure la flexion par l'angle des normales, toujours égal au changement total de la direction du mouvement du point qui trace la courbe. Ainsi l'angle M*nm* est la flexion de *m*M, & l'angle ANM $= \varphi$ celle de AM, lesquels angles donnent la mesure de la courbe en degrés, si l'on veut, comme on l'accoutume déjà pour les Méridiens elliptiques, appliquer la division par degrés à toutes les courbes; ce qui est plus facile qu'on ne croit peut-être. Car par exemple soit AM une section conique quelconque qu'on se propose de diviser par degrés. Menez AD tangente au sommet, & du point R, pris sur l'axe à la distance AR égale à la moitié du paramètre, avec le rayon RA décrivez un cercle sur lequel coupez AO du nombre de degrés qu'il vous plaira. Joignez RO par la sécante RT, & par T conduisez CM, diamètre de la section conique, il coupera AM égal en degrés à AO, c'est-à-dire que l'angle MNA de la normale avec l'axe, sera égal à ARO. Car, nommant l'axe a, & le paramètre p, CP : CA :: PM : AT donne $\frac{1}{2}a \pm x : \frac{1}{2}a :: y : \frac{y}{1 \pm \frac{2x}{a}} = AT$. Donc, faisant PNM $=$ ART, AT : AR :: MP : PN; $\frac{y}{1 \pm \frac{2x}{a}} : \frac{1}{2}p :: y : \frac{1}{2}p \pm \frac{px}{a} = PN$. Or l'équation générale $y^2 = px \pm \frac{px^2}{a}$

donne la sounormale $\frac{y\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{1}{2}p \pm \frac{px}{a}$. Donc la même PN qui fait PNM = ARO, sera sounormale, & l'angle ANM sera l'angle de la normale avec l'axe.

Mais pour la notion de la curvité au lieu de mesurer les angles en degrés, il faut les mesurer par les arcs de cercle rectifiés du rayon $= 1$, parce qu'ainsi dans ce cercle la flexion & la longueur de l'arc étant toujours la même chose, sa curvité $\frac{\varphi}{z} = 1$ sera le terme de comparaison générale, & pour tout autre cercle, r désignant le rayon, la longueur de l'arc, dont la flexion est φ, sera $r\varphi$, & par conséquent sa curvité $\frac{\varphi}{r\varphi} = \frac{1}{r}$.

Soient Z, z deux courbes quelconques, & Φ la flexion de Z, φ celle de z, le rapport de leur curvités $\frac{\Phi}{Z} : \frac{\varphi}{z}$ sera $\frac{\Phi z}{\varphi Z}$, & si l'on prend $r = \frac{\varphi Z}{\Phi z}$, on aura la curvité de Z à celle de z, comme la curvité du cercle du rayon r à celle du cercle du rayon $= 1$. Ce qui ne laisse rien à désirer pour achever la notion de la curvité qui est le rapport de la flexion à la longueur de l'arc.

Reste la courbure, ou le rapport de la vîtesse avec laquelle la courbe plie à la vîtesse avec laquelle elle croît, $\frac{\dot{\varphi}}{\dot{z}}$, qui dans le cercle est toujours égal à la curvité, puisque $\frac{\varphi}{z} = \frac{1}{r}$ donne $r\varphi = z$, $r\dot{\varphi} = \dot{z}$, $\frac{\dot{\varphi}}{\dot{z}} = \frac{1}{r}$. Mais dans les autres courbes le rap-

port de φ à z étant variable, en faisant $\frac{\varphi}{z} = \frac{1}{r}$, il faudroit faire varier r, ce qui donneroit $r\dot{\varphi} + \varphi\dot{r} = \dot{z}$, $\frac{\dot{\varphi}}{\dot{z}} = \frac{1}{r} - \frac{r\dot{\varphi}}{zr} = \frac{\varphi}{z} - \frac{\dot{r}\varphi}{zr}$, d'où il suit que la curvité & la courbure ne peuvent être égales sans que $\dot{r}$ ou φ soient *zéro*, ou z ou r infini. Cependant si r est le rayon du cercle dont la courbure est la même que celle de z à un certain point, où par conséquent $\frac{\dot{\varphi}}{\dot{z}} = \frac{1}{r}$, la courbure du cercle étant égale à sa curvité, celle-ci nous présentera une idée sensible de la courbure de z, moyennant la réflexion que cette courbure à ce point est telle, que si elle continuoit la même, la curvité de z seroit celle du cercle du rayon r, z seroit un arc décrit avec ce rayon; ce qui nous fait concevoir un commencement de coïncidence de z avec cet arc, laquelle s'étendra sensiblement à un trait d'autant plus long que la courbure sera plus petite, & changera plus lentement, ou que r sera plus grand, $\frac{-\dot{r}}{r^2}$ plus petit. Après ces explications il est aisé de bien comprendre ce que c'est que le rayon de courbure $r = \frac{\dot{z}}{\dot{\varphi}}$, *le rayon du cercle qui coïncidroit avec la courbe, si la courbure de celle-ci demeuroit telle qu'elle est au point pour lequel ce rayon est demandé*; & il est aisé de voir que ce rayon sera le même que celui qu'on appelle de la développée.

Au surplus dès que l'on sait que le rayon de la courbure est $r = \frac{\dot{z}}{\dot{\varphi}}$, pour le déterminer il n'y a qu'à substituer à $\dot{z}$ & $\dot{\varphi}$

leurs valeurs ; on sait que $\dot{z} = (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}}$, & nous avons dit que la mesure de φ est l'arc A du rayon $= 1$ qui mesure l'angle ANM. Donc $\dot{\varphi} = \dot{A} = \frac{\dot{S}}{C} = \frac{-\dot{C}}{S}$, S étant à C, comme PM : PN :: $\dot{x} : \dot{y}$, $S\dot{y} = \dot{x}C$; où faisant $\dot{x}$ constant, on a $\dot{S}\dot{y} + S\ddot{y} = \dot{x}\dot{C} = \frac{-\dot{x}\dot{S}S}{C} = \frac{-\dot{x}^2\dot{S}}{\dot{y}}$; $\dot{x}^2\dot{S} + \dot{S}\dot{y}^2 = - S\dot{y}\ddot{y} = - \dot{x}C\ddot{y}$. Donc $\frac{\dot{S}(\dot{x}^2+\dot{y}^2)}{C} = \dot{A}(\dot{x}^2+\dot{y}^2) = -\dot{x}\ddot{y}$, & $r = \frac{\dot{z}}{\dot{\varphi}} = \frac{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{\frac{3}{2}}}{\dot{A}} = \frac{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{\frac{3}{2}}}{-\dot{x}\ddot{y}}$.

33. Mais il y a une autre manière de considérer les courbes, dont il nous faut aussi dire un mot. Soit donc AM$=z$ (fig. 6) une courbe décrite avec un rayon variable FM $= v$ qui tournant sur F, fait avec une donnée AF l'angle AFM $= x$. Il est clair que par la seule rotation de FM le point M commenceroit à décrire l'arc du cercle MS avec la vîtesse $v\dot{x}$ dans la direction de la perpendiculaire Mq, tandis que par la seule variabilité de v il auroit une vîtesse $\dot{v}$ dans la direction de Mp. Or la vîtesse $\dot{z}$ avec laquelle ce point commence à décrire Mm, est dans la direction de la tangente Mr. Donc par un corollaire facile à déduire du N.° 27, $v\dot{x}$, $\dot{v}$, & $\dot{z}$ seront proportionnelles à Mq, Mp, Mr; & faisant le rectangle FTMN semblable à qMpr, MT $= t$, MN $= n$, on aura $v\dot{x}$, $\dot{v}$ & $\dot{z}$ proportionnelles à n, t, v.

Mais je vais le démontrer autrement, soit pour donner un second exemple de la méthode des évanouissans appliquée aux figures géométriques, soit pour prévenir tout doute qu'en

ce cas le recours à des théorèmes analogues à ceux de la Mécanique sur le mouvement composé, puisse être nécessaire.

Je dis donc que quelque soit l'angle MFr, les triangles semblables FQN, QrM, MrO donnent Mr, rO, OM toujours proportionnelles à FQ, FN, QN; mais en diminuant MFr, Q s'approche de plus en plus de M jusqu'à coïncider avec ce point lorsque Fr venant sur FM, FQ & QN deviennent FM & MN, précisément à l'instant que Mr, rO, OM s'évanouissent. Donc $\left(\frac{Mr}{rO}=\frac{0}{0}\right)=\frac{FM}{FN}=\frac{v}{t}$, & $\left(\frac{Mr}{OM}=\frac{0}{0}\right)=\frac{FM}{MN}=\frac{v}{n}$. Or à mesure que l'angle MFr diminue, l'incrément $\dot{z}=$ Mm approche de plus en plus de l'égalité avec Mr, ainsi que $\dot{v}=$ Sm, & $v\dot{x}=$ MS approchent de l'égalité avec rO & MO, de façon que ces incrémens s'évanouissent en atteignant l'égalité avec ces lignes. Donc $\frac{v}{t}=\left(\frac{Mr}{rO}=\frac{\dot{z}}{\dot{v}}=\frac{0}{0}\right)=\frac{\dot{z}}{\dot{v}}$, & $\frac{v}{n}=\left(\frac{Mr}{OM}=\frac{\dot{z}}{v\dot{x}}=\frac{0}{0}\right)=\frac{\dot{z}}{v\dot{x}}$.

Pour la fluxion de l'aire AFM, il est clair qu'elle doit être la même que la fluxion du triangle FTM en y supposant FT constante & $\dot{t}=\dot{z}$, puisque dans cette supposition les incrémens naissans des deux aires seroient les mêmes. Ainsi la fluxion de l'aire AFM sera $\frac{1}{2}n\dot{z}=\frac{1}{2}v^2\dot{x}$, puisque $\frac{\dot{z}}{v\dot{x}}=\frac{v}{n}$.

Reste le rayon de courbure $r=\frac{\dot{z}}{\dot{\varphi}}$, pour lequel j'observe que FB & FT, perpendiculaires aux tangentes en A & M, étant parallèles aux normales qui forment l'angle φ, on aura

$\varphi = \mathrm{BFT} = \mathrm{BFM} - \mathrm{MFT}$. Or les points A & B étant fixes, la fluxion de BFM est la même que celle de $\mathrm{AFM} = x$. Donc, S & C désignant le sinus & le co-sinus de MFT, on aura $\dot{\varphi} = \dot{x} + \frac{\dot{C}}{S}$. Mais $S = \frac{\mathrm{TM}}{\mathrm{FM}} = \frac{t}{v} = \frac{\dot{v}}{\dot{z}}$ & $C = \frac{\mathrm{FT}}{\mathrm{FM}} = \frac{n}{v}$. Donc $\dot{C} = \frac{\dot{n}}{v} - \frac{n\dot{v}}{v^2} = \frac{\dot{n}}{v} - \frac{\dot{x}\dot{v}}{\dot{z}}$, & $\frac{\dot{C}}{S} = \frac{\dot{n}\dot{z}}{v\dot{v}} - \dot{x}$, $\dot{\varphi} = \frac{\dot{n}\dot{z}}{v\dot{v}}$, $r = \frac{\dot{z}}{\dot{\varphi}} = \frac{v\dot{v}}{\dot{n}}$; formule simple à laquelle il vaut mieux de s'arrêter que d'en éliminer $\dot{n}$ moyennant sa valeur générale tirée de $n = \frac{v^2\dot{x}}{\dot{z}} = \frac{v^2\dot{x}}{(\dot{v}^2 + v^2\dot{x}^2)^{\frac{1}{2}}}$, pour avoir enfin, en faisant $\dot{x}$ constante, $r = \frac{(\dot{v}^2 + v^2\dot{x}^2)^{\frac{3}{2}}}{2\dot{v}^2\dot{x} + v^2\dot{x}^3 - \ddot{v}vx}$.

34. Mon objet n'exige pas que je suive la méthode des fluxions dans toutes ses recherces. Peu de mots pourroit me suffire pour celle des fluxions des logarithmes. Mais l'envie de contribuer, si je le puis, à délivrer de tout paradoxe la Géométrie sublime, m'engage à placer ici quelques réflexions que je n'aurai peut-être jamais une meilleure occasion de présenter aux Géomètres.

On peut voir dans Maclaurin (Tom. 1 pag. 101 & 102) que c'est à une hypothèse de fluxions qu'on doit la découverte des logarithmes. Mais pour en donner la définition la moins arbitraire, selon l'étymologie, les logarithmes (οἱ τῶν λόγων ἀριθμοί) sont *les nombres des raisons* ou rapports composants. L'étendue ne peut avoir que trois dimensions; mais les raisons composées en fournissent à la Géométrie autant

que les exposants à l'Algèbre. La raison triplée est la même que celle des cubes ou généralement des solides semblables; mais rien n'empêche de passer aux raisons quatruplées, quintuplées, en un mot, composées de quelque nombre que ce soit de raisons égales. Et l'on ne connoît pas seulement les raisons multipliées, mais les soumultipliées, sou-doublées, sou-triplées &c. Cela posé, qu'un premier rapport $a = \frac{b}{c}$ soit pris pour base, pour terme de comparaison & mesure générale, on appelle logarithme le nombre des raisons $\frac{b}{c}$ qui composent une grandeur $n = a^m$ qu'on appelle *Nombre*, de facon que le logarithme de n est m exposant de a dans l'équation $n = a^m$.

Cependant je doute que cette définition & cette équation soient aussi heureuses & aussi exactes qu'elles semblent d'abord. Car les aires hyperboliques & la fluente de $\frac{\dot{y}}{y}$ nous présentent des logarithmes qui appartiennent indubitablement à la quantité continue, tandis que l'équation $y = a^x$ exige nécessairement que les logarithmes soient des nombres, n'ayant ni sens ni valeur si on y suppose qu'a & x soient deux lignes. On évite cet inconvénient en faisant $y = (\frac{b}{c})^{\frac{x}{c}}$ mais on découvre l'autre, essentiel à la définition, & c'est de supposer que toute grandeur puisse être le résultat de la composition d'une même raison multipliée ou soumultipliée un certain nombre de fois, ce qui n'est pas rigoureusement vrai, comme il paroît par l'équation, dans laquelle x ne peut fluer sans passer continuellement par une infinité de valeurs

incommensurables avec c, où l'équation est en défaut. Car par sa nature elle n'a de signification qu'autant qu'elle peut se réduire à une équation $y = \sqrt[r]{a^s}$ dans laquelle r & s soient deux nombres entiers. D'où il suit qu'à la rigueur elle ne peut être supposée varier que par sauts, & non par une fluxion véritablement continue. Car quoiqu'elle ne soit interrompue que par des points, cela n'emporte pas moins dans la spéculation une discontinuité. Il semble donc qu'à la rigueur cette équation regardée comme *percurrente* n'est point admissible; que ce n'est pas réellement une même équation générale entre les *Nombres* & leurs logarithmes, ce n'est qu'une ressemblance dans la forme extérieure par laquelle une infinité d'équations particulières, essentiellement différentes par leurs ordres, peuvent toutes se représenter par une même formule. D'où il suit qu'on s'expose à des paralogismes lorsqu'en partant de cette formule comme d'une équation générale, on en veut vérifier toutes les conséquences analogues à celles des équations des courbes géométriques. Du moins est-il sûr que c'est-là une source de paradoxes. On convient que les logarithmes sont des fonctions transcendantes, ce qui emporte l'impossibilité d'une équation finie entre eux & leurs *Nombres*, & cependant on en suppose une sur laquelle on raisonne tout comme si c'étoit une équation géométrique. On oublie que les imaginaires ne sont pas des grandeurs, qu'il n'y a point de sens dans les signes $\pm$ au devant d'une quantité isolée que l'on compare à une mesure générale; on ne pense qu'à pousser l'analogie, & se voyant engagé dans un labyrinthe de contradictions, ou du moins de difficultés

inextricables, on ne se doute seulement pas de la bonté de la logique qu'on a suivie. Celle de l'Algèbre est sûre, incontestable, mais autant que les signes en sont bien interprétés. Celui de l'égalité a trompé nos devanciers sur les sommes des suites divergentes, & nous trompera de même en d'autres questions si nous négligeons de remarquer qu'il n'y a pas d'égalité réelle quand tout ce qu'ordonnent les signes n'est pas réellement faisable, quand l'équation suppose quelque impossible. Or c'est un impossible que x soit une vraie fluente dans l'équation $y = a^x$, parce que dans l'équation $\frac{y}{c} = \left(\frac{a}{c}\right)^{\frac{x}{c}}$ il est impossible que $\frac{x}{c}$ soit exprimé par des nombres lorsque x & c sont incommensurables. L'équation n'est donc pas toujours réelle. Or ce n'est pas qu'alors x & y soient impossibles. C'est donc que l'équation est imparfaite, insuffisante, & par conséquent incapable de servir de fondement sûr & solide à une bonne théorie des logarithmes qu'on doit chercher dans les aires hyperboliques.

Mais cela n'empêche pas que cette équation $y = a^x$ ne soit admissible & très-utile dans la pratique; puisqu'elle est réelle toutes les fois que x est un nombre, entier ou rompu; & quoiqu'à la rigueur x ne puisse y être une vraie fluente, on peut en pratique en demander la fluxion qui à la rigueur ne sera pas la fluxion de cette équation qui n'est pas vraiement fluente, mais ce sera l'équation entre les fluxions du *Nombre* & de son logarithme.

35. Pour la trouver soient $v = y^m$, $z = y^n$; on aura $\dot{v} = m\dot{y}y^{m-1}$, $\frac{\dot{v}}{v} = \frac{m\dot{y}}{y}$, & de même $\frac{\dot{z}}{z} = \frac{n\dot{y}}{y}$. Donc $\frac{\dot{v}}{v} : \frac{\dot{z}}{z}$

$:: m : n$. Or distinguons trois logarithmes x, $x' = mx$, $x'' = nx$, nous aurons $\dot{x}' = m\dot{x}$, $\dot{x}'' = n\dot{x}$, $\dot{x}' : \dot{x}'' :: m : n$, tandis que les trois *Nombres* correspondans seront $y = a^x$, $y' = a^{x'} = a^{mx} = y^m = v$; $y'' = a^{x''} = a^{nx} = y^n = z$; $\dot{y}' = \dot{v}$, $\dot{y}'' = \dot{z}$, & $\frac{\dot{y}'}{y'} : \frac{\dot{y}''}{y''} :: m : n :: \dot{x}' : \dot{x}''$; $\frac{\dot{y}'}{y'} : \dot{x}' :: \frac{\dot{y}''}{y''} : \dot{x}''$. Donc si $\dot{x}' = \frac{A\dot{y}'}{y'}$, on aura aussi $\dot{x}'' = \frac{A\dot{y}''}{y''}$, c'est-à-dire que l'équation $\dot{x} = \frac{A\dot{y}}{y}$ sera générale, puisque m & n étant arbitraires, x' & x'' sont deux logarithmes quelconques.

Maintenant ayant deux équation $y = a^x$, $\dot{x} = \frac{A\dot{y}}{y}$ chacune avec une constante, & une de ces deux constantes étant nécessairement arbitraire, il est naturel de déterminer de préférence celle qui peut servir d'unité, & faire $A = 1$, puisque on ne peut faire $a = 1$ sans que l'on ait aussi constamment $y = 1$. Donc $x = l.y$ sera la fluente de $\dot{x} = \frac{\dot{y}}{y}$ dans le système naturel, où l'on prend A pour l'unité; & généralement, en nous rapprochant des premières idées de Néper, nous pourront dire que le *Nombre* & son logarithme sont deux fonctions respectives dont les fluxions sont comme le *Nombre* à une donnée.

En partant de cette définition on auroit $\dot{x}y = A\dot{y}$ pour équation fondamentale, laquelle donne pour première propriété de la logarithmique, dont x est l'abscisse, y l'ordonnée, la soutangente constante $\frac{\dot{x}y}{\dot{y}} = A$, qui étant la seule donnée de l'équation, est nécessairement son unité naturelle, mais étant une ligne, peut représenter une grandeur

quelconque, & se mesurer avec telle échelle que l'on veut. Le choix de cette échelle fait toute la différence des systèmes des logarithmes qui dans le fond sont toujours les mêmes, comme les secteurs circulaires, dont on n'imagine pas autant de systèmes qu'on peut donner de valeurs différentes au rayon. Cependant, comme une distinction entre des logarithmes numériquement différens est indispensable dans la pratique, on ne sauroit mieux faire que de suivre celle des systèmes qui est déjà reçue. Je voudrois seulement qu'on adoptât de préférence l'usage d'appeler logarithmes naturels ceux du système le plus simple dont le module $A = 1$, parce que ces logarithmes ne sont pas plus hyperboliques que les autres, toute hyperbole étant de soi-même indifférente à représenter tel système que l'on veut.

En effet soient CY, CZ (Fig. 7) les asymptotes, & que l'on demande les logarithmes (x) du système dont le module est A. Ayant élevé CH perpendiculaire à CY, & coupé CG : CM :: 1 : A, je tire GF & MF, parallèles aux asymptotes, & par leur intersection F, le diamètre CF; son sommet A sera le point d'origine de l'arc hyperbolique qui donne les logarithmes qu'on demande, c'est-à-dire que le côté CB du parallèlogramme ABCD représentant l'unité, l'aire ACL = ABNL = x sera le logarithme de y = CN, dans le système dont le module est A; parce que CG : CM :: CB : CE donne la hauteur, & par conséquent l'aire de ABCD = A.

Au reste, comme l'on sait, en faisant $y = 1 + z$, l'équation $\dot{x} = \frac{A\dot{y}}{y} = Ax\,\frac{\dot{z}}{1+z} = A\,(\dot{z} - \dot{z}z + \dot{z}z^2 - \dot{z}z^3 + \&c.)$

donne $x = A\,(z - \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{3}z^3 - \frac{1}{4}z^4 + \&c.)$ d'où, en substituant $\frac{d}{N}$ & $\frac{-d}{N}$ à z, on déduit $\log.(1+\frac{d}{N}) - \log.(1-\frac{d}{N}) = \log.(\frac{N+d}{N-d}) = 2A\,(\frac{d}{N} + \frac{d^3}{3N^3} + \frac{d^5}{5N^5} + \frac{d^7}{7N^7} + \&c.)$; & par le retour des suites, en faisant $v = \frac{x}{A} = z - \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{3}z^3 - \frac{1}{4}z^4 + \&c.$, on a $z = v + \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{6}v^3 + \frac{1}{24}v + \&c.$, & $y = 1 + z = 1 + v + \frac{vA}{2} + \frac{vB}{3} + \frac{vC}{4} + \&c.$ où v est le logarithme naturel de y, puisque $v = \frac{x}{A} = x$, lorsque $A = 1$; & il seroit inutile que je m'arrêtasse plus long-tems sur ce sujet.

36. J'espère d'ailleurs que ceux qui auront lu tout ce que j'ai dit jusqu'ici, ne seront plus effrayés des longueurs supposées de la méthode des fluxions, puisqu'ils auront pu remarquer que si je me suis étendu sur plusieurs points, ç'a été pour développer, pour tâcher de faire goûter des idées à moi : mais les propositions fondamentales, je les ai toutes démontrées briévement, au moins d'une manière. Je pourrois donc finir, s'il ne me falloit aussi rassurer les jeunes Géomètres contre une autre crainte, & c'est qu'en adoptant la méthode de Newton il leur faudra ou renoncer à l'avantage de profiter des travaux de tant d'habiles Géomètres qui depuis avec la caractéristique de Leibnitz ont porté la science du calcul beaucoup plus loin, ou s'engager dans un grand surcroit de difficultés pour entendre leurs ouvrages, & traduire au besoin leurs méthodes en langage Newtonien avec une notation assortissante à celles des fluxions. C'est pourquoi il faut encore que je donne ici une courte notice des nouveaux calculs,

mais suffisante pour mettre sur la voie. Je crois même devoir commencer par celui des différences finies, quoiqu'on puisse lui contester la nouveauté : je parlerai ensuite de ceux des différences des fonctions indéterminées, des différences partielles & des variations.

Nous avons déjà vu que les différences finies sont la même chose que les incrémens, que nous avons notés d'après Tailor par des points au-dessous des variables. Mais nous n'avons parlé que de l'usage qu'on en peut faire pour trouver les rapports des fluxions, tandis que c'est surtout par son utilité pour la sommation & l'interpolation des séries que la Méthode des Incrémens mérite d'être cultivée comme une des branches les plus importantes du calcul. Pour s'en former l'idée la plus générale & en même tems la plus précise, que l'on remarque qu'il ne peut y avoir que deux manières de concevoir des variables, l'une analogue à la Géométrie, en les supposant des quantités continues qui changent par une vraie fluxion, comme les lignes, l'autre analogue à l'Arithmétique, en les supposant des quantités discrètes qui passent par saut d'une valeur à l'autre, comme les nombres. Or le but de la Méthode des Incrémens dans toute son étendue est de nous apprendre à tirer tout le parti possible de cette seconde hypothèse, comme la première est l'objet de la Méthode des fluxions.

Pour cela nous commencerons par remarquer que par leurs accroissemens ou décroissemens respectifs correspondans toutes les variables qui peuvent entrer dans une même question recevant successivement des valeurs différentes, toujours liées les unes aux autres, il est bon de déterminer toutes

les valeurs qui ont lieu en même tems par le même nombre ou la même lettre que nous placerons au-dessous après les variables, comme on place les exposans des puissances au-dessus. Ainsi x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_n désignant les valeurs consécutives de x, z_0, z_1, z_2, z_3, z_n celles de z, x_2 répondra à z_2, x_3, à z_3, x_n à z_n, & généralement toutes les valeurs correspondantes seront déterminées par cette *désignation* de la quantième valeur variée qu'il faut prendre. La valeur des variables dont la *désignation* est zéro, s'appelle *primitive*, mais comme elle ne l'est que par une supposition arbitraire, rien ne nous empêche de regarder cette valeur seulement comme le terme d'où l'on est convenu de partir pour compter aussi bien les valeurs qui peuvent le précéder, que celles qui le suivent, avec cette seule différence que la *désignation* destinée par première hypothèse aux valeurs suivantes, sera négative pour les précédentes. Nous aurons donc des deux côtés une suite à l'infini

$$z_{-\infty},\ \ldots\ z_{-3},\ z_{-2},\ z_{-1},\ z_0,\ z_1,\ z_2,\ z_3,\ \ldots\ z_{\infty}.$$

Où z_{-n} sera pareillement la valeur de z qui a lieu en même tems que u_{-n}, x_{-n}, y_{-n} &c. & u_n étant toujours la même fonction de x_n, y_n, z_n que u de x, y, z, on aura u_n en mettant x_n, y_n, z_n au lieu de x, y, z dans la valeur de u.

D'où il suit que $\dot{u}_n$ ou la valeur $n.^{me}$ des premières fluxions de u, est la même chose, que la première fluxion de u_n, & $\ddot{u}_n$, valeur $n.^{me}$ des secondes fluxions de u, est la seconde fluxion de u_n, $\dddot{u}_n$ la troisième &c.

37. Mais pour les incrémens il faut prendre garde que $\underset{\cdot}{u}_0$ n'étant pas fonction de la seule u_0, mais de u_0 & u_1, $\underset{\cdot\cdot}{u}_0$ fonc-

tion de u_0, u_1, u_2, & généralement l'incrément de l'ordre m dépendant d'un nombre de valeurs consécutives $m+1$, pour fixer sans équivoque les valeurs primitives des incrémens de tous les ordres à la place où il est naturel & reçu de les supposer, il faut accorder tout incrément à la première des valeurs consécutives dont il dépend, ou à la dernière en remontant. Ainsi, par exemple, le second incrément de u_3, u_4, u_5 sera $\underset{\cdot\cdot}{u}_3$, & remontant, l'incrément de l'ordre m qui dépend de u_0, u_{-1}, u_{-2}, ... u_{-m}, sera $\underset{m.}{u}_{-m}$, où je désigne par $m.$ sous u le nombre m de points, & par conséquent l'incrément de l'ordre m; tout comme pour les fluxions, quand c'est plus commode, au lieu de $\ddot{x}$, $\dddot{x}$, $\ddddot{x}$, &c. j'écris $\overset{2.}{x}$, $\overset{3.}{x}$, $\overset{4.}{x}$, $\overset{n.}{x}$. v. N.° 28. Ainsi $\underset{2.}{x}$, $\underset{3.}{x}$, $\underset{4.}{x}$ &c. seront la même chose que $\underset{\cdot\cdot}{x}$, $\underset{\therefore}{x}$, $\underset{::}{x}$ & $\underset{n.}{x}$ la même chose que $\underset{n}{x}$ de Tailor & $\Delta^n x$ d'Euler.

Soient X_0, X_1, X_2, X_3, X_4 &c. & x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 &c. deux suites telles que chaque terme de la seconde soit l'incrément du terme correspondant de la première; nous aurons $X_1 = X_0 + x_0$, $X_2 = X_1 + x_1 = X_0 + x_0 + x_1$, & généralement $X_n = X_0 + x_0 + x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1}$. Donc, faisant $X_0 = 0$, X_n sera la somme des valeurs consécutives de x_0 à x_{n-1}, ou la somme du nombre des termes n de la suite x_0, x_1, x_2 &c., tandis que la même X_n sera la valeur de la fonction de x dont l'incrément est x_n. C'est pourquoi nous pourrons appeler *somme* ce corrélatif de l'incrément, d'autant plus qu'il est naturel à l'hypothèse essentiellement arithmétique de cette méthode de

concevoir toujours les valeurs actuelles des variables comme les sommes de tous leurs incrémens précédens. Il faut seulement remarquer que pour abréger on dit *somme* de x_n pour signifier la somme des valeurs consécutives de x qui précèdent x_n, laquelle somme est la valeur de la variante dont l'incrément est x_n ; & non seulement on dit de même *somme* de x_0 pour signifier la variante dont l'incrément est x_0, mais généralement & sans désignation de valeur déterminée, on dit *somme* de x pour signifier la variante dont l'incrément est x. Au surplus il faut prendre garde que cette somme ou variante a besoin d'être corrigée ou complétée comme les fluentes, lorsque X_0 n'est pas $= 0$. Mais ce n'est pas de quoi nous devons ici nous occuper.

Ce qu'il nous faut, c'est remarquer que la somme de $\underset{n.}{x}$ sera $\underset{(n-1).}{x}$, comme $\overset{(n-1).}{x}$ est la fluente de $\overset{n.}{x}$, & $\underset{(m-n).}{x}$ sera, tout comme l'on veut, ou l'incrément de x de l'ordre $m - n$, ou la somme de x de l'ordre $n - m$, de même que $\overset{(m-n).}{x}$ est, tout comme l'on veut, ou la fluxion de x de l'ordre $m - n$, ou sa fluente de l'ordre $n - m$; c'est pourquoi les deux suites

$$\overset{-\infty.}{x} \;\ldots\ldots\; \overset{-3.}{x},\; \overset{-2.}{x},\; \overset{-1.}{x},\; x,\; \overset{\cdot}{x},\; \overset{2.}{x},\; \overset{3.}{x} \;\ldots\ldots\; \overset{\infty.}{x}.$$

$$\underset{-\infty.}{x} \;\ldots\ldots\; \underset{-3.}{x},\; \underset{-2.}{x},\; \underset{-1.}{x},\; x,\; \underset{\cdot}{x},\; \underset{2.}{x},\; \underset{3.}{x} \;\ldots\ldots\; \underset{\infty.}{x}.$$

la première des fluxions, la seconde des incrémens, nous présentent en même tems les fluentes & les sommes de tous les ordres, désignées par la notation de leurs corrélatifs.

Pour appliquer cette notation aux variables composées, je mets tous les termes composans en parenthèse, & j'applique le signe au premier crochet, en écrivant par exemple $\dot{\left(\sqrt[n]{x^m}\right)}$ ou $\dot{\left(x^{m:n}\right)} = \frac{m\dot{x}}{n}\sqrt[n]{x^{m-n}}$; $\dot{\left(\overline{a+bx^n}^{\,r}\right)}$ ou $\dot{\left((a+bx^n)^r\right)}$

$$= nrb\dot{x}x^{n-1}\,(a+bx^n)^{r-1}\,;\quad \overset{-1.}{\left[\frac{ma\dot{x}}{nx\sqrt[n]{x^m}}\right]} = \frac{-a}{\sqrt[n]{x^m}} + C\,;$$

$\underset{.}{\left(\frac{a}{z_n}\right)}$ l'incrément du rapport de a à la valeur $n.^{me}$ de z, ou l'incrément de la valeur $n.^{me}$ de $\frac{a}{z}$, qui sont la même chose.

Au reste, comme cette notation générale, pour les fluentes & les sommes est indirecte, quand je veux les désigner directement, je me sers des abréviations *Fl.*, & *S.* pour signifier la *fluente* & la *somme*. Ainsi $Fl.x = \overset{-1.}{x}$, & $S.x = \underset{-1.}{x}$.

38. Maintenant entrons en matière. Nous avons $\underset{.}{u}_0 = u_1 - u_0$, $\underset{.}{u}_1 = u_2 - u_1$, $\underset{.}{u}_2 = u_3 - u_2$, &c. $\underset{..}{u}_0 = \underset{.}{u}_1 - \underset{.}{u}_0$, $\underset{..}{u}_1 = \underset{.}{u}_2 - \underset{.}{u}_1$, &c. $\underset{\because}{u}_0 = \underset{..}{u}_1 - \underset{..}{u}_0$, $\underset{\because}{u}_1 = \underset{..}{u}_2 - \underset{..}{u}_1$, &c. Donc, par de simples substitutions, nous aurons $\underset{..}{u}_0 = u_2 - 2u_1 + u_0$; $\underset{\because}{u}_0 = u_3 - 3u_2 + 3u_1 - u_0$, $\underset{4.}{u}_0 = u_4 - 4u_3 + 6u_2 - 4u_1 + u_0$, & généralement, pour déterminer les incrémens par les valeurs consécutives, $\underset{n.}{u}_0 = u_n - nu_{n-1}$

$$+ \frac{n(n-1)}{2}\,.\,u_{n-2} - \frac{n(n-1)(n-2)}{2\,.\,3}\,.\,u_{n-3} + \ldots\ldots \pm u_0\,;$$

selon que n est pair, ou impair. Donc, en mettant u_{m-n} au lieu de u, on aura aussi

$$\underset{n.}{u}_{m-n} = u_m - n\underset{\cdot}{u}_{m-1} + \frac{n(n-1)}{2} . \underset{..}{u}_{m-2} - \frac{n(n-1)(n-2)}{2 . 3} . \underset{3.}{u}_{m-3} + \ldots \pm \underset{n.}{u}_{m-n}$$

où l'on peut donner à m une valeur négative.

De même les incrémens étant donnés, par de simples substitutions des valeurs de $u_1 = u_0 + \underset{\cdot}{u}_0$, $u_2 = u_1 + \underset{\cdot}{u}_1$, &c. $\underset{\cdot}{u}_1 = \underset{\cdot}{u}_0 + \underset{..}{u}_0$, $\underset{\cdot}{u}_2 = \underset{\cdot}{u}_1 + \underset{..}{u}_1$ &c. on a les valeurs variées $u_1 = u_0 + \underset{\cdot}{u}_0$, $u_2 = u_0 + 2\underset{\cdot}{u}_0 + \underset{..}{u}_0$.

$u_3 = u_0 + 3\underset{\cdot}{u}_0 + 3\underset{..}{u}_0 + \underset{3.}{u}_0$, $u_4 = u_0 + 4\underset{\cdot}{u}_0 + 6\underset{..}{u}_0 + 4\underset{3.}{u}_0 + \underset{4.}{u}_0$,

& généralement

$$u_n = u_0 + n\underset{\cdot}{u}_0 + \frac{n(n-1)}{2} . \underset{..}{u}_0 + \frac{n(n-1)(n-2)}{2 . 3} . \underset{3.}{u}_0 + \ldots + \underset{n.}{u}_0,$$

& par conséquent

$$u_{m+n} = u_m + n\underset{\cdot}{u}_m + \frac{n(n-1)}{2} . \underset{..}{u}_m + \frac{n(n-1)(n-2)}{2 . 3} . \underset{3.}{u}_m + \ldots + \underset{n.}{u}_m,$$

où m peut être négatif, mais n est nécessairement positif, parce que les incrémens étant toujours accordés à la première des valeurs consécutives dont ils dépendent, ces formules supposent u_0 antérieure à u_n & u_m antérieure à u_{m+n}. En remontant on trouvera

$$u_{-n} = u_0 - n\underset{\cdot}{u}_{-1} + \frac{n(n-1)}{2} . \underset{..}{u}_{-2} - \frac{n(n-1)(n-2)}{2 . 3} . \underset{3.}{u}_{-3} + \ldots \pm \underset{n.}{u}_{-n}.$$

La valeur trouvée ci-dessus de u_n donne pour son incrément

$$\underset{\cdot}{u}_n = \underset{\cdot}{u}_0 + n\underset{..}{u}_0 + \frac{n(n-1)}{2} . \underset{3.}{u}_0 + \frac{n(n-1)(n-2)}{2 . 3} . \underset{4.}{u}_0 + \ldots + \underset{(n+1).}{u}_0 .$$

Or $\underset{\cdot}{\left(\frac{a}{u_n}\right)} = \frac{a}{u_{n+1}} - \frac{a}{u_n} = \frac{a(u_n - u_{n+1})}{u_n . u_{n+1}} = \frac{a}{u_n . u_{n+1}} \times - \underset{\cdot}{u}_n.$

Donc

$$\left(\frac{a}{\underset{\cdot}{u_n}}\right) = \frac{-a}{u_n\, u_{n+1}} \left(\underset{\cdot}{u_0} + n \underset{\cdot\cdot}{u_0} + \frac{n(n-1)}{2} \cdot \underset{3\cdot}{u_0} + \frac{n(n-1)(n-2)}{2\cdot 3} \cdot \underset{4\cdot}{u_0} + \ldots + \underset{(n+1)\cdot}{u_0} \right).$$

Soit $u_0\, u_1\, u_2 \ldots u_m$ le produit de toutes les valeurs consécutives depuis u_0 jusqu'à u_m, son incrément sera $u_1\, u_2 \ldots u_{m+1} - u_0\, u_1 \ldots u_m = u_1\, u_2 \ldots u_m\, (u_{m+1} - u_0)$. Donc en retranchant u_0 de la valeur de u_{m+1} que nous fournit la formule générale de celle de u_n, on aura $\underset{\cdot}{(}u_0 u_1 \ldots u_m) = u_1 u_2 \ldots u_m \times$

$$\left[(m+1)\underset{\cdot}{u_0} + \frac{(m+1)m}{2} \cdot \underset{\cdot\cdot}{u_0} + \frac{(m+1)\,m\,(m-1)}{2\cdot 3} \cdot \underset{3\cdot}{u_0} + \ldots + \underset{(m+1)\cdot}{u_0} \right].$$

Ces formules avec grand nombre d'autres qu'on trouve de même, fournissent des développemens & des transformations de la plus grande utilité pour parvenir à des expressions qui facilitent la résolution d'une infinité de cas. Mais je ne puis que l'indiquer pour passer sans plus de longueurs à l'objet de la méthode.

Jusqu'à présent nous n'avons supposé d'autre loi pour les valeurs consécutives que l'accord des désignations, & l'on peut encore supposer la consécution fortuite ou arbitraire. Mais en ce cas tout cet appareil de calcul n'aboutiroit à rien, puisqu'on n'en pourroit tirer que ce que l'on trouve également par de simples soustractions lorsque, les valeurs consécutives étant données, on demande leurs différences, & par de simples additions, lorsque, une variable & ses incrémens étant donnés, on souhaite les valeurs variées qui en dépendent. La méthode est donc pour les cas où la consécution est supposée assujettie à une loi, connue, ou inconnue, & alors son objet dans toute son étendue est de

déterminer réciproquement les unes par les autres les valeurs correspondantes des incrémens & des sommes de quelque ordre que ce soit. Mais comme il suffit d'aller pas à pas, la question peut se borner à l'incrément ou à la somme immédiate, & faisant $u = \underset{\pm n.}{z}$, tout se réduit à savoir passer 1.° de u à $\underset{\cdot}{u}$, 2.° de $\underset{\cdot}{u}$ à u. 3.° de u_m à u_n, mais cette dernière question est plutôt un moyen qu'un but de la méthode.

Le 1.er cas suppose u fonction d'une autre variable x dont l'incrément soit donné, & si l'on connoît la fonction de x que nous désignerons par $X = u$, ce cas, comme l'on sait, peut toujours se résoudre en substituant $x_0 + \underset{\cdot}{x}_0$ à x dans X pour avoir X_1, & $X_1 - X_0 = \underset{\cdot}{X}_0 = \underset{\cdot}{u}_0$, &, sans désignation, $\underset{\cdot}{X} = \underset{\cdot}{u}$.

Pour le 2.d cas, si l'on a l'équation $\underset{\cdot}{X} = \underset{\cdot}{u}$, il n'y a qu'à en tirer la valeur de $\frac{\underset{\cdot}{u}}{\underset{\cdot}{x}}$ & y faire $\underset{\cdot}{x} = 0$, pour avoir la valeur de $\left(\frac{\underset{\cdot}{u}}{\underset{\cdot}{x}} = \frac{0}{0}\right) = \frac{\dot{u}}{\dot{x}}$, qui donnera l'équation $\dot{u} = \dot{X}$, dont la fluente $u = X + C$ est la résolution de ce cas.

Le 3me, lorsque l'on a l'équation $u = X$, est plus facile, puisqu'ayant la valeur $A = X_m$, on en conclura celle de $a = x_m$, & l'incrément constant étant donné $\underset{\cdot}{x} = b$, on aura $a + (n - m)b = x_n$, valeur qui mise au lieu de x dans X, donne $X_n = u_n$.

On peut remarquer qu'en supposant $a = x_0$, & la désignation variable $= z$, si l'on substitue $a + bz$ à x dans X,

l'on aura une équation $Z = u_z$, qui rend les valeurs successives fonctions de leur désignation.

39. Mais souvent aucune de ces deux equations $X = u$, $\dot{X} = \dot{u}$ n'est donnée, & alors il n'y a de méthode générale que par approximation, autant que l'on est fondé à supposer que si l'on trouve une fonction de z qui satisfasse à un certain nombre de valeurs données de u_z, cette fonction ne différera pas sensiblement de la véritable $Z = u_z$. En le supposant, pour donner à la solution toute la généralité, on peut avec Newton en sa Méthode différentielle (*Opusc. Mathem.* Tom I. p. 273) recourir à la Géométrie en faisant représenter z par une droite qui sera la partie variable de l'abscisse $A + z$ d'une courbe du genre parabolique dont l'ordonnée sera $u = A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + Ez^4 +$ &c. équation tout au plus d'autant de termes qu'on a de valeurs données de u, & dont les constantes A, B, C, &c. se déterminent moyennant les différences de ces valeurs.

On peut, en renonçant à l'avantage spéculatif d'une quadrature exacte, avoir souvent des séries convergentes préférables dans la pratique, moyennant une courbe du genre hyperbolique, comme fait Stirling dans son excellent petit ouvrage sur les Séries infinies (*Methodus differentialis &c. auctore Jacobo Stirling. Londini* a. 1730 in 4°). Mais avant de recourir aux approximations il faut toujours commencer par voir si la loi de consécution peut se déterminer exactement, si ce n'est par l'équation $Z = u_z$, par quelqu'autre, telle que $Z = u_z - u_{z-1}$, ou $au_z = bu_{z-1} + cu_{z-2}$,

ou $au_z = bu_{z-1} + cu_{z-2} + du_{z-3}$, ou de quelque forme & de quelque nombre de termes qu'elle puisse être.

Ainsi la difficulté de la méthode se réduit, un nombre suffisant de termes d'une série u_0, u_1, u_2, &c. étant donné, 1.° à exprimer la loi de consécution d'une manière convenable à la détermination générale de u_z, où la valeur de z pouvant être un nombre rompu, l'expression donnera non seulement le *terme général*, mais l'interpolation de la série. 2.° à exprimer de même la loi de consécution de la série dont le terme général est $V_n = S.u_n$. Pour voir comment cela peut se faire moyennant les incrémens, il suffira de résoudre le cas le plus simple. Il embrasse toutes les suites de termes u_0, u_1, u_2 &c. dont les incrémens d'un ordre quelconque m sont constans, & par conséquent $\underset{(m+1).}{u} = 0$; & il exige que l'on connoisse le nombre de termes consécutifs $m+1$. Soit donc $u_0 = A$, $u_1 = b$, $u_2 = c$ &c. on en conclura les incrémens $\underset{\cdot}{u}_0 = b - A = \alpha$, $\underset{\cdot\cdot}{u}_0 = c - 2b + A = \beta$, $\underset{\therefore}{u}_0 = d - 3c + 3b - A = \gamma$ &c; & ces valeurs substituées dans $u_n = u_0 + n\underset{\cdot}{u}_0 + \frac{n(n-1)}{2}.\,\underset{\cdot\cdot}{u}_0 + \&c$; donneront l'expression cherchée $u_n = A + n\alpha + \frac{n(n-1)}{2}\beta + \frac{n(n-1)(n-2)}{2.\,3.}\gamma + \&c.$ qui finira au nombre de termes $m+1$, lorsque $m < n$, ou n est un nombre rompu.

De même pour V_n puisque $V = S.u$, nous aurons $\underset{\cdot}{V}_0 = u_0 = A$, $\underset{\cdot\cdot}{V}_0 = \underset{\cdot}{u}_0 = \alpha$, $\underset{\therefore}{V}_0 = \underset{\cdot\cdot}{u}_0 = \beta$, &c. jusqu'à $\underset{(m+2).}{V} = \underset{(m+1).}{u} = 0$. Donc $V_n = V_0 + nA + \frac{n(n-1)}{2}.\,\alpha + \frac{n(n-1)(n-2)}{2.\,3}.\,\beta + \&c.$

où $V_0 = S.u_0$ devant être la somme de tous les incrémens qui précèdent $u_0 = A$, si l'on suppose, comme dans la sommation des suites, que ce premier terme u_0 n'est précédé d'aucun autre, on aura $V_0 = 0$, & $S.u_n = nA + \frac{n(n-1)}{2}.\alpha + \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}.\beta +$ &c.

40. Je serai plus court sur les fluxions des fonctions indéterminées. Soient V, X, Y, Z des fonctions de variables, il n'importe de quelles ni de combien. Dans la fluxion de V, si une de ses variables est x, il y aura une partie multipliée par $\dot{x}$, que je désignerai par $p\dot{x}$, où p pourra être variable, & cette partie $p\dot{x}$ de $\dot{V}$ sera la fluxion totale, si x est la seule variable. Donc si $f.\frac{V}{\dot{x}}$ désigne la fluxion de V prise n'y supposant de variable que x & divisée par $\dot{x}$, j'aurai $f.\frac{V}{\dot{x}} = p$. De même si une seconde variable est y, j'aurai une seconde partie $q\dot{y}$, où $q = f.\frac{V}{\dot{y}}$, & pour une troisième z j'aurai une troisième partie $r\dot{z}$, où $r = f.\frac{V}{\dot{z}}$. Donc $\dot{V} = p\dot{x} + q\dot{y} + r\dot{z}$ + &c. $= \dot{x}f.\frac{V}{\dot{x}} + \dot{y}f.\frac{V}{\dot{y}} + \dot{z}f.\frac{V}{\dot{z}}$ + &c.

On aura de même $\dot{X} = \dot{x}\,f.\frac{X}{\dot{x}} + \dot{y}f.\frac{X}{\dot{y}} + \dot{z}f.\frac{X}{\dot{z}}$ + &c. $\dot{Y} = \dot{x}f.\frac{Y}{\dot{x}} + \dot{y}f.\frac{Y}{\dot{y}} + \dot{z}f.\frac{Y}{\dot{z}}$ + &c. Soit $\dot{V} = p\dot{x} + q\dot{y}$, $\ddot{V} = \dot{p}\dot{x} + p\ddot{x} + \dot{q}\dot{y} + q\ddot{y}$; comme dans V il n'y a de variables que x & y, il ne peut y en avoir d'autres dans p & q.

Donc $\dot{p} = \dot{x} f. \frac{\dot{p}}{\dot{x}} + \dot{y} f. \frac{\dot{p}}{\dot{y}}$, $\dot{q} = \dot{x} f. \frac{\dot{q}}{\dot{x}} + \dot{y} f. \frac{\dot{q}}{\dot{y}}$

Qu'on substitue à p & q leurs valeurs, on aura $f. \frac{\dot{p}}{\dot{x}} = f. \frac{f. \frac{\dot{V}}{\dot{x}}}{\dot{x}}$ qui montre qu'il faut prendre deux fois la fluxion ne supposant de variable que x, & chaque fois divisant par $\dot{x}$, la première fois pour avoir $f. \frac{\dot{V}}{\dot{x}} = p$, la seconde pour avoir $f. \frac{\dot{p}}{\dot{x}}$.

Je désigne cela par $ff. \frac{\dot{V}}{\dot{x}^2}$, & j'ai $f. \frac{\dot{p}}{\dot{x}} = ff. \frac{\dot{V}}{\dot{x}^2}$, $f. \frac{\dot{q}}{\dot{y}} = ff. \frac{\dot{V}}{\dot{y}^2}$.

Pour $f. \frac{\dot{p}}{\dot{y}} = f. \frac{f. \frac{\dot{V}}{\dot{x}}}{\dot{y}}$ on voit qu'il faut prendre la fluxion deux fois, la première ne supposant de variable que x & divisant par $\dot{x}$ pour avoir p, la seconde ne supposant de variable que y & divisant par $\dot{y}$ pour avoir $f. \frac{\dot{p}}{\dot{y}}$. Je désigne cela par $ff. \frac{\dot{V}}{\dot{x}\dot{y}}$, & j'ai $f. \frac{\dot{p}}{\dot{y}} = ff. \frac{\dot{V}}{\dot{x}\dot{y}}$, $f. \frac{\dot{q}}{\dot{x}} = f. \frac{f. \frac{\dot{V}}{\dot{y}}}{\dot{x}} = ff. \frac{\dot{V}}{\dot{y}\dot{x}}$.

Or c'est un principe connu, & une conséquence nécessaire de la nature des opérations que l'on fait pour avoir les fluxions, qu'il est indifférent de commencer par la supposition de la seule variable x ou de la seule y, dès que l'on prend une fluxion dans une de ces hypothèses & la fluxion de cette fluxion dans l'autre, on obtient toujours le même résultat, parce que $f. \frac{\dot{p}}{\dot{y}} = f. \frac{\dot{q}}{\dot{x}}$. Donc en substituant dans $\ddot{V} = \dot{p}\dot{x} + \dot{q}\dot{y} + p\ddot{x} + q\ddot{y}$ les valeurs de $\dot{p}, \dot{q}, p, q$, on aura $\ddot{V} = \dot{x}^2 ff. \frac{\dot{V}}{\dot{x}^2} + \dot{y}^2 ff. \frac{\dot{V}}{\dot{y}^2} + 2\dot{x}\dot{y} ff. \frac{\dot{V}}{\dot{x}\dot{y}} + \ddot{x} f. \frac{\dot{V}}{\dot{x}} + \ddot{y} f. \frac{\dot{V}}{\dot{y}}$.

On passe à la valeur de $\ddot{V}$ moyennant $f.\,ff.\frac{V}{\dot{x}^2} = \dot{x}\, fff.\frac{V}{\dot{x}^3}$ $+ \dot{y}\, fff.\frac{V}{\dot{x}^2\dot{y}}$, $f.ff.\frac{V}{\dot{x}\dot{y}} = \dot{x} fff.\frac{V}{\dot{x}^2\dot{y}} + \dot{y} fff.\frac{V}{\dot{x}\dot{y}^2}$, & ce procédé peut se continuer à l'infini. Chaque terme d'une fluxion développée par cette méthode peut s'appeler une fluxion partielle, puisque c'est ce qu'on appelle une différence partielle dans le langage le plus reçu; & cette dénomination s'étend à la valeur d'un de ces termes de quelque manière qu'elle soit exprimée.

41. Ainsi une fluxion partielle est une partie de la fluxion d'une fonction de plusieurs variables, & précisément cette partie qui dépend des fluxions indiquées par le dénominateur. Elle est le produit de ces mêmes fluxions par un coefficient qui est une espèce de rapport de fluxions, par exemple $f.\frac{V}{\dot{x}}$ qui est le rapport des fluxions de V & de x en tant que celle de V dépend de celle de x, puisqu'en ne faisant varier que x, on a $\dot{V} = \dot{x} f.\frac{V}{\dot{x}}$, $\frac{\dot{V}}{\dot{x}} = f.\frac{V}{\dot{x}}$. Mais comme la fluxion totale $\dot{V} = \dot{x} f.\frac{V}{\dot{x}} + \dot{y} f.\frac{V}{\dot{y}} + \dot{z} f.\frac{V}{\dot{z}} +$ &c. donne $\frac{\dot{V}}{\dot{x}}$ $= f.\frac{V}{\dot{x}} + \frac{\dot{y} f.\frac{V}{\dot{y}} + \dot{z} f.\frac{V}{\dot{z}} + \text{\&c.}}{\dot{x}}$, pour éviter toute confusion, j'appellerai cette dernière valeur le rapport effectif, & la première le rapport essentiel de $\dot{V} : \dot{x}$; parce que l'autre partie du rapport effectif dépendant de $\dot{y}$, $\dot{z}$ &c. fluxions arbitraires dans ce rapport, n'est qu'accidentelle & extrinsèque à la supposition de la fluxion de x. Je dis $\dot{y}$, $\dot{z}$ &c. arbitraires, parce que lorsqu'elles ne le sont pas, c'est par

d'autres équations ou conditions ajoutées à l'équation qui constitue V fonction de x, y, z, dans laquelle une de ces variables suffit pour faire fluer V. Les coefficiens $ff.\frac{\dot{V}}{\dot{x}^2}=f.\frac{\dot{p}}{\dot{x}}$, $ff.\frac{\dot{V}}{\dot{x}\dot{y}}=f.\frac{\dot{p}}{\dot{y}}$, &c. sont de même des rapports essentiels de fluxions, le premier de celles de p & de x, le second de celles de p & de y, mais $p=f.\frac{\dot{V}}{\dot{x}}$ est déjà un rapport essentiel de fluxions. Donc $ff.\frac{\dot{V}}{\dot{x}^2}$, $ff.\frac{\dot{V}}{\dot{x}\dot{y}}$, &c. seront des seconds rapports essentiels &c. &c.

Or rien n'est plus ordinaire que d'avoir des rapports essentiels de fluxions, donnés par les lois de la Dynamique ou autrement, tandis que leur rapport effectif peut aussi dépendre d'autres variables: & s'il n'est question que d'en tirer le rapport des fluentes en chaque cas particulier, lorsque V étant fonction de x, y, z, en supposant y & z constantes, on trouve la valeur de $p=f.\frac{\dot{V}}{\dot{x}}$, la méthode ordinaire des fluentes donne dans la même hypothèse $V=Fl.\,p\dot{x}+C$, où rien n'empêche de regarder ensuite y & z comme variables. Mais on se tromperoit à croire que V ainsi déterminée, soit la seule fonction telle que le rapport essentiel de sa fluxion à $\dot{x}$ soit p. Il pourra y en avoir d'autres U, Φ &c. qui donneront également $f.\frac{\dot{U}}{\dot{x}}=p$, $f.\frac{\dot{\Phi}}{\dot{x}}=p$, &c. Reste donc à trouver l'équation $V=P$ qui non seulement satisfait à la donnée $\dot{V}=f.\frac{\dot{V}}{\dot{x}}$, mais en embrasse toute l'étendue ne disant ni plus ni moins; & l'on sent que cette question n'est

que le cas le plus simple de cette autre, une équation avec des rapports essentiels de fluxions étant donnée, trouver l'équation entre leurs fluentes, laquelle énonce la même chose. C'est l'objet du *Calcul aux Différences partielles*. Pour en faire mieux sentir l'utilité j'ai employé la nouvelle dénomination de rapports essentiels. Peut-être auroit-il été plus exact de les appeler rapports de fluxions respectives; mais maintenant que la notion en est assez déterminée, il suffira de les indiquer par le seul mot de *relations*, & la question se réduira à trouver les fonctions des variables moyennant les *relations* de leurs fluxions. C'est sous ce point de vue que le calcul aux différences partielles est présenté par Euler, & expliqué dans le plus grand détail dans le 3.me volume de son calcul intégral.

Mais pour bien saisir la difficulté de la question remarquons encore que la seule équation $f.\frac{V}{\dot{x}} = p$ étant supposée donnée, la seconde partie du rapport effectif $\frac{\dot{V}}{\dot{x}} = f.\frac{V}{\dot{x}} + \frac{\dot{y}f.\frac{V}{\dot{y}} + \dot{z}f\frac{V}{\dot{z}} + \&c.}{\dot{x}}$, reste arbitraire. Il faudra donc que l'équation entre V & x ait aussi une partie arbitraire variable φ. Mais si pour cela on se bornoit à mettre φ au lieu de C dans l'équation $V = Fl.p\dot{x} + C$, l'expression seroit trop vague, parce que φ seroit une arbitraire sans restriction, tandis qu'il est clair 1.° qu'elle ne peut être fonction de x, 2.° qu'il suffit de la faire fonction d'une autre variable seule pour donner à la solution toute la généralité possible. Et il y a une infinité de cas où la forme de la fonction arbitraire se

trouve déterminée. Ce qui fait d'abord sentir le besoin de signes pour introduire dans le calcul les fonctions arbitraires énoncées sans confusion dans cette espèce de détermination dont elles sont susceptibles en demeurant arbitraires. Pour cela je prens $\varphi.$ pour caractéristique, tenant lieu du mot *fonction*, & je désigne par $\varphi.x$ une fonction quelconque de x, tandis que $\varphi.(a+x)^n$ est bien aussi une fonction de x, mais d'une forme déterminée, c'est une fonction quelconque d'une autre variable $z=(a+x)^n$; $\varphi.(x, y, z)$ est une fonction quelconque de ces trois variables, tandis que $\varphi.xyz$ est une fonction de ces mêmes variables, mais moins indéterminée, une fonction quelconque de leur produit xyz. Plusieurs fonctions des mêmes variables & de la même forme doivent-elles entrer dans le calcul? on les distinguera par des traits, ou nombres romains ajoutés comme des exposans à la caractéristique, φ', φ'', φ''', φ^{IV}, φ^{V} &c. qui désigneront l'identité de la fonction arbitraire, quand le nombre distinctif de φ sera le même. Doit-on prendre la même fonction de deux variables différentes? Je me sers d'un Φ majuscule en écrivant, par exemple, $\Phi.(bx+ay)+\Phi.(bx-ay)$ pour exprimer une même fonction quelconque de ces deux variables, $bx+ay=u$, $bx-ay=z$; & ce Φ tout comme le φ est susceptible de traits distinctifs. Ils fournissent une expression pour les fluxions, puisqu'ayant $z=\varphi.V$ on sait que $\dot{z}$ est égale à $\dot{V}$ multipliée par une autre fonction de V. Donc $\dot{z}=\dot{V}\varphi'.V$, & si $V=\varphi.x$, $\dot{z}=\dot{x}\,\varphi'.x\,\varphi''.x$. Si $z=\varphi.(ax+by)$, $\dot{z}=(a\dot{x}+b\dot{y})\varphi'.(ax+by)$; si $z=\varphi.\frac{x}{y}$, $\dot{z}=\frac{\dot{x}y-\dot{y}x}{y^2}\varphi'.\frac{x}{y}$.

Mais pour avoir une expression plus générale nous désigne-

rons aussi les fluxions des fonctions par des points sur le φ. Ainsi $\dot{\varphi}. (x, y)$ sera la fluxion de $\varphi. (x, y)$ & $\ddot{\varphi}^{iv}.(a^2 - x^2)$ la seconde fluxion de $\varphi^{iv}. (a^2 - x^2)$. A tous ces signes il ne sera pas tout-à-fait inutile d'en ajouter encore un, & c'est un trait horizontal sur les variables lorsqu'il faut les traiter comme constantes. Ainsi lorsqu'on trouvera dans une même équation $\bar{y}$ & y on n'aura pas besoin d'être averti qu'au tel terme y est constante, & variable au tel autre.

Maintenant soit $f.\frac{\dot{V}}{\dot{x}} = y$. Nous aurons par la méthode ordinaire des fluentes $V = Fl. \bar{y}\dot{x} + C$, où C pourra être fonction de $\bar{y}$. Donc $V = yx + \varphi. y$.

42. Mais dirons nous, comme on nous l'inculque, que $\varphi. y$ non seulement est arbitraire, mais peut-être une fonction discontinue? Ce qu'on prétend en l'inculquant, bien entendu, n'est pas douteux. Mais la phrase laisse lieu à des doutes & des disputes qu'il est bon de prévenir en l'expliquant. Rien d'irrégulier peut être mesuré ni calculé qu'en le décomposant en parties supposées régulières, aussi petites qu'on voudra. C'est pourquoi une fonction discontinue doit nécessairement se réduire à une succession de fonctions continues différentes; c'est-à-dire que les valeurs consécutives de y étant $y_0 = 0$, $y_1 = a$, $y_2 = ab$, $y_3 = ac$ &c. où a, b, c sont des données aussi petites qu'on voudra, l'hypothèse de la fonction discontinue se réduit à supposer que depuis y_0 jusqu'à y_1 la fonction est $\varphi. y$, depuis y_1 jusqu'à y_2 elle est $\varphi'. y$, & $\varphi''. y$ depuis y_2 jusqu'à y_3, $\varphi'''. y$ depuis y_3 jusqu'à y_4 &c. $\varphi. y$, $\varphi'. y$, $\varphi''. y$, $\varphi'''. y$, &c. étant des différentes fonctions continues de y. On aura donc une suite d'équations différen-

tes $V = xy + \varphi.y$, $V = xy + \varphi'.y$, $V = xy + \varphi''.y$, $V = xy + \varphi'''.y$, &c. dont la 1.ere & la 2.de ayant lieu ensemble lorsque $y = a$, donneront $V_1 = x_1 y_1 + \varphi.y_1 = x_1 y_1 + \varphi'.y_1$, $\varphi.y = \varphi'.y$ au moment que les deux équations se joignent, & la seconde succède à la première. De même la 2de donnant $V_2 = x_2 y_2 + \varphi'.y_2$ & la 3me $V_2 = x_2 y_2 + \varphi''.y_2$ lorsqu'$y = ab$, il faut faire $\varphi'.y_2 = \varphi''.y_2$, & l'on sent que par la même raison on aura $\varphi''.y_3 = \varphi'''.y_3$, $\varphi'''.y_4 = \varphi^{IV}.y_4$ &c. &c. Supposons donc $\varphi.y = ay$, $\varphi'.y = y^2$, $\varphi''.y = \frac{a^3 b^3}{y}$, &c., ce qui nous donnera $\varphi.y_1 = ay_1 = y_1^2 = \varphi'.y_1$, $\varphi''.y_2 = y_2^2 = a^2 b^2 = \varphi''.y_2$ & $V_1 = ax_1 + a^2$, $V_2 = abx_2 + a^2 b^2$ soit par l'équation qui finit, soit par celle qui commence à ces valeurs. La valeur de $\dot{V}$ depuis y_0 jusqu'à y_1 sera $\dot{V} = \dot{x}y + \dot{y}(x + a)$, depuis y_1 jusqu'à y_2 $\dot{V} = \dot{x}y + \dot{y}(x + 2y)$, & depuis y_2 jusqu'à y_3, $\dot{V} = \dot{x}y + \dot{y}\left(x - \frac{a^3 b^3}{y^2}\right)$. Donc nous aurons en même tems par les deux équations qui se suivent, $\dot{V}_1 = a\dot{x}_1 + \dot{y}_1(x_1 + a)$, & $\dot{V}_1 = a\dot{x}_1 + \dot{y}_1(x_1 + 2a)$, lorsque $y = a$, & lorsque $y = ab$, $\dot{V}_2 = ab\dot{x}_2 + \dot{y}_2(x_2 + 2ab)$ & $\dot{V}_2 = ab\dot{x}_2 + \dot{y}_2(x_2 - ab)$, valeurs inégales qui prouvent que $\dot{V}$ n'est pas la même grandeur dans les équations qui se succèdent, & par conséquent que V n'y est pas la même fluente.

Il est aisé de trouver des fonctions qui s'accordent où elles se succèdent, aussi bien pour les valeurs de $\dot{V}$ que pour celles de V. Par exemple $\varphi.y = 3ay^2 - a^3$, $\varphi'.y = 2y^3$, $\varphi''.y = y^3 + \frac{3aby^2 - a^3 b^3}{2}$, dont la première & la seconde donnent également $V_1 = ax_1 + 2a^3$, $\dot{V}_1 = a\dot{x}_1 + \dot{y}_1 x_1 +$

$6a^2\dot{y}_1$ lorsqu' $y = a$, & la seconde & la troisième $V_2 = abx_2 + 2a^3b^3$, $\dot{V}_2 = ab\dot{x}_2 + \dot{y}_2\,(x_2 + 6a^2b^2)$ lorsqu' $y = ab$; & l'on pourroit de même trouver des fonctions qui s'accordassent aussi pour les valeurs de $\ddot{V}_1$, $\ddot{V}_2$ & pour celles de $\dddot{V}_1$, $\dddot{V}_2$, &c. Pour les premières fluxions il suffit que les courbes dont l'abscisse est y & l'ordonnée la fonction arbitraire, se touchent où elles se succèdent; pour les secondes fluxions il faut que leur contact soit osculation; pour les troisièmes que l'osculation soit du 2[d] ordre; pour les quatrièmes qu'elle soit du troisième, &c. Mais comme avec des fonctions différentes on ne pourra jamais avoir les mêmes valeurs particulières pour la fluente & toutes ses fluxions à l'infini, quelque soit l'ordre m auquel commence l'inégalité, il ne sera pas moins évident que puisque aux points où la fonction arbitraire change, on a deux différentes $\overset{m\cdot}{V}$, à ces points il y a deux V; d'où il suit qu'en changeant de fonction arbitraire on change de fluente.

Mais ce n' est là une conséquence nécessaire que dans la spéculation Géométrique qui ne peut concevoir de différence ou d'identité de fluentes que par la différence ou l'identité de la loi de leur fluxion, parce que son sujet est la grandeur abstraite. Mais dans l'application & en Physique une fluxion irrégulière doit s'admettre tout comme une ligne, une surface, un corps irrégulier, & dès que la chose qu'on suppose fluer, est toujours la même, quoique la loi de sa fluxion change, c'est la même fluente. C'est pourquoi il me paroît incontestable que dans les applications de la méthode de

trouver les fonctions des variables moyennant les relations de leurs fluxions, les fonctions arbitraires peuvent être discontinues. La fluente ne sera pas un seul & même Tout géométrique; mais qu'importe? ce sera la somme de plusieurs parties contigues, comme la mesure d'une surface irrégulière. Je parle en général; car le problème des cordes vibrantes qui a donné lieu à cette question, exige d'autres discussions qui seroient déplacées ici.

43. Au reste lorsqu'il ne s'agit que d'un seul rapport essentiel de fluxions, la fluente n'a pas de difficulté particulière à ce calcul. Ce n'est que pour les équations de plusieurs de ces rapports qu'il faut une méthode. Comme on ne peut pas en prendre tout simplement la fluente dans la supposition d'une seule variable, il faut commencer par obtenir une équation de fluxions ordinaires, & il est clair qu'on ne peut avoir recours pour cela qu'aux conditions des fluxions exactes, à ces équations qui n'ajoutent rien à la supposition qu'une grandeur soit la fluxion d'une autre; par exemple $\dot{\varphi}.V = \dot{V}\varphi'.V$. $\dot{\varphi}.(x,y) = \dot{z} = \dot{x}f.\frac{z}{\dot{x}} + \dot{y}f.\frac{z}{\dot{y}}$, qu'il est plus court d'écrire $\dot{z} = p\dot{x} + q\dot{y}$. $\dot{p} = \dot{x}f.\frac{p}{\dot{x}} + \dot{y}f.\frac{p}{\dot{y}} = r\dot{x} + s\dot{y}$; $\dot{q} = \dot{x}f.\frac{q}{\dot{x}} + \dot{y}f.\frac{q}{\dot{y}} = s\dot{x} + t\dot{y}$, parce que $f.\frac{p}{\dot{y}} = f.\frac{q}{\dot{x}}$. $\ddot{z} = \dot{x}^2 ff.\frac{z}{\dot{x}^2} +$ &c. $= r\dot{x}^2 + 2s\dot{x}\dot{y} + t\dot{y}^2 + p\ddot{x} + q\ddot{y}$.

Pour en voir l'usage, soit $Mp + Nq = 0$, c'est-à-dire $Mf.\frac{z}{\dot{x}} + Nf.\frac{z}{\dot{y}} = 0$. On aura $q = -\frac{Mp}{N}$. Donc $\dot{z} = p\dot{x}$

$+ q\dot{y} = p\dot{x} - \frac{Mp\dot{y}}{N} = \frac{p(N\dot{x} - M\dot{y})}{N}$, équation de fluxions ordinaires, dont le second membre doit être une fluxion exacte, puisqu'il est égal à $\dot{z}$, & on peut le rendre tel en le multipliant par un facteur convenable, parce que le rapport $\dot{x} : \dot{y}$ étant tout-à-fait arbitraire, ce second membre est & restera encore après cette multiplication tout-à-fait indéterminé.

Soit donc $\frac{uN}{p}$ un facteur qui rende ce second membre une fluxion exacte; nous aurons $\dot{z} = u(N\dot{x} - M\dot{y})$. Mais si cette équation est une fluxion exacte, $\dot{z} = u(N\dot{x} - M\dot{y}) \times \varphi.\ Fl.\, u(N\dot{x} - M\dot{y})$ l'est aussi, & c'est l'expression générale dont la première n'est qu'un cas particulier. Donc pour n'astreindre l'équation qu'à la condition de fluxion exacte, c'est par le facteur plus indéterminé $\frac{uN}{p}\ \varphi.\ Fl.\, u(N\dot{x} - M\dot{y})$ qu'il faut multiplier le second membre pour avoir les équations $\dot{z} = u(N\dot{x} - M\dot{y})\ \varphi.\ Fl.\, u(N\dot{x} - M\dot{y})$,
$z = \varphi'.\ Fl.\, u(N\dot{x} - M\dot{y})$ qui n'énoncent ni plus ni moins que la proposée.

En effet, soit $M = y$, $N = -x$; $N\dot{x} - M\dot{y} = -x\dot{x} - y\dot{y}$ étant une fluxion exacte, u n'est pas nécessaire; mais il est permis & commode de faire $u = -2$, $z = \varphi.\ Fl.\, 2(x\dot{x} + y\dot{y}) = \varphi.\ (x^2 + y^2)$ équation qui énonce la même chose que la proposée $yf.\frac{z}{x} - xf.\frac{z}{y} = 0$, puisqu'elle donne $\dot{z} = 2(x\dot{x} + y\dot{y})\ \varphi'.\ (x^2 + y^2)$, où faisant $\dot{y} = 0$, on a

$\dot{x}f.\frac{z}{x} = 2\dot{x}x\varphi'.(x^2 + y^2)$ & faisant $\dot{x} = 0$, $\dot{y}f.\frac{z}{y} = 2\dot{y}y \times \varphi'.(x^2 + y^2)$. Donc $yf.\frac{z}{x} = 2xy\varphi'.(x^2 + y^2) = xf.\frac{z}{y}$. Si quelque lecteur moins familiarisé avec les fonctions arbitraires, hésitoit en ces dernières lignes où $\varphi'.(x^2 + y^2)$ est une fonction quelconque, mais toujours la même, qu'il applique la formule à des fonctions déterminées $z = (x^2 + y^2)^n$, $z = l.(x^2 + y^2)$, $z = \text{sin. arc.} (x^2 + y^2)$, il trouvera que chacune donne $yf.\frac{z}{x} = xf.\frac{z}{y}$.

Soit $a^2 ff.\frac{z}{x^2} = b^2 ff.\frac{z}{y^2}$, ou $a^2 r - b^2 t = 0$. Moyennant les équations $\dot{p} = r\dot{x} + s\dot{y}$, $\dot{q} = s\dot{x} + t\dot{y}$, j'élimine $r = \frac{\dot{p} - s\dot{y}}{\dot{x}}$, $t = \frac{\dot{q} - s\dot{x}}{\dot{y}}$, & j'ai $a^2\dot{p}\dot{y} - b^2\dot{q}\dot{x} - s(a^2\dot{y}^2 - b^2\dot{x}^2) = 0$, équation de fluxions ordinaires, où le rapport $\dot{x} : \dot{y}$ étant tout-à-fait arbitraire, on doit pouvoir supposer $\frac{\dot{x}}{\dot{y}} = \pm \frac{a}{b}$, ce qui donne $a^2\dot{y}^2 - b^2\dot{x}^2 = 0$, & par conséquent $a^2\dot{p}\dot{y} - b^2\dot{q}\dot{x} = 0$, en deux cas, 1.° lorsque $a\dot{y} - b\dot{x} = 0$, 2.° lorsque $a\dot{y} + b\dot{x} = 0$. Or dans le premier en éliminant $\dot{x} = \frac{a\dot{y}}{b}$ on a $a^2\dot{p}\dot{y} - ab\dot{q}\dot{y} = 0 = a\dot{p} - b\dot{q}$; $ap - bq = 0$; & $z = \varphi.(bx + ay)$ par la solution trouvée ci-dessus pour $Mp + Nq = 0$. Dans le second cas éliminant $\dot{x} = \frac{-a\dot{y}}{b}$, on a $a\dot{p} + b\dot{q} = 0$, & $z = \varphi.(bx - ay)$. On aura donc pour l'équation $a^2 r - b^2 t = 0$, susceptible des deux cas, $z =$

$\varphi.(bx + ay) + \varphi.(bx - ay)$, où supposant $bx - ay = 0$, l'on vérifie le premier cas $a\dot{y} - b\dot{x} = 0$, $z = \varphi.(bx + ay)$, & supposant $bx + ay = 0$, on vérifie le second $b\dot{x} + a\dot{y} = 0$, $z = \varphi.(bx - ay)$.

On a donné plusieurs solutions plus ou moins différentes de cette équation célèbre qui a fourni à Mr. D'Alembert l'occasion & le sujet des premiers essais de ce calcul. Je ne saurois où m'arrêter si j'avançois encore un pas. Je passerai donc au dernier article dont j'ai promis de parler, & c'est la Méthode des Variations, que nous devons à Mr. de la Grange.

44. Son objet est la recherche *de maximis, & minimis* des fonctions de fluxions & de fluentes, par exemple de φ fonction de $\dot{V}$ & de Z. Mais par fonctions de fluxions on n'entend que celles qui sont nécessairement telles, parce que leur équation ou expression n'ayant pas sa fluente *, on ne peut en chasser les fluxions que moyennant une autre équation qu'on ne suppose pas encore donnée. D'où il suit que de telles fonctions sont par elles mêmes indéfinies, mais susceptibles de la détermination relative ordinaire, moyennant une

(a) C'est-à-dire *n'étant pas intégrable.* Je ne me sers point de cette phrase, uniquement parce qu'elle est étrangère à la méthode des fluxions. Cependant il ne sera peut-être pas inutile de remarquer que d'ailleurs elle n'est pas plus exacte. Voyez les deux Mémoires de Mr. Monge dans ceux de l'Académie R. des Sciences de Paris a. 1784. où il prouve que toute différentielle est susceptible d'une véritable integration. On pourroit dire de même que toute fluxion a une fluente. Mais il me paroît qu'on peut prononcer en toute rigueur qu'elle n'a pas sa fluente lorsqu'il n'en existe aucune qui lui appartienne immédiatement.

équation qu'on peut demander avec telle condition que l'on veut, & par conséquent avec celle-ci, que de toutes les équations entre V & Z ce soit celle qui donne la plus grande valeur à ϕ, quelque valeur qu'on assigne à V, ou à Z.

Ainsi c'est un genre de questions *de maximis & minimis* qu'il ne faut pas confondre avec celles qui sont plus généralement connues sous ce titre, lorsque supposant une équation donnée on demande qu'on assigne à une de ses variables la valeur qui rend l'autre un *maximum;* tandis que la méthode des variations est pour les cas où quelques valeurs particulières de variables pouvant être données, mais sans aucune équation générale qui les détermine réciproquement l'une par l'autre, on demande que cette équation soit assignée telle que, toutes choses d'ailleurs égales, certaine fonction de ces variables & de leurs fluxions ait une valeur plus grande qu'elle n'auroit par toute autre équation; de façon que la différence de ces deux genres est précisément celle qui se passe entre ces deux problèmes: *ayant la courbe, on veut l'abscisse à laquelle répond la plus grande ordonnée*; *ayant deux coordonnées, on veut la courbe qui avec elles renferme la plus grande surface dans un même périmètre.*

L'examen de ce dernier problème nous conduira à découvrir les difficultés qui sont propres aux questions de ce genre. Soit AC (Fig. 8) une valeur particulière de l'abscisse $x = a$, CD son appliquée $y = b$, &, pour aider l'imagination, soit AbeD une lame flexible dont les bouts soient arrêtés aux points A & D. On demande que l'aire φ, terminée par AC, CD & cette lame, soit la plus grande qu'il se peut. Supposons pour cela que la lame par un changement progressif de

courbure passe de la situation sur A*be*D à une autre sur A*med*D, & que dans le cours de ce changement elle vienne un instant en AMD à former un arc de cercle; en ce moment l'aire $\varphi = \text{AMDC}$ atteindra son *maximum*, & par conséquent, soit avant, soit après cet instant, φ sera plus petit que AMDC, & à mesure que la lame en tous ses points approche de plus en plus de l'arc de cercle, l'aire φ croîtra, pour commencer à décroître au moment que la lame, parvenue à tomber entièrement sur cet arc, ne s'y arrêtera pas. Donc φ achève un incrément positif quand la lame arrive en AMD, & en commence un négatif lorsqu'elle en part. Donc au moment que la lame passe par l'arc de cercle la fluxion de φ change de signe, & par conséquent elle est *zéro*.

Mais il est clair que cette fluxion de φ n'est point le rectangle de PM par la fluxion de AP, $\dot{x}y = \dot{\varphi}$. Il faut donc avant tout prévenir la confusion de ce nouveau genre de fluxions avec les fluxions ordinaires qu'on peut regarder généralement comme des conséquences d'une fluxion arbitraire attribuée à l'abscisse.

45. C'est pourquoi nous appellerons *variation* la vîtesse avec laquelle une grandeur change en conséquence du changement supposé soit de la courbe, soit de l'équation dont cette grandeur dépend. L'ordonnée varie parce que la loi de son rapport à l'abscisse est à chaque instant différente. Mais pour donner plus de précision à l'hypothèse, on peut à la loi de rapport, pour ainsi dire, fluente, substituer une simple grandeur $p = \frac{\dot{y}}{\dot{x}}$, pourvu que par là on ne borne point l'idée générale des variations. Mais en ne regardant l'indivi-

duation que comme un secours pour l'intelligence, on peut fort bien supposer que toutes les variations soient une suite d'une variation arbitraire de p, comme les fluxions une suite de celle de x; & cette supposition rend encore plus évident ce qu'il importe d'observer, qu'entre *variation* & *fluxion*, *varier* & *fluer* il ne faut concevoir aucune autre différence que celle de l'hypothèse dont on part. D'où il s'ensuit que *les règles connues pour les fluxions s'appliquent également aux variations.*

Mais il faut remarquer que la définition que je viens de donner des variations, convient toujours à celles que l'on cherche, mais pas toujours à celles que l'on suppose, & qui pourront se trouver ou absolument indépendantes du changement de l'équation, ou n'en dépendant qu'en partie. C'est pourquoi dans un sens plus étendu nous appellerons variation toute vîtesse de changement de grandeur qu'on ne veut pas confondre avec des fluxions qui entrent d'ailleurs dans le calcul; & il est clair que c'est dans ce sens plus étendu que les variations ont besoin d'une notation qui leur soit propre.

Mr. de la Grange a choisi pour les désigner la caractéristique δ qui a été adoptée par Euler & grand nombre d'autres, Mr. Fontaine leur assignoit le d, employant un f pour les fluxions. Quelques Géomètres pour les variations préfèrent le v, première lettre de leur nom. Aucune de ces caractéristiques n'étant analogue à la manière dont on marque les fluxions, je me sers pour les variations du signe prosodique des brèves lequel étant un espèce de v, peut signifier *variation*, *vîtesse*. Ainsi $\breve{p}$, $\breve{y}$, $\breve{z}$, seront les variations de p, y, z. Il seroit aisé d'appliquer ce signe à tous les cas; mais j'aime mieux

mettre un V. devant les variantes qui ne sont pas exprimées par une seule lettre, en écrivant $V.Fl.Z$, $V.\sqrt{x^2+y^2}$, $V.(a+bz^n)^m$ pour signifier les variations de $Fl.Z$, de $\sqrt{x^2+y^2}$, de $(a+bz^n)^m$, &c.

46. Avec cela, pour éviter toute confusion aussi bien dans les idées que dans les mots & le calcul, il faut commencer par distinguer deux suppositions de changement des mêmes grandeurs, sans chercher d'abord quelles sont ces suppositions. Il suffit de savoir qu'elles sont indépendantes l'une de l'autre; d'où il suit qu'on peut les séparer en supposant qu'elles n'ont pas lieu en même tems: & c'est ce qu'il faut faire pour en démêler les conséquences; c'est à dire que lorsqu'il est question de variations, il ne faut plus regarder les fluxions comme des vîtesses actuelles avec lesquelles d'autres grandeurs fluent, mais comme de simples grandeurs, variables ou données, selon le cas, & lorsqu'il est question de fluxions & fluentes, il ne faut plus considérer les variations comme des vîtesses actuelles avec lesquelles d'autres grandeurs varient, mais tout simplement comme des grandeurs, fluentes ou constantes; & passer alternativement autant de fois qu'il le faut d'une hypothèse à l'autre sans jamais les prendre ensemble. On obtient ainsi des équations de *variations hypothétiques* & cherchant ensuite de quelle hypothèse ces équations sont une conséquence légitime, on parvient à discerner & déterminer celles qui sont une suite du changement de la courbe, & que nous appellerons *variations véritables.*

Au surplus il est bon de remarquer que comme on ne demande les variations que pour le seul instant auquel certaine

grandeur atteint son *maximum*, il n'y a pas lieu à des variations de variations; mais comme l'on peut revenir de l'hypothèse des variations à celle des fluxions, les variations sont susceptibles de fluxions de tous les ordres. Or les variations étant déterminées par les mêmes règles que les fluxions, qui donnent $f.\frac{p}{\dot{y}} = f.\frac{q}{\dot{x}}$, il s'ensuit *qu'on peut toujours prendre indifféremment la fluxion de la variation pour la variation de la fluxion, & vice-versa.*

Pour le démontrer à la rigueur je commence par observer qu'ayant $z = V$ fonction de plusieurs variables, soit $\dot{z}$ soit $\breve{z}$ ne cessent d'être absolument arbitraires que lorsqu'on suppose toutes les variables de V ou éliminées ou données hormis une, & par conséquent toute comparaison entre $\dot{\breve{z}}$ & $\breve{\dot{z}}$ se réduit, au moins implicitement, toujours au cas de $z = V$ fonction d'une seule variable, qui sera p pour la variation & x pour la fluxion. Or pour la variation ($\breve{z} = M\breve{p}$) on doit opérer selon la même règle des fluxions indiquée par la formule $z = \dot{p}f.\frac{V}{\dot{p}}$. On aura donc $M = f.\frac{V}{\dot{p}}$; $\breve{z} = \breve{p}f.\frac{V}{\dot{p}}$, $\dot{\breve{z}} = \breve{p}\dot{x}ff.\frac{V}{\dot{p}\dot{x}}$. De même en commençant par $z = \dot{x}f.\frac{V}{\dot{x}}$, il est clair que pour le coefficient de $\breve{p}$ dans $\breve{\dot{z}} = Q\breve{p}$, on aura $Q = \dot{x}ff.\frac{V}{\dot{p}\dot{x}}$. Donc $\breve{\dot{z}} = \breve{p}\dot{x}ff.\frac{V}{\dot{p}\dot{x}} = \dot{\breve{z}}$. C. Q. F. D.

Si l'on fait $z = \dot{u} = \ddot{y}$ &c., on voit tout de suite qu'on aura de même $\breve{\ddot{u}} = \dot{\breve{\dot{u}}} = \ddot{\breve{u}}$; $\breve{\ddot{y}} = \dot{\breve{\dot{y}}} = \ddot{\breve{y}}$; c'est-à-dire qu'on pourra

toujours substituer les fluxions de la variation à la variation des fluxions de tous les ordres; ce qui se réduit à un changement d'hypothèse, en supposant la variation de la courbe antérieure à la fluxion de l'abscisse, au lieu qu'on avoit d'abord fait fluer l'abscisse pour obtenir l'expression de la fonction indéfinie qui doit être un plus grand ou un plus petit.

En supposant $Fl.\mathrm{V} = \mathrm{Z}$, on a $V.\, Fl.\mathrm{V} = \breve{\mathrm{Z}} = Fl.\, \dot{\breve{\mathrm{Z}}} = Fl.\breve{\dot{\mathrm{Z}}}$ $= Fl.\breve{\dot{\mathrm{V}}}$; c'est-à-dire que *la variation de la fluente est égale à la fluente de la variation.*

47. Reprenons maintenant le problème que nous avons interrompu pour prévenir la confusion de $\dot{\varphi} = \dot{x}y$ avec cette vîtesse du changement de φ laquelle est zéro lorsque φ est un *maximum*. L'équation $\varphi = Fl.\dot{x}y$ donne $\breve{\varphi} = V.Fl.\dot{x}y = Fl.V.(\dot{x}y)$ $= Fl.(\breve{\dot{x}}y + \dot{x}\breve{y})$. Mais il est évident que si l'on se contentoit de faire $Fl.\breve{\dot{x}}y + Fl.\dot{x}\breve{y} = 0$ le problème ne sauroit être résolu, puisque aucune de ses conditions n'a pas encore été introduite dans l'équation, ni que la longueur de la courbe demeure la même, ni que $\breve{\varphi}$ soit la vîtesse du changement de φ dépendant entièrement de $\breve{p}$. Et un coup d'oeil à l'équation ou à la Fig. 8, suffit pour voir qu'il peut se faire des compensations dans les changemens des différentes parties de l'aire φ, par lesquelles sa valeur totale soit constante sans être la plus grande. D'où il suit que cette équation ne peut pas plus déterminer le *maximum* de φ que $\dot{x} + \dot{y} = 0$ celui de $x + y$. Il nous faut donc introduire les conditions; & pour cela je commence par remarquer que si l'aire AMDC est la plus grande

qui puisse être contenue par une courbe d'une longueur donnée AMD, cette courbe est la plus courte qui puisse contenir une aire aussi grande, de façon que le problème peut s'énoncer ainsi: trouver l'équation de la courbe qui embrasse la plus grande surface avec l'arc le plus petit, & z étant l'arc, en faisant abstraction du genre différent auquel appartiennent les deux grandeurs φ & z, la question se réduit à trouver l'équation par laquelle $\varphi - z$ est un *maximum* & $V.(\varphi - z)$ $= V.Fl.(\dot{x}y - \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}) = 0$. Mais cette variation doit être la conséquence de la seule variation de p. Je mets donc $\frac{\dot{y}}{p}$ au lieu de $\dot{x}$, & j'ai $Fl.V.(\frac{\dot{y}y}{p} - \sqrt{\frac{\dot{y}^2}{p^2} + \dot{y}^2}) = Fl.\frac{\overset{\cdot\cdot}{p}\dot{y}}{p^2} \times$ $(-y + \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}) = 0$. Donc $\frac{1}{\sqrt{1+p^2}} = y$, $\frac{1}{y^2} = 1 + p^2$ $= 1 + \frac{\dot{y}^2}{\dot{x}^2} = \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{\dot{x}^2}$, $\dot{x}^2 = \dot{x}^2 y^2 + \dot{y}^2 y^2$, $\dot{x}^2 (1 - y^2) =$ $\dot{y}^2 y^2$, $\dot{x} = \frac{\pm \dot{y}y}{\sqrt{1-y^2}}$, $x = \pm \sqrt{1-y^2} + C$, équation au cercle qui résout le problème.

Mais cette façon de déterminer la variation véritable, en introduisant p & le faisant varier seul, est d'un usage trop borné, & je ne l'ai donnée que parce que je l'ai trouvée sur mon chemin pour venir à la méthode générale de Mr. de la Grange, que je vais enfin exposer d'une manière conséquente à tout ce que j'ai dit jusqu'à présent.

48. Soit donc $\varphi = Fl.Z$ fonction de tel nombre de variables qu'on voudra, & d'une ou de plusieurs fluxions de quelque ordre qu'elles soient; Et soit $E = 0$ l'équation que l'on

cherche entre ces variables par laquelle φ sera un *maximum*. Il est clair que si en Z deux variables changent en même tems, l'équation E peut demeurer la même, ce qu'elle ne peut si une seule grandeur varie en Z. Pour être donc sûr que la variation hypothétique renferme la véritable il faut prendre $\breve{Z}$ n'y supposant qu'une seule variable avec ses fluxions; ce qui n'empêche pas qu'on puisse y faire varier séparément autant de fluentes qu'il en faut. Il est même souvent utile de les faire varier toutes, pour choisir ensuite celles qui donnent les équations les plus simples; Il suffit que les résultats pour chaque variable soient toujours considérés comme autant d'équations indépendantes. Ainsi u représentant telle variable qu'on voudra, & toutes si l'on veut, l'une après l'autre, nous aurons pour expression générale de la variation hypothétique $\breve{Z} = p\breve{u} + q\dot{\breve{u}} + r\ddot{\breve{u}} + s\dddot{\breve{u}} + t\overset{4}{\breve{u}} + \&c. = \breve{u} f. \frac{Z}{\dot{u}}$ $+ \dot{\breve{u}} f. \frac{Z}{\ddot{u}} + \ddot{\breve{u}} f. \frac{Z}{\dddot{u}} + \dddot{\breve{u}} f. \frac{Z}{\overset{4}{u}} + \overset{4}{\breve{u}} f. \frac{Z}{\overset{5}{u}} + \&c.$, & $\breve{\varphi} = Fl.\breve{Z}$ $= Fl.(p\breve{u} + q\dot{\breve{u}} + r\ddot{\breve{u}} + s\dddot{\breve{u}} + t\overset{4}{\breve{u}} + \&c.)$ Or il est clair que si au lieu de prendre la variation de $Z = \dot{\varphi}$, on eût pu prendre immédiatement celle de φ ou de sa valeur sans fluxions, on n'auroit point de termes multipliés par $\dot{\breve{u}}$, $\ddot{\breve{u}}$, $\dddot{\breve{u}}$ &c. Donc il ne doit pas y en avoir dans sa variation véritable. Mais on ne sauroit en conclure que le seul premier terme $Fl.p\breve{u}$ soit la valeur entière de cette variation, puisque le second, $Fl.q\dot{\breve{u}} = q\breve{u} - Fl.\dot{q}\breve{u}$, en donne deux autres sans fluxions de

variations. J'ai donc recours à un autre principe, & c'est que des termes non affectés du signe *Fl.* pouvant s'obtenir, comme l'on vient de voir, dans la valeur de $\breve{\varphi}$ sans définir E, ces termes ne peuvent appartenir à la variation véritable qui n'est que cette seule partie de $Fl.\breve{Z}$ qui dépend de E, c'est-à-dire cette partie qui n'ayant pas sa fluente, ne peut avoir de valeur que moyennant une équation qui par la détermination relative de ses variables la rend fonction d'une seule, & par conséquent fluxion exacte. On s'en convaincra en réfléchissant que la variation hypothétique pouvant être ou une variation véritable, ou une simple fluxion, ou l'une & l'autre tout ensemble, la véritable & celle qui ne peut être fluxion. Or dans la valeur de $\breve{\varphi}$ il n'y a que la partie qui ne peut être délivrée du signe *Fl.* dans laquelle $\breve{u}$ ne puisse être fluxion. Donc &c. Pour le voir soit $\breve{\varphi} = \Pi + Fl.\Psi$, où Π soit débarassé de tout signe *Fl.* & Ψ ne s'en puisse délivrer que moyennant $E = o$. Avant d'introduire E en Ψ, malgré l'équation $\breve{\varphi} - \Pi = Fl.\Psi$, comme elle est indéfinie, il n'y a aucune dépendance réciproque entre $\breve{\varphi} - \Pi$ & Ψ, d'où il suit que Ψ demeurant isolé, aucune de ses variables ne peut changer seule, sans qu'E varie; $\breve{u}$ dépend de $\breve{E}$. Mais en Π, u peut changer seule, quoiqu'E ne change pas, parce qu'on aura une équation $\breve{\varphi} - \Pi = \breve{\varphi} - \breve{u}f.\frac{\Pi'}{u} = \Theta$, qui en suppose une autre $\varphi - \Pi' = \Theta'$ dans laquelle on peut faire fluer u avec la

vîtesse $\dot{u} = \breve{u}$; & l'on a $\dot{\varphi} - \dot{u} f. \frac{\Pi'}{u} = \Theta$, où l'identité de $\breve{\varphi}$ de la première équation avec $\dot{\varphi}$ de la dernière est évidente.

Il est donc évident aussi que la variation hypothétique $\breve{\varphi} = \Pi + Fl.\Psi$ embrasse tout ensemble une fluxion $\dot{\varphi} = \Pi$ & la véritable variation $\breve{\varphi} = Fl.\Psi = o$, & il ne reste qu'à séparer les deux parties Π & $Fl.\Psi$ de la valeur de $\breve{\varphi} = Fl.(p\breve{u} + q\dot{\breve{u}} + r\ddot{\breve{u}} + \&c)$ en délivrant du signe $Fl.$, relativement à u, tous les termes que l'on peut, comme nous avions commencé pour le second à observer que $Fl.q\dot{\breve{u}} = q\breve{u} - Fl.\dot{q}\breve{u}$.

Ainsi $Fl.r\ddot{\breve{u}} = r\dot{\breve{u}} - Fl.\dot{r}\dot{\breve{u}} = r\dot{\breve{u}} - \dot{r}\breve{u} + Fl.\ddot{r}\breve{u}$.

$Fl.s\dddot{\breve{u}} = s\ddot{\breve{u}} - Fl.\dot{s}\ddot{\breve{u}} = s\ddot{\breve{u}} - \dot{s}\dot{\breve{u}} + Fl.\ddot{s}\dot{\breve{u}} = s\ddot{\breve{u}} - \dot{s}\dot{\breve{u}} + \ddot{s}\breve{u}$
$\quad - Fl.\dddot{s}\breve{u}$.

$Fl.t\ddddot{\breve{u}} = t\dddot{\breve{u}} - \dot{t}\dddot{\breve{u}} = \&c. \&c.$

Ce qui donne, en assemblant & ordonnant les termes,

$$\Pi = \breve{u}(q - \dot{r} + \ddot{s} - \dddot{t} + \&c.) + \dot{\breve{u}}(r - \dot{s} + \ddot{t} - \&c.)$$
$$+ \ddot{\breve{u}}(s - \dot{t} + \&c) + \dddot{\breve{u}}(t - \&c) + \&c. \ldots\ldots + \dot{A},$$

constante arbitraire ajoutée pour compléter ces fluentes.

$Fl.\Psi = Fl.\breve{u}(p - \dot{q} + \ddot{r} - \dddot{s} + \ddddot{t} - \&c) = \breve{\varphi}$, variation vé-

ritable; où supposant $\breve{u}$ constante, on a $\frac{\breve{\varphi}}{\breve{u}} = Fl.(p - \dot{q} + \ddot{r} - \dddot{s} + \ddddot{t}$ — &c) $=$ E, & $\breve{\varphi}$ variable aussi long-tems que E varie. Mais E $=$ o donne $\breve{\varphi} = \breve{u}$E $=$ o, & par conséquent c'est l'équation par laquelle φ est un plus grand ou un plus petit; donc on aura aussi en ce cas $\dot{E} = p - \dot{q} + \ddot{r} - \dddot{s} + \ddddot{t}$ — &c. $=$ o.

49. On remarquera en passant qu'en cherchant la partie *Fl.*Ψ qui ne pût être délivrée du signe *Fl.*, nous avons cherché, d'une formule générale Z, cette partie qui est nulle dans une fluxion exacte, & ne peut être nulle dans celles qui ne le sont pas. Nous avons donc, quoiqu'à un autre objet, cherché l'équation qu'on appelle de condition, $p - \dot{q} + \ddot{r} - \dddot{s} + \ddddot{t}$ — &c $=$ o; bien entendu que pour une fonction de plusieurs variables, appliquant à chacune ce résultat trouvé pour u, on aura autant d'équations, qui devront toutes se vérifier lorsque la fonction est une fluxion exacte.

Quant à Π, je remarquerai seulement 1.° qu'il est commode de laisser dans la formule de sa valeur les signes des variations, qui n'y seront que des fluxions qu'on ne veut pas confondre avec celles qui d'ailleurs se trouvoient dans Z. 2.° que lorsqu'on n'a pas de raisons particulières qui en empêchent, on peut supposer $\breve{u}$ constante, ce qui donne $\Pi = \breve{u}\,(q - \dot{r} + \ddot{s} - \dddot{t}$ + &c.) $+ \dot{A} = \breve{u} f.\frac{\breve{\varphi}}{\breve{u}}$, & $\varphi = Fl.u$V fonction de la seule u & de constantes, en supposant les autres variables de $q - \dot{r} + \ddot{s} - \dddot{t}$ + &c. $+ \dot{A} =$ V ou données ou éliminées moyennant l'équation E $=$o. 3.° que lorsque les

points extrèmes où ϕ doit commencer & finir, ne sont pas donnés immédiatement, mais par des conditions à remplir, ces points se déterminent en introduisant ces conditions dans les valeurs de Π', Π'', &c. que l'on obtient en appliquant à chaque variable la formule de Π trouvée pour u. 4.° que si lorsqu'on a trouvé l'équation de la courbe M*m* (Fig. 9) par laquelle φ est un plus grand ou un plus petit, on veut que φ soit le plus grand ou le plus petit possible entre deux courbes BMD & *bmd*, en prenant A*p* pour ligne des abscisses commune aux trois courbes, il faut au point M faire $\frac{\breve{y}}{\breve{x}}$ dans la courbe M*m*, égal au rapport $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$ des fluxions des coordonnées de BMD, & au point *m*, faire $\frac{\breve{y}}{\breve{x}}$ en M*m*, égal à $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$ en *bmd*. Mais cela ne suffit pas. Comme il peut y avoir une infinité de cercles, une infinité de cycloïdes, &c. qui donnent différentes valeurs à φ, pour avoir le cercle, la cycloïde, &c. qui satisfait au problème, il faut faire varier aussi le diamètre de M*m*, ou celui de son cercle générateur, ou le paramètre ou telle autre constante C que le cas pourra exiger: ce qui peut être nécessaire aussi lorsque les points M, *m* sont donnés; mais lorsque ces points doivent seulement appartenir à deux courbes, il faut rendre la variation de C fonction de $\breve{x}$ & $\breve{y}$ & l'éliminer par leur moyen.

50. Je renvoie pour le surplus au Mémoire de Mr. de la Grange dans le Vol. IV. de nos Mélanges, pag. 163 de la partie Mathématique. J'acheverai seulement d'éclaircir l'usage de $Fl.\Psi = 0$, en l'appliquant d'abord au problème dont l'ana-

lyse nous a conduit dans toute cette recherche. Nous avons vu qu'il se réduisoit à trouver l'équation par laquelle $\varphi - z = Fl.(\dot{x}y - \sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2})$ est un *maximum*. Donc $Fl.\breve{Z} = Fl.(p\breve{u} + q\dot{\breve{u}} + r\ddot{\breve{u}} + \&c.) = V.\, Fl.(\dot{x}y - \sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}) = Fl.\left(\dot{x}\breve{y} - \frac{\dot{y}\dot{\breve{y}}}{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}\right)$ en faisant varier $y=u$; ce qui donne $p=\dot{x}$, $q=\frac{-\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}$, r, s, &c. $=0$. Donc par l'équation $\dot{E}=0$, $p-\dot{q}=\dot{x}+\left[\frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}\right]^{\cdot}=0$; $x=\frac{-\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}+C$, où pour abréger je suppose $C=0$, & j'ai $x^2\dot{x}^2+x^2\dot{y}^2=\dot{y}^2$, $x^2\dot{x}^2=\dot{y}^2(1-x^2)$, $\frac{\pm x\dot{x}}{\sqrt{1-x^2}}=\dot{y}$, $\pm\sqrt{1-x^2}=y+C'$. De même si l'on fait $x=u$, on aura $Fl.\breve{Z} = Fl.\left(\dot{\breve{x}}y - \frac{\dot{x}\dot{\breve{x}}}{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}\right)$, $p=0$, $q=y-\frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}$, $\dot{E} = -\dot{q} = -\dot{y}+\left[\frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}\right]^{\cdot}=0$, $\frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}}=y+C''$, &c.

Pour la courbe de la plus vîte descente, $a-y$ étant la hauteur de la chûte par laquelle un corps auroit acquis la vîtesse qu'il a au bout de y en parcourant la courbe, on aura le tems $t=\phi=Fl.\left[\frac{\dot{x}^2+\dot{y}^2}{2(a-y)}\right]^{\frac{1}{2}}$, où faisant $x=u$, on aura

$\breve{Z} = \frac{\breve{\dot{x}}\dot{x}}{\sqrt{2(a-y)(\dot{x}^2+\dot{y}^2)}} = q\breve{\dot{u}}$, $\dot{E} = -\dot{q} = 0$, $q = C = \frac{\dot{x}}{\sqrt{2(a-y)(\dot{x}^2+\dot{y}^2)}}$, $2C^2(a-y)\dot{x}^2 + 2C^2(a-y)\dot{y}^2 = \dot{x}^2$, $\frac{\pm C\dot{y}\sqrt{2(1-y)}}{\sqrt{1-2C^2(a-y)}} = \dot{x}$, équation à la cycloïde que je simplifie en remarquant que sans changer la valeur de $a-y$ je n'ai qu'à porter la ligne horizontale des abscisses x plus haut ou plus bas pour faire a de la grandeur que je veux. Soit donc $a = \frac{1}{2C^2}$, $\frac{\dot{y}\sqrt{a-y}}{\sqrt{\frac{1}{2C^2}-(a-y)}} = \dot{y}\sqrt{\frac{a-y}{y}} = \dot{x}$, $\frac{a\dot{y}^2}{y} = \dot{x}^2+\dot{y}^2$,

$\dot{t} = \left[\frac{ay^2}{2(ay-y^2)}\right]^{\frac{1}{2}}$, $\dot{x} - \dot{t}\sqrt{\frac{a}{2}} = \dot{y}\left[\frac{a-y}{y}\right]^{\frac{1}{2}} - \frac{a\dot{y}}{2\sqrt{ay-y^2}}$, $x - t\sqrt{\frac{a}{2}} = \sqrt{ay-y^2} + C'$. Or lorsqu'$a-y=0$, la vîtesse acquise étant nulle, $t=0$, $\sqrt{ay-y^2}=0$, $x=C'$. Donc si $x=0$ lorsque $y=a$, diamètre du cercle générateur, on aura $t = \varphi = (x - \sqrt{ay-y^2})\sqrt{\frac{2}{a}}$, équation qui a lieu lorsque $\dot{y}$ est positive, comme nous l'avons supposée pour ne pas embarrasser le calcul par le double signe $\pm$; mais dans la première moitié de la cycloïde $\dot{y}$ étant négative, on aura $\varphi = t = (x + \sqrt{ay-y^2})\sqrt{\frac{2}{a}}$.

J'ai tâché de développer l'esprit de la méthode de manière à n'y laisser aucune obscurité. Pour mettre en évidence les principes & l'analyse des nouveaux calculs, pour en rendre l'accès plus facile à ceux qui de préférence auront appris la Méthode des fluxions, j'ai cru devoir courir le risque d'être

quelquefois prolixe ou minutieux. Cependant je me flatte d'avoir donné par occasion dans tout ce Mémoire assez de choses puisées dans mon petit fond, pour espèrer que ceux qui auront bien voulu le parcourir, ne jugeront pas d'avoir tout à fait perdu leur peine; & pour ce qui regarde mon objet principal, il me semble de n'avoir pas laissé de doute sur la supériorité de la méthode de Newton à tous égards, à un avantage près que je reconnois du côté du calcul différentiel, & c'est que les moyens, les secours pour l'apprendre, pour s'y perfectionner, se rencontrent presque par tout plus facilement, les livres où l'on fait usage de ses principes & de sa caractéristique, sont sans comparaison en plus grand nombre. Il est même incontestable qu'on ne peut se passer d'en lire plusieurs sans se condamner à ignorer bien des méthodes utiles, & des théorèmes importans. Mais il est fort aisé, quand on possède l'un de ces deux calculs, le fluxionel ou le différentiel, de connoître assez l'autre pour entendre les Auteurs qui l'employent; & l'on sent que cet avantage de fournir beaucoup plus d'Ouvrages intéressans pour le progrès des Mathématiques, se joindroit bientôt aux autres de la Méthode des fluxions, si on l'adoptoit plus généralement.

Fig. 2.

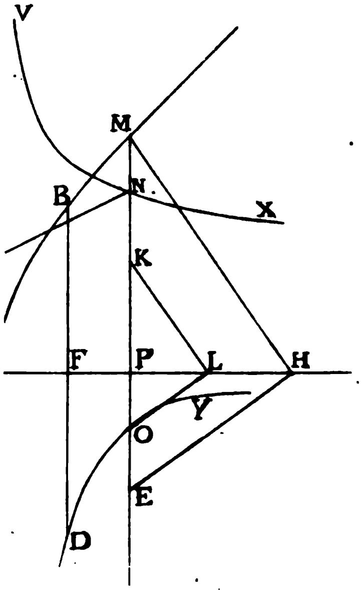


Fig. 6.

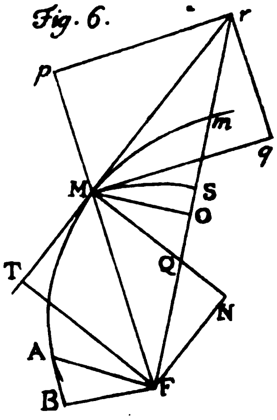


Fig. 7.

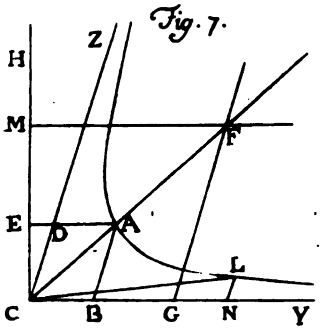


Fig. 9.

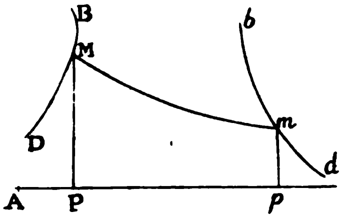
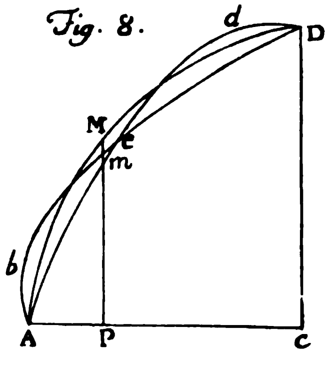
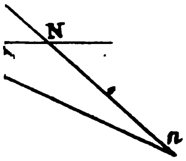


Fig. 8.





MOYENS

D'AUGMENTER LA RÉCOLTE DES OLIVES PAR LA DESTRUCTION DU CHIRON OU *CAIRON*.

PAR M. PENCHIENATI.

L'huile d'olives a toujours été reconnue pour un des produits les plus essentiels. L'Histoire ancienne nous apprend que les Phéniciens, peuple des plus industrieux, en débarquèrent en Espagne la première fois qu'ils y abordèrent, & qu'ils en tirèrent un profit immense (*a*). A mesure que les Arts en ont multiplié l'usage, & qu'on a dû en faire une plus grande consommation, elle est devenue un objet de commerce des plus considérables; mais on en fait, surtout depuis quelque tems, des transports si prodigieux dans les différentes parties du monde, qu'elle enchérit tous les jours. C'est donc rendre un service important à toutes les Nations que d'indiquer à celles qui en font la récolte, la meilleure manière d'en augmenter & d'en améliorer la qualité. Bien des Agriculteurs & des Naturalistes ont déjà soigneusement travaillé pour procurer à la Société l'un & l'autre de ces deux avantages, ou même tous les deux ensemble. Nous devons quelques excellens Mémoires à la noble émulation qu'ont excitée les Académies de Marseille & de Montpellier en proposant des prix en faveur de ceux qui trouveroient la méthode la plus sûre de faire de l'huile en plus grande abondance, & d'une qualité plus parfaite, aussi-bien que de ceux qui perfection-

(*a*) M. Huet dit, d'après Aristote, que les Espagnols donnoient aux Phéniciens des barres d'argent pour de l'huile. *Histoire du commerce, & de la navigation. Chap.* 40.

neroient l'art de la conserver. On a dans le Recueil que la première de ces deux Académies a publié en 1782, un grand nombre de nouvelles observations sur l'olivier, & de réflexions économiques sur l'huile, qui ne peuvent qu'infiniment contribuer à l'amélioration de cette branche d'agriculture & de commerce, & l'on n'ignore point que la seconde a couronné quelques ouvrages qui renferment bien des instructions utiles pour prévenir & corriger la rancissure de l'huile. Enfin on tombe généralement d'accord qu'une exacte connoissance de tous les principes qu'on a développés, & une pratique éclairée de tous les préceptes qu'on a donnés sur cette matière, pourroient fort bien conduire le Cultivateur près du but qu'on s'est proposé : mais on sent aussi qu'il n'y pourra jamais atteindre, tant qu'il ignorera les moyens d'exterminer entièrement les insectes ennemis de l'olivier, & de son fruit. C'est l'objet qu'on n'a pas encore rempli ; on n'a indiqué jusqu'à présent que des remèdes inefficaces ou tout-à fait inutiles : ceux qui les ont proposés n'ont pas bien connu la nature de l'espèce qu'ils avoient en vue de détruire, & ceux qui en on fait une étude plus approfondie se sont contentés d'inviter les Naturalistes à s'occuper de la manière d'en faire perdre la race, se défiant même du bon succés de ces sortes de recherches. C'est le sentiment de Mr. Bernard, auteur du savant Mémoire qui a remporté le prix de l'Académie de Marseille, & qui se trouve à la tête du Recueil dont nous avons déjà fait mention. » Il est aisé, » dit-il, de faire l'histoire des diverses espèces d'insectes » qui vivent sur l'olivier: il suffit pour cela de les étudier, » & de les suivre avec attention : mais on ne doit pas se

» flatter de trouver avec une égale facilité des moyens pour » les anéantir. Il me paroît même que tout Naturaliste ins- » truit & de bonne foi se bornera à indiquer le mal & à » attendre de la Providence qui le permet, le concours des » causes qui peuvent le détruire. La seule chose raisonnable » qu'on ait prescrite pour la conservation des oliviers, con- » siste à les émonder tous les ans, & à les décharger des » branches & des rameaux sur lesquels les insectes ont agi » d'une manière remarquée. Il est important de détruire le mal » déjà fait, afin que l'arbre ne reste pas affoibli inutilement.

Tout le monde reconnoît avec Mr. Bernard l'inutilité des moyens qu'on a jusqu'ici conseillé d'employer pour la destruction de ces sortes d'insectes : on n'a qu'à parcourir le Mémoire de Mr. Sieuve de Marseille, qui en traite expressément, pour se persuader que nous n'avons rien de solide & de certain sur cette matière *(b)*. Mais faut-il désespérer d'en découvrir de plus convenables ? Je ne crains point d'en rapporter moi-même quelquels-uns qui tendent à l'anéantissement de l'insecte qu'on connoît dans le Comté de Nice & en Provence sous le nom de *Cairon*. J'espère que Mr. Bernard en sera plus satisfait que de tous ceux qui ont été imaginés & suggérés avant qu'il publiât son Mémoire, & que l'Agriculteur sentira qu'on peut parvenir à exterminer tous les autres insectes qui conspirent à tromper son attente.

Ces insectes sont de différentes espèces : il y en a qui ne font que nuire à l'arbre sans toucher aux olives ; d'au-

(*b*) Voyez *Mémoire & Journal d'observations & d'expériences sur les moyens de garantir les olives de la piqûre des insectes, présenté à l'Académie des Sciences de Paris le 21 Janvier 1769.*

tres attaquent les olives sans toucher à l'arbre; quelques-uns nuisent à l'arbre & aux olives. Parmi ceux qui nuisent seulement à l'arbre, on compte les scarabées & ces petits insectes auxquels le peuple donne le nom de poux. Les scarabées demeurent attachés aux rameaux, en dévorent avidement l'aubier, les affoiblissent & les font sécher. Les poux que nous avons observés, sont verds & autant prolifiques que ceux qui vivent sur le figuier, mais d'une autre espèce; ils s'emparent en naissant de la partie inférieure des feuilles & des jeunes bourgeons; quatre ou cinq mois après leur naissance ils abandonnent les tendres pousses & les feuilles pour entourer les branches, & ils infestent tellement l'arbre qu'il ne produit plus que quelques olives fort petites. La chenille mineuse est un de ces insectes qui se nourrissent de l'arbre & du fruit: s'il arrive qu'elle naisse en hiver, elle ne cherche sa nourriture que dans l'intérieur de la feuille: mais elle cause une perte immense si elle retient encore sa vigueur dans le printems; elle abandonne alors les feuilles & perce ordinairement les tendres boutons préparés à la production des fleurs, & se repaît de la substance mielleuse qu'elles contiennent. Le papillon qui sort de la coque dépose les œufs soit sur le fruit, soit sur les feuilles, & ce n'est que vers la fin de Juin, ou au commencement de Juillet que ces œufs éclosent produisant autant de ces chenilles qui pénètrent & s'insinuent au dedans de l'amande enfermée dans le noyau de l'olive, pour la dévorer avec une avidité insatiable. La queue de l'olive ainsi attaquée se sèche au mois d'Août, & la partie qui en est proche & par où l'insecte s'est introduit dans le noyau, noircit comme si l'oli-

ve étoit près du dernier degré de maturité. C'est alors que le plus léger soufle de vent suffit pour la faire tomber avant tems.

Enfin l'insecte que l'on désigne sous le nom de *Cairon* mange la substance des olives sans attaquer l'olivier. C'est la destruction de cette espèce, la plus funeste de toutes, que j'ai eu particulièrement en vue. Elevé dans cette partie du Comté de Nice où l'huile fait la principale richesse des habitans, j'avois autrefois soigneusement observé cet insecte, j'avois tâché d'en reconnoître l'origine & les métamorphoses. Depuis même que je suis établi dans cette Capitale, je n'ai pas laissé que de travailler à ces recherches; je les ai poursuivies à différentes reprises, lorsque j'ai eu l'occasion d'aller faire quelque séjour à Contes ma patrie. Pour m'assurer encore davantage de la vérité des faits que j'avois rassemblés, j'ai prié dernièrement un de mes amis & patriotes, Mr. l'Abbé Fossati, de répéter mes expériences, & d'en faire plusieurs autres relatives à mon but, qui étoit de bien connoître & approfondir la nature & la conduite de cet insecte pour en déduire la manière de l'exterminer.

Cet insecte est un ver sans pattes, de manière qu'il ne peut se traîner que sur un plan lisse & horizontal, autrement il tombe en roulant. On lui compte neuf à dix anneaux. La tête est fournie de deux crochets de couleur noirâtre où je n'ai pu distinguer des yeux. Le corps est plus petit vers la tête & la figure en est plutôt conique. Il a dans l'état de son plus grand accroissement environ 3 lignes de longueur, quand il s'allonge, & il se réduit à 2, lorsqu'il se contracte. Il se fait une tendre chrysalide qui est d'abord blanche, mais qui s'obscurcit dans la suite entre l'union des anneaux aussi au nombre de dix, se transformant bientôt après en mouche.

L'Ami que j'ai chargé de renouveller mes expériences a observé avec soin cette chrysalide; il en a vu sortir la mouche, & il a reconnu que c'est précisément la même qui pique les olives. Cette mouche est de couleur brune & variée avec des balanciers qui sont placés contre l'origine des ailes & dont nous ignorons l'usage. La longueur en est environ de deux lignes, sans y comprendre les extrémités des ailes qui passent de quelque chose celles du corps: la largeur en est d'une ligne & $\frac{1}{3}$, elle a comme les autres mouches, la tête, le tronc ou buste, & le corps ou ventre.

La bouche est garnie d'une trompe sans dents & sans barbe avec deux antennes de couleur jaune, assez courtes, en forme de lames & sans aucune articulation visible, vers l'origine desquelles il s'élève deux poils plus longs & si minces qu'on ne peut les découvrir qu'avec le microscope. Les yeux sont chatains, le reste de la tête est jaune de même que la bouche, au-dessus de laquelle on observe deux points noirs placés horizontalement. J'ai examiné avec attention la partie postérieure de la tête, pour voir si j'y découvrirois encore des yeux comme dans celle des autres mouches, mais je n'y en ai point aperçu. Le buste est d'un bleu turquin & couvert d'un coton fin, léger & court qu'on ne peut voir qu'avec le microscope. Parmi ce coton on voit trois sillons longitudinaux plus noirs que le reste & dont celui du milieu est encore plus noir que les deux autres. Aux côtés de la partie antérieure du buste on remarque une petite éminence d'un jaune couleur soufre natif, au-dessous de la quelle on en voit une autre plus petite, & enfin une troisième plus grande que la première qui est placée transversalement & couvre l'origine des ailes.

L'extrémité du buste que les François nomment *écusson* est jaune, de même que les jambes qui sont au nombre de six, trois de chaque côté. Le buste & le ventre sont d'un brun luisant tirant sur le jaune soit au milieu, soit dans l'union des anneaux dont ils sont formés. Les ailes sont sans couleur & tout-à-fait transparentes. On ne voit qu'un point noir au bout de celles que nous avons dit passer l'extrémité de la mouche avec différentes ramifications, semblables à celles des artères principales, & qui s'avancent depuis l'origine des ailes jusqu'à leur extrémité, finissant contre un bord tant soit peu élevé qui en occupe tout le contour. Le corps ou l'extrémité inférieure qu'on peut nommer ventre s'unit au buste au moyen d'une substance étroite & courte qu'on n'aperçoit qu'avec peine entre l'union des deux parties.

On remarque la même figure & la même couleur dans les deux sexes, mais le ventre de la femelle est plus ample, parce qu'il contient les œufs, & renferme à l'extrémité comme dans un étui un aiguillon de forme conique, dont elle se sert comme d'un dard pour piquer les olives en y insinuant, dans le tems de la piqûre, un ou deux œufs: cette piqûre n'est pas bien profonde & se ferme bientôt, laissant néanmoins une marque visible: la partie piquée devient même noire avant toutes les autres.

La femelle commence à piquer les olives en Juillet & à y déposer en même tems les œufs qui se transforment en vers, & ensuite en chrysalides, d'où l'on a vu quelquefois sortir la mouche vers la fin d'Août, quoique cela n'arrive ordinairement qu'en Septembre, lorsque les olives commencent à mûrir. Les œufs ainsi déposés demeurent donc quel-

que tems dans cet état, éclosent ensuite, & les vers qui en sortent, se tenant dans les olives en dévorent une grande partie, & après s'en être suffisamment nourris, ils se transforment en chrysalides. Mais le tems de leur métamorphose de chrysalides en mouches n'est pas constant, ils gardent plus ou moins cet état selon la différente constitution de l'air. Mr. Bernard dit que la chrysalide se peut changer en mouche en moins de 12 jours. Nous n'avons jamais observé autant de rapidité. Selon les observations que nous avons faites les vers ont demeuré dans le fort de la chaleur plus de 30 jours dans leurs chrysalides, & plus de 3 mois en hiver. Il semble donc qu'il y ait quelque chose à rectifier dans ce que Mr. Bernard avance sur ce point, hormis qu'on veuille attribuer la différence qui se passe entre ses observations & les nôtres à la différente chaleur du tems, & du climat où elles ont été faites, étant très-certain que les métamorphoses des œufs en vers, des vers en chrysalides, & des chrysalides en mouches, sont d'autant plus rapides que la chaleur est grande. Ces métamorphoses se font presque toutes dans les olives, qui quoique rongées par le ver demeurent ordinairement attachées aux rameaux, & la mouche en sort par le trou que laisse la piqûre cicatrisée par où l'œuf a été introduit. Si elles tombent soit d'elles-mêmes, soit par les secousses de l'arbre, les vers ou se dispersent sur le sol & s'y transforment, ou restent dedans les olives & sont transportés avec elles dans les greniers, s'y changeant en mouches qui vont se placer contre les murailles.

Après être sortie de la chrysalide, la mouche ne vit plus que 2 ou 3 jours, selon Mr. Sieuve, & *6* selon Mr. Bernard, ou mê-

me 8 sans nourriture. Nous avons cependant conservé plusieurs mouches en vie sans nourriture plus de 12 jours, d'autres plus de 40 en les nourrissant de figues sèches. Peut-être les mouches que Mr. Sieuve a observées étoient-elles sorties des chrysalides qui n'étoient pas encore bien mûres, & qui étoient maigres & formées par des vers mal nourris. Cette conjecture n'est pas sans fondement, quelques-unes de nos observations lui ajoutent un grand poids. En effet ayant pris en Novembre des olives infectées depuis long-tems par les vers, & d'autres qui ne l'avoient été que depuis quelques jours, & les ayant mises séparément, nous avons été convaincus que les vers qui étoient sortis des olives nouvellement piquées formoient à la vérité des chrysalides, mais elles étoient si décharnées, que la mouche n'en put sortir ni en Avril, ni en Mai, tandis qu'elle sortit bien vigoureuse des chrysalides formées par des vers qui avoient dévoré la plus grande partie de la substance de l'olive.

Le chiron doit donc sa naissance à la mouche en laquelle il se transforme : il tire sa nourriture de la chair des olives, & en fait un si terrible dégât que s'il régnoit tous les ans de la même manière, on seroit presqu'obligé de renoncer à la culture des oliviers. Mais par un effet de la Providence il n'infeste pas toujours également les olives ; on a de tout tems observé que la récolte qu'on en fait n'est abondante que de deux ans en deux ans, & que ce n'est qu'à la fin de la meilleure que l'insecte se multiplie prodigieusement, ronge, dévore les nouvelles olives & en absorbe tellement le suc que la moindre secousse ou pluie

suffit pour les faire tomber; aussi les Propriétaires ne se donnent-ils presque jamais la peine de les cueillir, parce qu'au lieu d'huile elles ne contiennent la plupart que de l'eau, en sorte qu'ils n'en retireroient pas même de quoi se défrayer. Dans l'année d'abondance on ne s'aperçoit presque point du dégât des vers, les olives sont presque toutes saines & entières, mais il ne faut pas croire pour cela avec le peuple qu'il n'y en ait point de gâtées. Le succès d'une expérience que Mr. l'Abbé Fossati a faite selon la commission que je lui en avois donnée, ne laisse aucun doute sur ce point: ayant couvert d'un voile clair & transparent un rameau chargé d'olives qui n'avoient pas encore été piquées, il les trouva vers la fin de Mai encore telles, hormis deux qui touchoient au voile; mais il n'en fut pas de même de celles des rameaux qui avoient demeuré découverts, quoiqu'elles se trouvassent également saines & intactes dans le tems qu'on couvrit l'autre. Cette expérience démontre évidemment que le ver destructeur attaque aussi les olives à la fin de la bonne année, & confirme en même tems qu'il vient d'une mouche qui l'engendre en déposant ses œufs dans les olives. Le nouveau fruit qu'on observe après la bonne récolte qu'on achève ordinairement en Mai, sur les arbres qui ont demeuré inféconds dans cette année d'abondance nous en fournit une nouvelle preuve, puisqu'il est bien-tôt presque tout gâté, & qu'il noircit avant tems & tombe de lui même, en sorte que les oliviers en sont au mois de Décembre ordinairement dégarnis, tandis que dans l'année de fécondité elles y demeurent attachées jusqu'au mois de Juin, quoiqu'on fasse trés-mal de les y laisser aussi long-tems.

Enfin on n'a qu'à faire attention à cette quantité de mouches & de vers qui se répandent dans les greniers où l'on porte les olives pour se convaincre qu'ils se doivent trouver aussi en pleine campagne. La raison pourquoi les olives sont pour la plupart préservées dans l'année de la pleine récolte, & qu'il s'en fait un plus grand ravage dans celle de disette, c'est qu'à la fin de la cueillette de la première, les mouches se reproduisent plus facilement & beaucoup plus promptement à la faveur de la saison plus chaude, & qu'elles vont par conséquent piquer en plus grand nombre le nouveau fruit & y déposer en même tems une plus grande quantité d'œufs. De-là cette multitude de vers dans l'année de la petite récolte; mais comme cette année les olives sont presque déjà toutes tombées en Décembre, le froid plus ou moins rigoureux détruit plus ou moins ces vers dans leurs chrysalides; ce qui est cause qu'il n'en sort pas un aussi grand nombre de mouches, & que les olives se trouvent plus ou moins saines dans l'année suivante.

En effet après un hiver doux, il sort des chrysalides une si grande quantité de mouches que les nouvelles olives sont bientôt infectées de vers, tandis qu'on n'y en observe presqu'aucun après un hiver des plus rigoureux. L'histoire vient à l'appui de mon raisonnement ; elle nous rappelle que le froid ayant été excessif en 1709, les oliviers en furent si saisis & endommagés, qu'on ne vit plus de ces vers que quelques années après: aujourd'hui même on n'en voit point ou bien rarement dans le fruit des oliviers qui se trouvent près des montagnes, où la neige fait un plus long séjour, & s'il en paroît quelqu'un, il est bientôt détruit par le froid. J'ai observé moi-même plusieurs fois, dans la Province de Nice

& particulièrement dans quelques endroits de Contes qui regardent le Nord & dans quelques vallées profondes où la glace dure quasi tout l'hiver, que les olives y sont moins gâtées que celles des oliviers qui sont exposés au Midi : Aussi les Propriétaires s'empressent-ils de les cueillir sans attendre que les vers en fassent un plus grand ravage ; enfin c'est une observation constante que les olives du sommet des oliviers qui sont exposés au Midi, souffrent plus de dommage que celles des rameaux qui regardent le Nord.

Le froid est donc nuisible à la propagation de cet insecte ; il peut même dans sa plus grande rigueur le faire périr en grande partie ; quoique bien des causes concourront malheureusement toujours à en garantir un nombre suffisant pour la conservation de l'espèce. Mais indépendamment du froid, on pourroit encore demander comment cet insecte se peut perpétuer d'un an à l'autre, les oliviers se trouvant déjà dépouillés de leur fruit environ au mois de Décembre dans l'année de la modique récolte ?

Pour satisfaire à cette demande, il faut considérer qu'il reste toujours dans les gerçures, dans les cavités de l'arbre, & dans les creux de la terre au-dessous de l'arbre, quelques-unes de ces chrysalides qui sont sorties de l'olive avant le terme de la cueillette, parmi lesquelles il peut s'en conserver un assez grand nombre pour la reproduction des mouches : il s'en peut trouver aussi en assez grande quantité au dedans de ces olives qui demeurent attachées à l'arbre, ou qui restent dispersées par terre, & quoiqu'on accorderoit que les mouches qui en naissent aux mois d'Avril & de Mai fussent contraintes de périr faute de nourriture, cel-

les qui demeurent plus long-tems dans l'état de chrysalide à cause que l'endroit de leur naissance est plus exposé au Nord, ne sont encore que trop suffisantes pour la propagation : car on doit remarquer que le degré de froid qui règne dans quelques expositions, loin de les détruire est capable de les conserver.

Ce que je viens de dire fait voir combien cet insecte est dangereux : la perte qu'il cause est encore plus grande qu'on ne le pense communément, puisqu'il attaque aussi les olives dans l'année d'abondance, & en fait plus ou moins de dégât selon que l'hiver précédent a été plus ou moins doux. On doit même le regarder comme l'insecte le plus pernicieux de toutes les espèces que nous avons rapportées : ce n'est pas qu'il soit de sa nature plus à craindre que les autres, mais il fait plus de mal par la raison qu'il attaque toujours le fruit, tandis que les autres n'attaquent pas toujours l'arbre. Il étoit donc très-important de chercher les moyens propres pour son anéantissement ; on n'a cependant qu'à faire réflexion sur son caractère particulier & sur ses métamorphoses pour sentir l'insuffisance de ceux qu'on a proposés jusqu'à présent.

Mr. Sieuve de Marseille dans son Traité sur les moyens de garantir les olives des insectes, & qui a mérité à bien des égards l'approbation de l'Académie des Sciences de Paris, avance qu'on peut empêcher ce ver de monter jusqu'au fruit en enduisant les fourches de l'arbre avec une espèce de goudron de sa composition, assurant qu'il en a fait l'expérience en Espagne & en Provence, & que bien des gens en ont été témoins. Si l'efficacité de ce goudron

étoit bien constatée, cet Auteur seroit blâmable d'avoir pensé plus à son intérêt qu'au bien public, en le vendant sans indiquer la manière de le former. C'est en vain qu'on a voulu en faire la preuve en Calabre : elle n'a jamais réussi, le Public n'a donc rien perdu en ignorant ce secret. On en doit dire de même des ingrédiens qui ont été imaginés par Mrs. de la Brousse & Isnard qui n'on fait que suivre aveuglement l'exemple de Mr. Sieuve. Tous ces remèdes ne sont fondés que sur la supposition que le *Cairon* est un ver qui rampe par la tige & par les branches de l'olivier pour aller dévorer le fruit. Mais l'observation démontre le contraire ; ces Auteurs ont confondu ce ver avec la chenille mineuse, quoique d'ailleurs ils en ayent assez bien distingué la mouche qui l'engendre. Je ne parle point des fumigations, ni des engrais qu'on a conseillé de pratiquer : le motif qui a porté quelques Ecrivains à les proposer est louable, mais ils seront toujours sans effet, parce qu'ils n'ont d'autre fondement que le préjugé.

Quant au remède qui consiste à émonder les arbres tous les ans, ce ne seroit pas ici le lieu d'en faire l'examen, puisqu'il ne tend point directement à la destruction de l'insecte dont il s'agit : mais comme ce qu'en juge Mr. Bernard pourroit faire croire que c'est là la meilleure règle qu'on ait prescrite pour la conservation des oliviers, on ne desaprouvera pas que je m'écarte un peu de mon sujet pour faire observer que si elle convient généralement à toutes les espèces d'arbres, elle ne doit point sans exception s'étendre à tous les arbres, & encore moins à tous les oliviers. Ce seroit vouloir agir contre l'expérience que

de l'appliquer à ceux qui sont solitaires & plantés en même tems dans un terrein, d'où ils tirent une nourriture convenable. On observe que ces oliviers se chargent d'une grande quantité de fruit non seulement dans leurs plus hauts sommets, & dans les rameaux qui s'étendent à la ronde en déhors, mais encore dans ceux qui sont le plus près de la tige, ou qui restent cachés intérieurement & dont le fruit ne mûrit pas si vîte qu'à l'ordinaire. On peut faire utilement usage de cette règle à l'égard de ces oliviers qui sont trop proches les uns des autres, & qui entrelassent & confondent leurs branches, pour qu'ils ne s'étouffent réciproquement : on peut aussi l'appliquer à ceux qui se trouvent dans un terrein aride. On a souvent observé que quelques-uns de ces oliviers qui sont en petit nombre près des forêts, & qui sont ordinairement abandonnés des Proprietaires, à cause que les oiseaux en mangent tout le fruit, ayant été déchirés & ébranchés par le vent, ont repoussé des rameaux vigoureux, comme si on leur avoit fourni un nouveau terrein, & ont porté pour quelque tems beaucoup de fruit. Si donc l'Agriculteur en imitant la nature, émonde chaque année ou de deux ans en deux ans, ces oliviers qui manquent de nourriture, le suc nourricier qui montoit par les rameaux qu'on a coupés, se répandra dans ceux qu'on a épargnés, & il fera qu'ils produiront du fruit en plus grande abondance, & de beaucoup meilleure qualité. Mais pour que ce suc passe en plus grande quantité dans les rameaux qu'on laisse, il sera bien de faire la coupe en Automne, d'abord après la modique récolte des olives, ou à la fin de l'hiver vers l'équinoxe, avant

qu'il vienne la saison que les arbres en tirent le plus qu'il est possible de la terre, & qu'il passe par conséquent dans les rameaux à couper, au préjudice de ceux qu'on ne doit point retrancher. Je dois encore avertir que les coupes oblongues sont préférables à la ronde, parce que dans cette dernière l'écorce se rapproche difficilement du centre pour se réunir; ce qui se fait aisément dans celles qui ont toute autre figure que la ronde. En faisant la coupe ovale on évitera donc la carie qui reste ordinairement dans la ronde, & qui dans la suite, soit par l'humeur qui y séjourne, soit par d'autres causes nuit à cette partie de l'arbre.

Mais il est tems que je revienne à mon objet, & que j'expose en détail les moyens qui m'ont paru convenables pour l'entière destruction du *Chiron*. Le premier soin qu'on doit avoir c'est de prévenir le tems de la récolte des olives. L'an de la moindre abondance, il sera bien de la faire aux mois d'Octobre, de Novembre, & de Décembre, avant que les vers en ayent dévoré presque toute la chair. Outre qu'on aura ainsi l'avantage de faire une plus grande quantité d'huile & meilleure, on parviendra d'abord à diminuer considérablement le nombre de ces vers, & avec le tems à en faire périr l'espèce. En effet ou qu'ils resteront dans les olives, ou qu'ils en sortiront & se disperseront sur l'espace de terrein qui est au-dessous des arbres. Dans le premier cas, s'ils ne sont point encore sortis du fruit quand il viendra le tems de l'exprimer, ils seront broyés & écrasés avec elles, & s'ils en sont déjà sortis, & qu'ils se soient répandus dans les greniers, on n'aura qu'à les cueillir soigneusement, & les jeter au feu. Dans le se-

cond cas, ils ne pourront produire que des chrysalides bien foibles & incapables de se transformer en mouches : mais supposons qu'il y en ait déjà quelques-uns assez nourris pour pouvoir se changer en chrysalides de quelque vigueur, il sera aisé de les étouffer, en piochant le terrein qui répond à l'étendue de l'arbre qu'on a battu.

On pourra obtenir le même effet en étendant au-dessous des arbres autant de couches de menu bois, & en y donnant le feu. On ne manquera pas de brûler ainsi peu à peu les vers, pourvu qu'avant de faire tomber les olives, on ait eu la prévoyance d'aplanir & de bien égaler le terrein & de n'y laisser aucun creux ou trou, qui puisse les garantir de la flamme. On les détruiroit également & on engrasseroit en même tems le champ, si lorsqu'on émonde les arbres, on faisoit autant de tas des branches coupées pour les couvrir ensuite de mottes bien sèches, & les faire brûler selon l'usage établi dans quelques endroits du Piémont, où l'on n'a pas assez de fumier. S'il arrivoit que les pluies empêchassent en Automne, ou au commencement de l'hiver, de fouir & de brûler la terre, il n'y auroit encore aucun mal de différer cette pratique jusqu'à la belle saison; c'est-à-dire jusques aux mois de Mars, d'Avril & de Mai avant que les chrysalides se changent en mouches.

Tout ce que je viens de prescrire pour l'année de disette peut également servir pour celle d'abondance. On doit d'abord sentir par ce que j'ai dit sur la nature de cet insecte que dans cette année, la saison la plus convenable de faire usage de ces moyens, c'est le printems; on ne doit donc pas traîner la récolte jus-

ques aux mois de Mai, & de Juin, mais il faut l'avoir terminée au mois d'Avril, un plus grand retard donneroit lieu à la reproduction de cette multitude innombrable de vers qu'on observe ordinairement l'Été suivant, & qui infectent le nouveau fruit. Cette pratique sera encore très-avantageuse pour la conservation des jeunes bourgeons des arbres, dont on fait un si grand dégât en les battant aux mois de Mai & de Juin.

Voilà les moyens que j'ai cru devoir proposer pour l'entière destruction de la race de cet insecte. Ils ne sauroient être ni plus simples, ni moins dispendieux: je prévois néanmoins que sans le secours du Gouvernement il sera difficile qu'on les mette avantageusement en pratique; il faut pour cela que tous les Cultivateurs & les Propriétaires des oliviers d'une grande étendue de pays, y soient généralement engagés, & qu'ils se donnent le même soin par tout & en même tems, autrement les vers qui auroient été épargnés & négligés dans un endroit, reproduiroient des mouches, qui ne tarderoient pas d'aller infecter ceux qui en auroient été délivrés. C'est ce qu'il n'est pas bien facile d'obtenir: on sait que les Cultivateurs n'aiment communément que leur intérêt actuel, & qu'ils ne font que suivre d'une manière aveugle la routine de leurs Ancêtres. Quoiqu'il en soit, je ne manquerai pas d'en faire moi-même l'expérience au-dessous de quelques-uns des arbres qui m'appartiennent & qui se trouvent solitaires. Si le succés répond, ainsi que je l'espère, constamment à mes vues, je commencerai par avoir la satisfaction de reconnoître en mon particulier l'infallibilité du projet que j'annonce, en attendant que le Public soit disposé à suivre mon exemple.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES

SUR LES VÉSICULES SÉMINALES TENDANTES A EN CONFIRMER L'USAGE.

PAR M. BRUGNONE.

I. La génération dans les animaux qui ont deux sexes, tels que l'homme, les quadrupèdes, les oiseaux &c., se fait par le concours du mâle & de la femelle. Le vrai caractère du *mâle* consiste en ce qu'il engendre en lui-même la *semence*, pour la répandre ensuite, & féconder les *oeufs* qui sont le caractère distinctif de la *femelle*. Lu le 16 déc. 1787.

II. On nomme *testicules* les organes destinés dans le mâle à la séparation de la semence: ils sont formés par un peloton de petits *vaisseaux séminifères* enveloppé par des tuniques.

III. Dans l'homme huit, dix, douze &c. de ces petits vaisseaux (II), après avoir perforé la tunique albuginée à la partie antérieure du bord supérieur du testicule, se réunissent en un seul canal qui plié & replié en différentes manières forme *l'epididyme*.

IV. On distingue dans l'épididyme la *tête* qui est son extrémité antérieure plus grosse, & la *queue* qui est son extrémité postérieure plus petite: cette queue se replie de bas en haut, & se prolonge en un canal assez gros, quoique sa cavité, que l'on appelle le *conduit déférent*, soit presque imperceptible.

V. Ce conduit plus gros, tortueux & comme bosselé de-

puis son commencement jusqu'à la hauteur de deux travers de doigts, & encore plus haut, se fait ensuite plus petit & parfaitement cylindrique, pour monter en ligne droite avec les vaisseaux spermatiques jusqu'à l'anneau du muscle oblique externe, par où il passe avec les mêmes vaisseaux dans la cavité de l'abdomen derrière le sac du péritoine, enveloppé par le simple tissu cellulaire de cette membrane. A peine est-il entré dans cette cavité qu'il quitte les vaisseaux spermatiques, pour descendre dans le bassin & se porter obliquement à la partie postérieure de la vessie urinaire entr'elle & l'intestin rectum. Dans son trajet dans le bassin il est accompagné par quelques petits faisceaux de fibres charnues, qui se détachent du crémaster avant la sortie de ce muscle de l'abdomen par le même anneau de l'oblique externe (*a*).

VI. Dès que les conduits déférens sont parvenus à la partie inférieure presqu'aplanie de la vessie qui est celle que l'on devroit appeler son *fond* (*b*), entre les deux vésicules séminales, ils deviennent de nouveau tortueux, bosselés &

(*a*) Ces faisceaux de fibres charnues sont seulement visibles dans les sujets robustes: mon illustre ami & collégue, Mr. Penchienati, les a observés plusieurs fois, ainsi que moi. Je soupçonne qu'ils ont le même usage, que j'ai attribué aux crémasters des femmes; c'est-à-dire ainsi que ceux-ci en se contractant donnent une secousse au moyen des ligamens ronds à l'uterus surtout dans le tems du coit, de même ces faisceaux dans l'homme peuvent comprimer les conduits déférens, & y accélérer dans cet acte le cours de la semence: Voyez mon mémoire *de testium in fœtu positu* pag. 43. du II. Vol. de cette Académie, Nota (*a*). La présence de ces faisceaux charnus le long des vaisseaux déférens dans le bassin paroît d'autant plus nécessaire qu'ils n'ont aucune tunique musculaire, ainsi que quelques auteurs le soutiennent.

(*b*) Voyez *Opere anatomiche, e cerusiche di Ambrogio Bertrandi tom. IV pag. LII, LIII, & LIV.*

encore plus gros qu'à leur commencement (V); c'est ici qu'ils commencent à changer de direction dans leur marche, & à se porter en avant, en se rapprochant de plus en plus l'un de l'autre, jusqu'à ce qu'ils s'entretouchent. En continuant alors leur cours encore plus directement en avant, dès qu'ils sont arrivés près de la partie moyenne du bord postérieur de la prostate, quelquefois même après avoir pénétré dans cette glande, ils s'insèrent chacun de son côté dans le conduit excréteur de la vésicule séminale du même côté (IX); mais avant de s'y joindre, ils se rétrécissent & se courbent un peu de devant en arrière vers les vésicules mêmes, sans faire néanmoins avec les conduits de ces vésicules un angle apparent, encore moins de la grandeur, que l'a peint & décrit Leal Lealis (*c*).

VII. On a donné le nom de *vésicules séminales* à deux réceptacles membraneux, qui présentent au déhors des circonvolutions à peu près semblables aux anfractuosités du cerveau & des bosses comme l'intestin colon. Il y en a deux dans l'homme, une de chaque côté, placées à la partie postérieure & inférieure de la vessie urinaire, appuyées en partie sur l'intestin rectum, & en partie sur la prostate. Par leurs extrémités postérieures elles sont éloignées l'une de l'autre; par les antérieures elles ne sont séparées que par l'interposition des conduits déférens (VI).

VIII. Le célèbre Haller prétend (*d*) que chaque vésicule

(*c*) *De partibus semen conficientibus. Patav.* 1686 *in* 12 *pag.* 38 *&* 39 *fig. II. D. C.*

(*d*) *De vasis seminalibus observationes* inter opera minora tom. II. pag. 1 *Elementa physiolog. corpor. humani tom.* VII. part. 1 pag. 458.

est formée par une espèce d'intestin caecum branchu, dont les branches se divisent en rameaux; il dit avoir compté dans chaque vésicule jusqu'à dix-sept de ces branches, dont quelqu'une se partageoit en quatre, cinq, six, sept, huit rameaux, il ajoute que quelques-uns de ces rameaux en poussoient d'autres. Ce grand homme a été trompé par l'apparence extérieure des vésicules, & plus encore par l'injection du vif argent, qui en avoit trop étendu & allongé les bosses (*e*). Car si avec un peu de patience on coupe avec un scalpel très-fin tous les liens que les vésicules reçoivent du tissu cellulaire du péritoine (ce tissu est ici très-serré & compact), elles se déployent, se dévident & s'allongent, l'on voit disparoître toutes leurs branches, tous leurs rameaux, & même une grande partie de leurs bosses, & ne rester qu'un seul canal continu, qui ouvert dans toute sa longueur présente en dedans, aux endroits qui répondent aux bosses extérieures, de simples petits culs-de-sacs (*f*). C'est ainsi qu'en coupant les ligamens longitudinaux du colon, l'on parvient à détruire presqu'entièrement les cellules de cet intestin.

IX. J'ai dit (VI) de quelle manière & en quel endroit les conduits déférens se joignent aux conduits excréteurs des vésicules séminales. Ces derniers conduits naissent de l'extrémité antérieure des vésicules, ou ils sont, pour parler plus exactement, une continuation de cette même

---

(*e*) Albini *Academicar. annotat.* lib. V. cap. 1 pag. 98, & 99.

(*f*) Cheselden (*anatomie sixieme édit. pag.* 266), Winslow (*exposit. anatom. traité du bas ventre n.* 547), Heister (*compend. anatom. n.* 227), & long-tems avant eux Leal Lealis (*loc. cit.*) avoient très-bien connu cette structure des vésicules séminales.

extrémité; il est seulement à remarquer, que dans cet endroit les vésicules se portent en se rétrécissant directement en avant contre le bord postérieur de la prostate, & que c'est ici qu'elles reçoivent l'extrémité des conduits déférens. De cette jonction naissent deux canaux communs aux vésicules séminales & à ces conduits, un de chaque côté, que l'on appelle les *vaisseaux éjaculatoires*. Ces vaisseaux larges dans leur commencement diminuent de diamètre à mesure qu'ils se portent antérieurement à côté l'un de l'autre, se touchant par leurs côtés internes, dans l'épaisseur de la prostate; ils vont enfin s'ouvrir, chacun séparément & sans avoir nulle part la moindre communication ensemble, aux parties latérales de la fente, qui divise longitudinalement la tête du verumontanum, & qui conduit dans le *sinus*, que Morgagni a découvert le premier dans les parois inférieures de l'urètre derrière cette même tête (*g*).

X. Le même Auteur assure (*h*), qu'une fois en comprimant les vésicules séminales il a pu faire sortir de ce sinus de la vraie semence, outre celle qui sortoit par les orifices des vaisseaux éjaculatoires ordinaires, de manière qu'il semble que dans ce sujet il y en eût trois (*i*); il avoue néanmoins

---

(*g*) *Adversar. anatom. IV animadv. III* pag. 6.

(*h*) *ibidem*

(*i*) Voilà pourquoi l'immortel Boerhaave qui n'a pas fait attention que l'observation de Morgagni étoit un cas extraordinaire, dans l'édition de ses *Institutiones medicae* de l'année 1734 §. 648 a dit: *per tria distincta oscula seminalis humor huc expellitur* (dans l'urètre) & dans l'explication de ce paragraphe (*pag.* 183 *tom. IV. part. I. de l'édit. de Turin*) il ajoute: *haec sola via est, qua extra corpus effluere potest, unum nempe majus emissarium in capite gallinaginis, & duo minora, quae huic capiti lateraliter adjacent.*

que cela arrive rarement; en effet personne après lui ne l'a plus observé, ni moi sur douze cadavres, que j'ai disséqués dernièrement exprès, sans en compter plusieurs autres que j'avois examinés en d'autres tems. Il ajoute qu'il n'y a non plus aucun conduit excrétoire de la prostate, qui y vienne aboutir. Cela est vrai ordinairement; mais dans un des douze sujets, que je viens de nommer, en qui ce sinus étoit situé un peu plus du côté gauche, j'ai trouvé que son fond communiquoit par des orifices assez larges avec la prostate, d'où, en la comprimant, j'exprimois la liqueur propre de cette glande; d'autres fois par cette pression la liqueur sortoit non seulement par les orifices de ses conduits excrétoires, qui se trouvent à chaque côté du verumontanum, mais aussi par d'autres, qui s'ouvroient derrière sa tête.

XI. En 1745 Haller publia pour la première fois ses observations *de vasis seminalibus*, où il écrivoit: *ductus seminalis prostaticus & ex vesicula, & ex deferente canale oritur, & directionem habet; quae utriusque canalis directioni ex aequo fere respondeat: major tamen radix est, quam generat vesicula* (*k*). De-là il concluoit que la semence qui est versée dans l'urètre dans le tems du coït, y vient dans le même tems & des conduits déférens, & des vésicules séminales. Tel est aussi le sentiment de Fallope (*l*), de Graaf (*m*), & du grand Albinus (*n*), sans parler de plusieurs autres. Mais Haller changea d'avis

(*k*) *Oper. minor.* tom. II. pag. 7.

(*l*) Dans le texte que je rapporterai ci-après n. XIII.

(*m*) *De virorum organis generationi inservientibus.* Lugduni Batav. 1668. 8.°

(*n*) *Academic. annotat.* lib. IV. cap. III.

dans *sa grande Physiologie* (*o*) non seulement à l'égard de la direction des conduits déférens à l'endroit de leur insertion dans les vésicules séminales, en disant que ces conduits appartiennent plutôt à l'urètre, qu'aux vésicules (*p*), mais aussi, ce qui doit nous surprendre après une telle assertion, à l'égard de l'émission de la semence dans le tems du coït par les conduits déférens immédiatement dans l'urètre, puisqu'il nie absolument que cela arrive jamais *in homine vivo, & sano* (*q*). Je ne m'arrêterai pas, pour prouver que cet incomparable Physiologiste est ici en contradiction avec lui même, ni pour démontrer que la semence lancée dans l'urètre dans le tems du coït y vient en partie des vaisseaux déférens, & en partie des vésicules séminales; le but de mon Mémoire est seulement de faire voir que la semence qui se sépare continuellement des testicules, est portée hors le tems du coït par les vaisseaux déférens dans les vésicules qui la gardent pour le besoin: la direction de ces vaisseaux à l'endroit de leur insertion dans les conduits excréteurs des vésicules (VI), les expériences, & les observations, que je vais rapporter (XII, XIV) mettront, si je ne me trompe, en évidence cette vérité physiologique, sur laquelle de tout tems de grands Anatomistes ont cherché à répandre des doutes.

(*o*) *Tom. VII. part. I.*

(*p*) Loc. cit. pag. 450, & 452. *In homine, inque quadrupedibus hoc nomine* (ductus deferentis) *intelligitur ductus seminalis ab epididymide ad uretram continuatus .... Paullo prius, quam cum ductu vesiculae coeat, rectus fit, & iterum ad finem suum rectus est .... Dixi ductum deferentem vesiculae seminalis ductum excretorium sibi insertum recipere.*

(*q*) *ibidem* pag. 454.

XII. Celui qui a véritablement trouvé les vésicules séminales est sans contredit Fallope, & c'est lui aussi qui leur a assigné le premier l'usage d'être les réservoirs de la semence : *in has vesicas* (dit-il (r)) *tamquam in castellum quoddam aquarium exoneratur semen continuo, quotiescumque apertos meatus, quibus in canalem* (dans l'urètre) *influat, minime reperit.* Mais Vesale, qui n'avoit point parlé de ces réservoirs dans son grand ouvrage, dans son *Examen des observations anatomiques de Fallope* (s) non seulement ne convint point de l'usage, que son digne émule leur avoit assigné, mais il continua avec une opiniâtreté inexcusable à en nier l'existence. La grande autorité, que Vesale s'étoit à juste titre acquise en Anatomie entraîna dans son opinion une grande partie des Anatomistes qui le suivirent; les uns nioient absolument avec lui l'existence des vésicules, d'autres les admettoient, quoiqu'ils niassent qu'elles fussent les réservoirs de la semence. Thomas Wharthon fut un de ceux, qui dès l'an 1656 (t) soutinrent le plus acrement que les vésicules que l'on a nommées séminales, sont des corps glanduleux, qui séparent dans leur propre substance la matière qu'ils contiennent, & que les vaisseaux déférens n'ont point de communication avec eux. La même chose a été soutenue en 1668 par Van-Horne dans son prodrome sur les parties de la génération des deux sexes (u).

(r) *Observationes anatomicae*. Venet. 1561 in 8.° pag. 188, & 189.

(s) *Anatomicarum Gabrielis Fallopii observationum examen*. Venet. 1564 in 4.° pag. 136, 137, & 138.

(t) Dans son *Adenographia* cap. VI & XXX.

(u) *Johan. Van-Horne prodromus observationum suarum circa partes genitales in utroque sexu*. Lugduni Batav. 1668 in 12.° apud Guasbekios.

Mais Regnier de Graaf qui dans un semblable prodrome publié quelques mois avant celui de Van-Horne, avoit écrit que les conduits déférens s'insèrent dans les conduits excréteurs des vésicules séminales où ils versent la semence séparée dans les testicules *(x)*, ayant ensuite (dans le courant de la même année 1668) mis au jour son excellent *traité des parties génitales de l'homme*, que j'ai déjà cité, réfuta Van-Horne & Wharthon par les expériences & raisonnemens suivans : on n'a, dit-il *(y)*, qu'à injecter quelque liqueur, ou à souffler de l'air par le canal déférent, & l'on verra *citius vesiculas seminarias distendi, quam quidquam per foramen in urethram erumpere* : si l'on comprime, ajoute-t-il, les vésicules, l'on voit sortir la semence par les vaisseaux éjaculatoires dans l'urètre, & elle sort par le seul conduit éjaculatoire droit, lorsqu'on comprime la vésicule droite, par le gauche, si on comprime la gauche, preuve certaine que ces conduits ne communiquent point ensemble. Pour prouver ensuite que la liqueur contenue dans les vésicules ne se sépare point de leur propre substance, il fait observer que ces réservoirs ont une structure purement membraneuse, & nullement glanduleuse; que si cette liqueur diffère quelquefois en couleur & en consistance de la semence que l'on trouve dans les conduits déférens, cela dépend du plus long séjour qu'elle a fait dans les vésicules : enfin il révoque sagement en doute

(x) *Epistola ad Franciscum de le Boe Sylvium de nonnullis circa partes genitales inventis novis.* Leidae 1668 in 16.°

(y) pag. 29, & 30 du Recueil de toutes ses oeuvres, édition de Lyon 1678 in 8.° Ces expériences ont été répetées presque dans le même tems, & avec le même succès par Clarcke. Voyez les *Transactions philosophiques* n. 35.

les observations des personnes sans testicules, en qui l'on disoit avoir trouvé les vésicules également pleines, que dans les personnes qui avoient des testicules, en disant que peut-être ces personnes avoient les testicules cachés dans le ventre.

XIII. Rien de plus solide ne pouvoit être opposé aux assertions peu fondées de Wharthon & de Van-Horne. Le premier étoit déjà mort, & en conséquence il n'a pu répondre. Mais Van-Horne qui vivoit encore, n'étant mort qu'au commencement de 1670, se trouva probablement convaincu par les raisons de Graaf, puisqu'il ne lui fit non plus aucune réponse. Ce fut Swammerdam, qui se dit le principal auteur de l'ouvrage de Van-Horne, qui se chargea de sa défense dans le livre qu'il fit paroître en 1672 sous le titre de *Miraculum Naturae sive uteri muliebris fabrica notis in Joannis Van-Horne prodromum illustrata* (7), où il avoue que, lorsque Van-Horne avance que les vésicules séminales ne communiquent point avec les vaisseaux déférens, il décrit la structure de ces parties telle qu'on l'observe dans les taureaux, & il convient que dans l'homme il y a effectivement communication entre ces parties; mais il soutient que ce sont les vésicules séminales qui se déchargent dans les conduits déférens, tandis que ceux-ci vont droits à l'urètre : à l'expérience de Graaf, par laquelle en injectant quelque liqueur par le canal déférent, on parvient à remplir les vésicules, avant qu'il en sorte par l'urètre (XII), il oppose qu'en faisant de même l'injection par un trou fait à

(7) Imprimé à Leiden in 4°. On le trouve aussi dans le premier tome de la *Bibliothèque anatomique* de Manget.

l'extrémité postérieure des vésicules, l'on voit se remplir les vaisseaux déférens, avant que rien ne sorte par l'urètre : *usque adeo* (s'écrie-t-il) *fallax magister est minus circumspecte captum experimentum*. Enfin il dit que dans les poissons, & surtout dans la perche, ce qu'on appelle les *Laites* n'est autre chose que les vésicules séminales, quoique dans ces animaux les testicules & les vaisseaux déférens manquent. Graaf répondit (*aa*) que, quoiqu'il puisse se faire qu'en poussant avec force la matière de l'injection dans les vésicules, elle pénètre dans les conduits déférens avant que de sortir par l'urètre, cela n'est point conforme à la structure des parties qu'il faut toujours consulter, *& quae omnino contrarium ejus, quod asserit, docet*: que les *Laites* des poissons ressemblent plutôt aux testicules, qu'aux vésicules séminales ; qu'enfin sa cause est gagnée, dès que son adversaire admet que Van-Horne a décrit la structure des parties génitales du taureau, & non de celles de l'homme, sur lesquelles seulement rouloit la question. Et comme Swammerdam avoit adressé son livre à la Société Royale d'Angleterre, Graaf lui adresse également sa défense, en se soumettant entièrement au jugement impartial de cet illustre Corps. Celui-ci nomma pour examiner la chose de près trois de ses Membres, MM. Needham, Croone, & King, qui après avoir répété les expériences, & disséqué plusieurs animaux, donnèrent dans leur rapport raison à Graaf (*bb*).

(*aa*) *Partium genitalium defensio*. Leidae 1673 8.°

(*bb*) Birch *the history of the R. Society in London* tom. III. pag. 103.

XIV. On ne pouvoit en effet attendre aucune autre décision d'une Société si éclairée. Moi-même j'ai répété plusieurs fois les expériences de Graaf, & les ai toujours trouvées conformes à la vérité; au contraire ayant répété plus d'une fois celle de Swammerdam, en injectant de la matière par l'extrémité postérieure des vésicules séminales (XIII), j'ai constamment observé que la matière sortoit par les orifices des conduits éjaculatoires, avant qu'il en passât dans les conduits déférens, souvent même il n'étoit pas possible d'y en faire passer. Lorsque je soufflois de l'air par les mêmes orifices des conduits éjaculatoires, je gonflois aussitôt les vésicules, & très-difficilement les conduits déférens: si je passois par ces orifices un stilet, je pénétrois sans la moindre résistence dans les vésicules, au contraire il falloit du tems, & beaucoup de patience & d'adresse, pour entrer dans les conduits déférens (*cc*).

XV On auroit cru qu'après un jugement si décisif d'un Corps si renommé, cette fameuse dispute auroit été terminée pour jamais; dispute qui en coûta la vie à Graaf mort en 1673 dans un accès de colère, auquel il se laissa emporter. Et vraiment depuis ce tems-là personne que je sache, n'avoit plus révoqué en doute l'usage des vésicules séminales que Jean Jacques Harder (*dd*), & Daniel Taury (*ee*), qui ont voulu renouveller l'opinion de Wharthon en

(*cc*) Une partie de ces expériences avoient été faites avec le même résultat par Haller. *loc. cit. pag.* 454.

(*dd*) *Prodromus physiologicus* imprimé en 1679 cap. VII. *Apiar.* pag. 156.

(*ee*) *Nouvelle Anatomie raisonnée* part. I. chap. XI. imprimée en 1690.

les supposant glanduleuses ; mais on ne fit point attention à leurs assertions. C'est seulement vers la fin de l'année dernière (1786), que le célèbre Jean Hunter, ayant publié à Londres un *Recueil d'observations sur certaines parties de l'économie animale*, remit sur le tapis la même question, comme si elle étoit toute neuve, puisqu'il ne cite personne, & qu'il ignore ou dissimule tout ce qu'on avoit fait, dit & écrit à cet égard avant lui. Le second article de son ouvrage a pour titre *observations sur les glandes situées entre le rectum & la vessie, appelées vésicules séminales* (*ff*) : « Elles ont été (*dit-il* (*gg*)) considérées com-
» me des réservoirs de la semence séparée des testicules . .
» Les physiologistes ont été déterminés à adopter cette opi-
» nion, parce qu'ils ont observé que dans l'homme les
» conduits de ces vésicules communiquent avec les vaisseaux
» déférens avant de s'ouvrir dans l'urètre . . . des observa-
» tions plus exactes sur leur structure & sur l'humeur
» qu'elles contiennent dans l'homme, & des recherches
» faites sur les autres animaux sur des parties semblables,
» que l'on suppose remplir le même but, joint à cela, qu'on
» ne trouve point ces vésicules dans toutes les classes d'ani-
» maux, me portèrent à croire, que cette opinion étoit erro-
» née. « Examinons ses raisons & ses observations, & voyons si elles sont mieux fondées, que celle de Wharthon & de Swammerdam (XII, XIII).

(*ff*) Ce titre est à peu près le même que Wharthon a donné au chapitre XXX de son *Adenographia*.

(*gg*) Je me sers de la traduction française qu'a faite de cet article Mr. le Roux des Tillets insérée à la pag. 235, & suiv. du *Journal de Médecine mois de Février* 1787.

XVI. Il commence par faire observer que la couleur, l'odeur & la consistence de l'humeur contenue dans les vésicules séminales diffèrent beaucoup de la couleur, de l'odeur & de la consistence de la semence lancée de la verge d'un homme vivant, ainsi que de celle que l'on trouve dans les vaisseaux déférens des cadavres (*hh*). Nous avons vu que Graaf a déjà répondu victorieusement à cette objection (XII): j'ajouterai que la semence qui sort dans le tems du coït, est toujours mêlée avec l'humeur prostatique, avec celle des glandes de Cowper, avec le mucus qui suinte en si grande abondance des cryptes de l'urètre, & avec la semence qui vient immédiatement des vaisseaux déférens (XI); quelle merveille conséquemment qu'elle diffère de celle que l'on trouve après la mort dans les vésicules séminales & dans les dits vaisseaux? Je conviens avec Mr. Hunter que le mucus que quelques personnes rendent par l'urètre, en faisant effort pour aller à la selle, ou pour rendre les dernières gouttes d'urine, n'est point en général de la semence; mais il se trompe en croyant que ce prétendu mucus vient toujours des vésicules séminales (*ii*); il n'est souvent fourni que par le prostate, & par les cryptes de l'urètre, ce qui est si vrai qu'on voit quelquefois le même écoulement dans les chiens qui sont dépourvus de vésicules séminales (XIX).

XVII. En second lieu, Mr. Hunter dit qu'ayant examiné les vésicules séminales de diverses personnes, à qui on

---

(*hh*) *pag.* 239, 240, 241, & 242.

(*ii*) *pag.* 242, & 243. Voyez aussi son *Traité des maladies vénériennes pag.* 207.

avoit depuis quelque tems amputé un des testicules, il a toujours trouvé également pleine & quelquefois même davantage la vésicule qui répondoit au côté où on avoit fait l'opération (*kk*). Je ne veux point douter de la vérité de ces observations de Mr. Hunter, d'autant plus que je n'ai jamais eu occasion de les répéter moi-même sur l'homme; mais quant au cheval hongre, dans lequel il avance également d'avoir trouvé l'humeur des vésicules séminales *exactement semblable*, *& presqu'égale en quantité*, *que dans le cheval entier* (*ll*), je suis en droit d'assurer le contraire; car dans tous les chevaux hongres que j'ai ouverts, j'ai toujours rencontré leurs vésicules plus petites & vides entièrement, ou tout au plus contenant une petite quantité de mucus, qui est celui qui se sépare de leur propre substance, très-différent de la semence dont elles sont remplies dans les chevaux entiers. Il faut aussi remarquer à l'égard des observations faites par Mr. Hunter sur l'homme, que comme il n'en porte aucune de personnes, qui eussent perdu un de leurs testicules dès l'enfance, il est probable que la matière contenue dans la vésicule séminale du côté mutilé, fût la semence qui y avoit été accumulée avant l'opération mêlée avec le mucus, qui suinte continuellement des parois internes des vésicules mêmes. Nous verrons ci-après (XXIII n.° (*ggg*)) qu'il faut un certain tems avant que la semence qui se trouvoit dans les vésicules séminales d'un animal avant la castration, soit entièrement absorbée. Il ne fait que supposer, mais il ne

---

(*kk*) *pag.* 245, 246, 247, 248, & 249. (*ll*) *pag.* 255.

prouve pas que les personnes dont il parle, eussent connu des femmes après avoir perdu le testicule ; si cela eût été, du moins est-il certain que le peu de semence qui se trouvoit dans la portion encore existente du canal déférent coupé, auroit dû être évacuée ; mais il avoue lui-même que dans un de ces sujets il trouva rempli de la même espèce de mucus qui remplissoit la vésicule séminale, le conduit déférent du côté imparfait *à l'endroit, où il est placé le long de la vésicule, & où il a la même structure, que les vésicules (mm)*. Il est vrai que pour éluder cette objection, il ajoute : *ce qui, je crois, arrive toujours, soit que le testicule ait été enlevé, soit qu'il ne l'ait pas été*, voulant par là faire entendre que c'étoit le mucus qui se sépare du canal déférent lui-même, qui le remplissoit, & non de la semence. Mais, si le mucus qui se sépare de cette portion du canal déférent, qui a la même structure des vésicules séminales, peut la remplir, quoiqu'elle ne reçoive plus de semence du testicule qui a été emporté, pourquoi le mucus qui se sépare des vésicules séminales, ne pourra-t-il pas les remplir également, quoiqu'il n'y arrive plus de semence des vaisseaux déférens? Soit donc que Mr. Hunter admette, soit qu'il n'admette pas pour de la semence la matière contenue dans la vésicule séminale du côté mutilé, il n'en tirera jamais, d'après son propre raisonnement, une conséquence juste en faveur de son hypothèse. On doit dire la même chose par rapport aux hommes, en qui il dit

(mm) *pag.* 247.

avoir trouvé les vésicules pleines, quoiqu'en eux les conduits déférens ou manquassent (*nn*), ou eussent perdu leur cavité (*oo*).

XVIII. Nous accordons à Mr. Hunter, que lorsque l'éjaculation de la semence prête à sortir vient d'être empêchée, on éprouve une douleur dans les testicules qui paroissent aussi un peu enflés (*pp*); nous ajouterons même, que quelquefois l'épididyme se dévide, & avec lui une portion du testicule, ce qui forme la maladie qui seule mé-

(*nn*) *pag.* 248, 249, & 250.

(*oo*) *pag.* 246. J'avois écrit cet article lorsque le 12 de Decembre (1787) en préparant les parties génitales sur un homme robuste, âgé d'environ 26, ou 27 ans, mort en peu de jours d'une péripneumonie à l'Hôpital de St. Jean, je fus étonné de ne pas trouver du côté droit le canal déférent à son entrée dans le bassin. Cela fit que je me mis à examiner avec plus d'attention le testicule, le cordon spermatique, & la vésicule séminale du même côté. J'observai donc que l'épididyme manquoit presqu'entièrement puisqu'il n'en paroissoit que la tête, qui formoit différentes bosses remplies de semence: le restant de ce corps qui s'étend le long du bord supérieur du testicule, & tout le canal déférent manquoient tout-à-fait, sans qu'il y eût aucune cicatrice, ou autre marque de maladie, qui les eût détruits. Le testicule étoit tres-sain, & à peu près de la même grosseur, que celui de l'autre côté. En examinant la vésicule séminale du côté imparfait, je trouvai à son extrémité antérieure, une portion du canal déférent de la longueur environ d'un pouce conformée comme la portion correspondante du canal déférent de l'autre côté, qui s'inséroit de même dans le conduit excréteur de sa vésicule séminale; mais celle-ci étoit flasque & absolument vide; en la comprimant ainsi que la dite portion de son canal déférent, je n'ai jamais pu en exprimer dans l'urètre la moindre goutte de semence; au lieu que la vésicule séminale gauche, qui répondoit au conduit déférent & au testicule bien conformée, étoit très-pleine de semence, que je faisois sortir en très-grande quantité en la comprimant par le conduit éjaculatoire gauche. Quoique cette vicieuse conformation fût, selon toutes les apparences, de naissance, néanmoins la vésicule séminale, & le conduit éjaculatoire droit, avoient conservé leur cavité naturelle.

(*pp*) *pag.* 252, & 253.

riteroit le nom de vraie *cirsocele* (*qq*); mais cette douleur, ce gonflement & cette maladie prouvent seulement que dans ce tems il se fait dans les testicules une plus grande séparation de semence, ce dont personne n'a jamais douté; si on n'éprouve alors aucune sensation à la région des vésicules séminales, c'est que ces réceptacles peuvent se dilater très-facilement, & que d'ailleurs ils n'ont point une aussi grande sensibilité que les testicules. C'est par la même raison que, dans le tems de leurs amours, les testicules grossissent beaucoup dans les oiseaux, dans le cerf, dans la taupe & dans presque tous les animaux qui ont leurs saisons marquées pour l'accouplement (*rr*). Nous nous croyons du reste assez fondés, pour douter de la vérité constante des observations de Mr. Hunter qui dit (*ss*) que l'on trouve les *vésicules séminales aussi remplies de mucus dans les corps très-émaciés, lorsque la personne est morte d'une maladie de langueur, que dans des corps fort robustes, lorsque la mort a été violente, ou qu'elle a été la suite d'une maladie aigüe . . . qu'elles sont presque aussi pleines dans un vieillard, que dans un jeune homme.* Cela ne s'accorde nullement avec mes observations très-souvent répétées sur différens sujets de tout âge, morts de maladies aigües, & de maladies chroniques. Dans les vieux ces vésicules sont presque toujours flasques, ainsi que dans ceux qui sont morts émaciés ; au contraire dans les jeunes & robustes

(*qq*) Voyez Augustini Gottlieb Richteri *observat. chirurgicar. fascic. II. p.* 22 & *seq.*

(*rr*) *pag.* 261, & 262.

(*ss*) *pag.* 253.

elles sont pleines & tendues : les mêmes observations ont été faites par le grand Morgagni *(tt)*. J'ai toujours trouvé les vésicules vides & petites dans les enfans que j'ai disséqués avant les sept ou huit ans, & même dans un âge plus avancé, mais toujours avant la puberté : en les comprimant je n'en ai jamais pu exprimer aucune humeur; au lieu qu'en comprimant le prostate, j'en exprimois quelque peu d'humeur, cependant pas aussi blanche, ni de la consistance de celle qu'on en exprime dans les adultes.

XIX. J'ai tâché de prouver jusqu'ici que les observations faites par Mr. Hunter sur l'homme ne sont rien moins que concluantes contre l'usage que presque tout le monde assigne aux vésicules séminales, qui est d'être les réservoirs de la semence séparée dans les testicules. Voyons à présent si celles qu'il a faites sur les animaux brutes, le sont davantage. On ne peut nier que l'Anatomie comparée n'éclaire très-souvent sur les fonctions des différentes parties du corps humain, mais il faut que les observations anatomiques que l'on fait sur les animaux soient exactes, & que l'on fasse attention aux différences essentielles qui se rencontrent presque toujours entre l'homme, & les différentes classes d'animaux; sans ces précautions on risque de se tromper, & d'en tirer de fausses conséquences. Il y a long-tems que les Anatomistes ont cru voir une très-grande analogie entre les vésicules séminales, & la vésicule du fiel considérées chez les divers animaux : *mira*

(tt) De sedibus, & caussis morborum per anatomen indagatis Epistola XLIV. n. 7, & 10, & alibi.

est in vesicula seminali, dit l'illustre Haller (*uu*), *& in ductu deferente cum ductu hepatico, & cum vesicula fellea similitudo, etiam in reticulata interna fabrica, & in conjunctione ductus excretorii vesiculae cum ductu deferente, & in alterno fluxu, & refluxu humoris & in vesiculam, & ex ea per eumdem canalem repetiti, & demum in varietate animalium, quibus aut nulla est vesicula, aut a ductu hepatico libera, aut vicissim cum eo ductu nexa.* Mr. Hunter se croit donc d'autant plus fondé à ôter aux vésicules séminales de l'homme l'usage d'être les réservoirs de la semence, que 1.° ces vésicules manquent dans certains animaux; 2.° qu'il y en a d'autres, en qui elles ne communiquent point avec les vaisseaux déférens, versant dans l'urètre la matière qui se sépare de leur propre substance, par des conduits & des orifices très-distincts de ceux des dits vaisseaux. Sa première proposition est vraie; mais ce n'en est pas de même de la conséquence qu'il en tire. Dans le *chien*, dans le *renard*, dans le *cerf*, dans le *mouton*, dans le *chat*, & dans plusieurs autres animaux carnaciers, & herbivores on ne voit nulle apparence de vésicules séminales; la semence dans ces animaux est portée par les canaux déférens des testicules immédiatement dans l'urètre, sans s'arrêter & s'accumuler dans aucun réservoir

(*uu*) *Element. physiolog. tom. VII. part. I. pag.* 459. Il faut pourtant noter que le même Auteur tom. VI. pag. 588 du même ouvrage nie, qu'il y ait des animaux dont la vésicule du fiel ne communique ni avec le foie, ni avec le canal hépatique: *dari animalia vesicula bilem fundente absque canali, qui ab hepate eam bilem adferat, eam (rationem) nunc antiquo rectius, ex comparatis animalium exemplis doctior.*

particulier, mais c'est mal à propos qu'on conclut de cette absence, que la chose doit arriver de même dans l'homme en qui nous trouvons les vésicules séminales, & voyons que les vaisseaux déférens s'ouvrent plutôt dans les vésicules que dans l'urètre (VI). La vésicule du fiel manque dans le *cheval*, dans l'*élephant*, dans le *cerf* &c., la bile dans ces animaux est portée par le conduit hépatique immédiatement dans le duodenum; peut-on raisonnablement de cette seule absence conclure que dans les animaux, en qui la vésicule du fiel se rencontre, n'est point destinée à recevoir par le conduit cystique qui s'insère dans l'hépatique, la bile qui se sépare dans le foie (*xx*)?

XX. Quant à l'autre proposition où il avance qu'il y a plusieurs animaux tels que le *cheval*, le *cochon d'Indé*, le *rat*, le *verrat*, le *cerf*, le *taureau* &c., qui ont des véritables vésicules séminales, s'ouvrant dans l'urètre sans qu'elles communiquent avec les vaisseaux déférens, quoique la même chose ait été écrite par plusieurs autres Anatomistes très-célèbres, j'ai bien trouvé, après avoir examiné presque tous les animaux, qu'ils donnent pour exemple de cette singularité, que quelques-uns de ces animaux n'ont point de vésicules séminales, & que ce sont les prostates que l'on a pris pour les vésicules, mais aussi que dans tous ceux qui en ont, elles communiquent avec les vaisseaux défé-

(*xx*) Il est vrai que Mr. Hunter semble douter que la vésicule du fiel soit le réservoir de la bile, puisqu'il dit (*pag.* 238): *les vésicules séminales ont été considérées comme des réservoirs de la semence séparée par les testicules, de même que l'on a supposé que la vésicule du fiel servoit de réservoir à la bile;* mais il ne porte aucune des raisons, sur lesquelles il fonde ce nouveau paradoxe.

rens avant que de s'ouvrir dans l'urètre. Parmi ceux des animaux que j'ai nommés, qui ont des vésicules, on compte le *cheval*, le *cochon d'Inde* & le *rat*; elles manquent certainement dans les autres.

XXI *Dans le cheval* (dit Mr. Hunter (yy)) *ces vésicules sont deux sacs ressemblans à de petites vessies urinaires* (zz). *Leurs ouvertures dans l'urètre sont très-larges; mais quoiqu'elles s'y ouvrent près des vaisseaux déférens elles n'on point de communication avec eux*. Il convient néanmoins quelques lignes après, que la cloison entre les conduits de ces différens organes n'est pas tout-à-fait prolongée jusqu'à l'urètre, *de sorte qu'à parler strictement, on ne peut pas dire qu'ils pénètrent séparément ce passage;* mais il prétend que le conduit commun n'a pas assez de longueur pour pouvoir permettre un regorgement de la semence des vaisseaux déférens dans ces vésicules (*aaa*). Ce regorgement de la semence qui, vu la briéveté du conduit commun, ne semble pas possible à Mr. Hunter, paroîtra très-facile, si l'on fait attention 1.° que dans cet animal, ainsi que je l'ai fait remarquer dans l'homme (VI), les extrémités des conduits déférens, près de leur insertion dans les conduits excré-

---

(yy) *pag.* 254.

(zz) Ruysch dans son *Thesaur. anatom. V. arcula cedrina II.*, & dans son *Musaeum rariorum* pag. 181 avoit déjà averti que dans le cheval les vésicules séminales n'ont point de cellules, & représentent des sacs semblables à la vésicule du fiel.

(*aaa*) Haller aussi (*element. physiolog. loc. cit. p.* 452) après avoir dit que dans le cheval il n'y a point de communication entre les conduits déférens, & les vésicules séminales, ajoute en note: *nempe ut in tauro semen ex vase deferente in urethram potius, quam in vesicam it*.

teurs des vésicules séminales, se courbent un peu vers ces mêmes vésicules : 2.° que les orifices des conduits éjaculatoires sont couverts par un voile membraneux, ou valvule qui, ne s'élevant vers le col de la vessie qu'au moment de l'émission de la semence, s'oppose en tout autre tems à sa sortie (*bbb*). Si l'on souffle de l'air par les conduits déférens, on enfle les vésicules séminales, avant que l'air sorte par l'urètre, & si l'on y fait des injections, la matière passe aussi plutôt dans ces réservoirs, que dans ce canal. Quoique le fond des vésicules séminales du cheval soit un peu plus épais que le reste de leurs parois, il ne s'ensuit pas, comme le prétend M. Hunter (*ccc*), que ce fond ait une structure entièrement membraneuse, où conséquemment se sépare toute la matière qu'elles contiennent; cette épaisseur dépend plutôt de celle de leur tunique musculaire qui est en cet endroit plus épaisse qu'ailleurs; il est vrai qu'on y découvre aussi un plus grand nombre de glandes, mais ces glandes sont de la nature de celles que l'on trouve

(*bbb*) Voyez Bourgelat *précis anatomique du corps du cheval* pag. 376. Cette valvule se trouve aussi dans d'autres animaux, comme dans le *lapin*, dans le *lièvre* &c. Les anciens l'avoient également décrite dans l'homme; mais dans celui-ci ou elle n'existe point, ou il n'y a d'autre valvule que les parois supérieures du sinus de Morgagni (IX), qui par leur bord antérieur qui est presque libre, s'avancent au-dessus des orifices éjaculatoires, & les couvrent en partie. Il peut se faire que ces parois s'opposent hors le tems du coït à la sortie de la semence, & à l'entrée de l'urine dans les vaisseaux éjaculatoires & que dans le tems du coït, ils s'élèvent, laissent sortir la semence, & s'opposent en même tems à ce qu'elle ne passe dans la vessie. Il paroît que Mr. Hunter, lorsqu'il parle dans son *traité des maladies vénériennes* de *l'avancement valvulaire* du prostate, n'ait pas en vue ces parois supérieures du sinus de Morgagni : il est pourtant très-certain que ces parois s'opposent assez souvent à l'entrée du catheter dans la vessie.

(*ccc*) *pag.* 254.

dans le reste de l'étendue de ces sacs, destinées à la séparation du mucus qui en lubrifie les parois internes; & comm'elles ne diffèrent point des glandes muqueuses de l'urètre, de même le mucus qui s'en sépare, est entièrement semblable à celui de ce canal, & ne ressemble en aucune manière à la semence qui remplit les vésicules dans les chevaux entiers. J'ai déjà dit (XVII) que dans les chevaux hongres les vésicules séminales sont plus petites & presque vides. S'il y a quelque différence entre la semence lancée par l'étalon dans le tems de l'accouplement & celle que l'on trouve dans les vésicules séminales, comme aussi entre celle-ci & celle des vaisseaux déférens, on doit la déduire des mêmes causes que j'ai rapportées en parlant de la semence de l'homme (XVI). Snape néanmoins assure (*ddd*) de n'avoir pu découvrir aucune différence entre la semence des vésicules & celle des vaisseaux déférens dans les chevaux entiers, ce que j'ai vérifié par mes propres observations : s'il y a quelque différence entre ces deux humeurs, je peux assurer qu'elle est très-légère.

XXII. Dans le *cochon d'Inde* & dans le *rat* les vésicules séminales forment en effet, comme Mr. Hunter les décrit (*eee*), & avant lui Mr. Daubenton (*fff*), deux longs tubes membraneux, presque cylindriques, situées dans le bassin derrière la vessie urinaire, & s'avançant même hors du bassin jusque près des reins; elles ressemblent assez

(*ddd*) *Anatomie du cheval, traduite de l'Anglois par Mr. Garsault pag.* 66.

(*eee*) *pag.* 255, & 256.

(*fff*) *Histoire naturelle générale, & particulière* par Mr. Buffon tom. XV. & XVI. édit. in 12.°

bien aux cornes de la matrice des quadrupèdes; elles sont aussi beaucoup transparentes de manière qu'on les diroit gonflées par de l'air: mais cette transparence dépend d'une humeur limpide presque gélatineuse qu'elles contiennent: cette humeur est la vraie semence qui y est versée par les conduits déférens, puisque ces conduits ne s'ouvrent point, comme Mr. Hunter le dit *(ggg)*, directement dans l'urètre, sans communiquer avec les vésicules séminales, mais ils y communiquent très-évidemment: il n'y a d'autre différence entre cet animal & le cheval, que dans celui-ci le conduit déférent du côté gauche communique, comme dans l'homme (VI, IX), avec la vésicule séminale du même côté, sans avoir la moindre communication avec le conduit excréteur de la vésicule du côté opposé; au lieu que dans le *cochon d'Inde* & dans le *rat* les vaisseaux déférens s'ouvrent dans un conduit commun aux deux vésicules. On observe à peu près la même structure dans le *lièvre* & dans le *lapin*; mais dans ces deux derniers animaux les deux canaux déférens s'ouvrent, sans avoir auparavant communiqué l'un avec l'autre dans un conduit commun très-large, qui répond du côté de l'urètre à la tête du verumontanum, & de l'autre se continue dans une poche membraneuse d'une figure ovalaire, située entre le col de la vessie & l'intestin rectum au-dessus du prostate. Cette poche qui forme un seul réceptacle, sans avoir intérieurement aucune cloison qui la sépare en deux, est la vésicule séminale qui est unique dans ces deux animaux.

(ggg) Loc. citato

XXIII. La semence contenue dans les vésicules séminales du *rat* & du *cochon d'Inde*, qui dans l'animal vivant, ou disséqué aussitôt après la mort, est limpide & fluide, quoiqu'un peu gélatineuse (XXII), & quasi semblable à l'humeur vitrée de l'oeil, quelque tems après, dès que l'animal est froid, ou lorsqu'elle est exposée à l'air, elle se change très-promptement en une substance blanche peu différente du suif, ou de la cire. On rencontre toujours de cette substance le long de l'urètre, moulée en cylindre solide dans ce canal & quelquefois même dans la vessie urinaire, où elle a passé par regorgement de l'urètre. Mr. Hunter (*hhh*) croit d'avoir observé une grande différence entre cette matière contenue dans les vésicules du *cochon d'Inde* & celle de ses vaisseaux déférens; quant à moi je n'ai pu en remarquer aucune: il est vrai que quelquefois celle des vaisseaux déférens paroissoit un peu plus fluide & plus transparente; mais cette différence doit être attribuée au plus long séjour, que celle des vésicules séminales avoit fait dans ces réservoirs, ou peut-être au plus grand froid auquel elle avoit été exposée. Il ajoute (*iii*) que pour être plus certain que la matière contenue dans les vésicules séminales n'est pas une humeur séparée par les testicules, il a ôté à un *cochon d'Inde* un des testicules, & que six mois après il lui donna une femelle; qu'aussitôt qu'il eut accompli l'acte de la copulation il le tua, & qu'en l'examinant *il trouva tant du côté parfait, que de celui d'où on avoit ôté le testicule, les vésicules toutes deux remplies d'une substance tout-à-fait*

(*hhh*) pag 256.

(*iii*) pag. 257.

semblable; qu'au surplus ayant ouvert le vagin & l'uterus d'une femelle tout de suite après l'accouplement, il n'y a pu observer la moindre trace de la substance contenue dans les vésicules séminales du mâle. Ces deux expériences ne prouvent rien à mon avis; puisque, quant à la première; n'étant pas possible que dans un seul accouplement l'animal verse toute la semence contenue dans des réservoirs si amples, tels que les vésicules séminales du *cochon d'Inde* (& en effet après l'accouplement il les a encore trouvées remplies toutes les deux), il est très-probable que celle qui remplissoit la vésicule du côté mutilé ou étoit encore une portion de la semence qui y avoit été apportée avant l'opération par le canal déférent, qu'on a ensuite coupé (*kkk*), ou qu'elle y avoit

---

(*kkk*) Mr. Hunter dit, qu'*il n'est pas présumable que personne allègue, que cette substance étoit contenue dans la vésicule avant l'extirpation du testicule*. Quant à moi je ne vois aucune raison qui puisse nous persuader que cela soit impossible. Je me suis au contraire assuré par la dissection que chez les animaux châtrés dans un âge capable d'engendrer il faut plusieurs mois & même une année entière, pour que la semence accumulée dans leurs vésicules séminales avant l'opération soit entièrement absorbée. On pourroit le confirmer par les observations des anciens & des modernes, qui assurent avoir vu des animaux châtrés remplir les femelles qu'on leur a fait couvrir: si on étoit sûr que ces femelles n'ont pas été couvertes par d'autres mâles entiers, ou si on savoit le tems précis qui s'étoit écoulé depuis l'opération à l'accouplement, & enfin si on ne contoit pas la même chose tant des animaux qui ont des vésicules séminales, comme du cheval, que de ceux qui n'en ont point, comme du chien, du taureau, du mouton, du bouc &c. on pourroit, ce me semble, l'appuyer avec beaucoup plus de fondement sur l'observation constante que les animaux châtrés en un âge adulte conservent long-tems après l'opération leurs forces & les vices, à cause desquels on les châtre. On a fait châtrer cette année, au commencement d'Avril, un cheval de carrosse, du Haras Royal, âgé de six ans, fort & robuste, parce que, dès qu'on l'avoit attelé au chariot pour le

regorgé de la vésicule du côté parfait, puisque, ainsi que je l'ai fait observer (XXII), les conduits excréteurs des deux vésicules vont dans cet animal aboutir dans un conduit commun. L'autre expérience prouve encore moins; car 1.° il est possible que la femelle ait rejeté ou tout de suite après l'accouplement, ou dans les tourmens de la mort la plus grande partie de la matière lancée dans le vagin & dans l'uterus par la verge du mâle: 2.° en supposant même qu'il y en fût resté une certaine quantité, elle auroit été méconnoissable, étant mêlée avec l'humeur prostatique, & avec le mucus de l'urètre du mâle, & surtout avec le mucus qui se sépare en si grande abondance dans le tems de l'accouplement, des parties génitales de la femelle: peut-être aussi ce mélange s'oppose-t-il à la coagulation de la semence telle qu'on l'observe après la mort dans les vésicules séminales & dans l'urètre: peut-être Mr. Hunter a-t-il examiné trop tôt le vagin & l'uterus, avant que ces parties eussent perdu leur chaleur. D'ailleurs voudroit-il nous faire croire que dans l'accouplement rien de la matière contenue dans les vésicules séminales du *cochon d'Inde*, soit semence, soit un simple mucus, n'est lancé dans le vagin? A quoi bon la communication de ces

---

faire tirer, il se jetoit à terre, d'où l'on ne pouvoit le faire relever ni à force de coups, ni même avec des bouchons de paille allumés; il falloit faire partir le chariot, & lorsqu'il étoit éloigné, le cheval se levoit de lui-même. On l'attela de nouveau quarante jours après l'opération, dont il étoit parfaitement guéri, & il se jeta à terre comme auparavant, ce qu'il continua de faire encore pendant quatre mois; il n'a quitté ce vice que dans le mois de Septembre, c'est-à-dire plus de cinq mois après l'opération. J'en ai vu, qui n'ont cessé de se mettre en érection à la vue des jumens, & de chercher à les saûter, que neuf mois, & même une année entière après.

réservoirs avec l'urètre? A quoi bon cette étonnante quantité d'humeur qu'ils contiennent?

XXIV. *Dans le verrat*, selon Mr. Hunter (*lll*), *les vésicules séminales sont extrêmement larges & divisées en cellules d'une étendue considérable .... elles forment des ramifications unies de près les unes avec les autres, & ont un large canal ou conduit commun pour le tout qui contient un fluide blanchâtre très-différent de celui que l'on trouve dans les vaisseaux déférens du même animal.* La même chose avoit été dite par les Commissaires nommés par la Société Royale de Londres pour l'examen de la dispute entre Graaf & Swammerdam (*mmm*) (XIII), & par Cowper (*nnn*), Wepfer (*ooo*), & Daubenton (*ppp*). Mais malgré ces grands témoignages, je suis porté à croire que dans le *verrat* il n'y a point de vésicules séminales, & que ce sont les prostates que l'on a pris pour ces réservoirs; du moins la chose m'a paru telle dans un cochon châtré que j'ai examiné avec toute l'attention possible, n'ayant pu avoir aucune occasion d'en disséquer des entiers. Je suis dans la même opinion à l'égard du *hérisson*, en qui l'on dit, que *les vésicules sont très-larges, & ont le double de la grandeur de celles de l'homme* (*qqq*): n'ayant examiné de ces animaux que dans l'hiver, tems où leurs testicules & les autres parties appartenantes à la génération sont petites, à l'endroit des prétendues vésicules séminales à

(*lll*) *pag.* 255.

(*mmm*) Birch *loc. cit. tom. III. p.* 115.

(*nnn*) *Transact. philosoph. n.°* 290.

(*ooo*) *Ephemer. Natur. Curiosor. decad. I. anno* 3. *observat.* 167.

(*ppp*) *Histoire naturelle* par Mr. Buffon tom. IX. édit. in 12.°

(*qqq*) Hunter *pag.* 258.

peine ai-je pu découvrir deux petits corps glanduleux que je crois être les prostates. Je ne dirai rien du *castor* que je n'ai jamais disséqué, dont *les vésicules*, si l'on s'en rapporte à Mr. Hunter (*rrr*), *sont roulées*, *& leurs conduits n'ont aucune communication avec les vaisseaux déférens.* Mais je prononce sans la moindre hésitation que ces réservoirs de la semence manquent absolument dans le *cerf*, dans le *taureau*, dans le *mouton*.

XXV. Je sais que cette assertion paroîtra extraordinaire à quiconque n'ignore pas que non seulement Mr. Hunter, mais presque tous les Anatomistes qui ont parlé de ces animaux, assurent positivement qu'ils ont des vésicules séminales très-larges, quoiqu'elles ne communiquent point avec les vaisseaux déférens. Nous avons vu (XIII) que tel étoit le sentiment de Swammerdam à l'égard du *taureau*, & que Haller dit aussi (XXI. n.² *(aaa)*) que dans cet animal la semence passe plus directement des vaisseaux déférens dans l'urètre, que dans les vésicules séminales (*sss*). Le savant Morgagni dit, mais avec quelque doute, la même chose par rapport au *mouton* (*ttt*). *Le prostate* (c'est Mr. Hunter

(*rrr*) *pag.* 256.

(*sss*) Il est étonnant que Haller donne dans sa grande Physiologie des vésicules séminales non seulement au *taureau*, mais encore à plusieurs autres animaux qui n'en ont point, & qu'il assure que ces vésicules ne communiquent point avec les vaisseaux déférens, après avoir écrit dans ses Commentaires aux Institutions de Médecine de Boerhaave (*tom. IV. part. I. p.* 183. *nota* (8) *édit. de Turin*) *observo glandulosas illas vesiculas ex brutis descriptas diversa ab humanis organa esse*, *& a vesiculis.*

(*ttt*) *Adversar. anatom. IV. animadvers. III. vesiculas seminales in* arietibus *non ita semen potuisse a deferentibus vasis accipere, ut in multis aliis animantibus, propterea quia non ita sint cum iisdem vasis conjunctae, etiam nos videmur observasse.*

qui parle (*uuu*),) *ne se trouve pas chez tous les animaux; elle manque dans le taureau, le cerf, & très-probablement, je crois, dans tous les animaux ruminans . . . dans cette classe les tuniques des vésicules sont beaucoup plus épaisses & plus glanduleuses, que dans les animaux qui ont des prostates.* Mais ici Mr. Hunter & tous ceux qui avant lui ont cru d'avoir fait la même observation, ont pris le change: ce n'est pas les prostates (car ils en ont deux) qui manquent dans le *cerf* & dans les autres animaux ruminans, mais les vésicules séminales ; je ne connois même aucun quadrupède qui soit dépourvu de cette glande, ou de ces glandes. A l'endroit où l'on trouve dans l'homme, dans le cheval & dans d'autres animaux les vésicules séminales, c'est-à-dire entre l'intestin rectum & la vessie urinaire, il y a dans ceux-ci deux glandes assez grosses, séparées l'une de l'autre par les conduits déférens qui viennent s'ouvrir par un conduit assez large dans l'urètre, sans communiquer, ou communiquant à peine par l'extrémité de ce conduit avec l'extrémité des vaisseaux déférens: la situation de ces glandes à l'endroit occupé dans les autres animaux par les vésicules séminales, leur structure caverneuse, leur conduit ample & unique, voilà ce qui a enduit en erreur ces grands hommes, qui auroient pu ne pas se méprendre, s'ils avoient fait attention que le prostate ne se trouve point dans ces animaux autour du col de la vessie, & que l'humeur que l'on exprime de leurs prétendues vésicules séminales est d'une nature très-différente de celle que l'on

(*uuu*) *pag.* 267.

rencontre dans les vaisseaux déférens, surtout s'ils avoient observé que ces vaisseaux deviennent très-gros depuis environ la moitié de leur cours derrière la vessie urinaire entre les deux prostates jusques à leurs ouvertures dans l'urètre ; & qu'ainsi cette portion dilatée des vaisseaux déférens peut suppléer au défaut des vésicules séminales *(xxx)*. Mais il est bon, que nous examinions plus particulièrement les prostates dans le *cerf* & dans le *taureau*, & ce que nous disons de ces deux animaux, doit se rapporter aux autres ruminans.

XXVI. Les prostates dans le *cerf* ont une figure allongée, & sont divergents, & un peu courbés par leurs extrémités postérieures ; par les antérieures, c'est-à-dire vers l'urètre, ils ne sont séparés l'un de l'autre que par les conduits déférens : leur substance est formée par une espèce de chair solide & ferme, remplie de cellules & de conduits excrétoires dont il sort, en les pressant, en grande abondance une humeur épaisse, un peu trouble, beaucoup moins blanche que le vrai sperme, que l'on peut exprimer des testicules, de l'épididyme, & des canaux déférens du même animal. Tous les conduits de chaque glande vont ensuite s'ouvrir dans un conduit commun qui vient lui-même s'ouvrir dans l'urètre au côté externe de l'ouverture des canaux déférens. Il y a dans cet endroit de l'urètre du cerf qui répond au verumontanum de l'urètre de

(xxx) Il est faux ce que dit Haller (*Elem. Physiolog. tom. VII. part. I. pag.* 451), que les conduits déférens dans le *taureau*, dans le *cheval*, dans le *mouton*, & dans le *bouc*, fassent, comme dans l'homme, à leurs extrémités derrière la vessie des bosses, & des cellules ; ils grossissent, il est vrai, mais ils font un canal cylindrique & continu.

l'homme, une fossette ovale & allongée, dans le fond de laquelle on observe quatre ouvertures assez larges, dont les deux plus internes appartiennent aux vaisseaux déférens, & les deux autres plus externes aux glandes prostates.

XXVII On trouve la même structure dans le *taureau*. Les prostates de cet animal sont situées de même, que dans le *cerf* (XXVI), derrière la vessie urinaire: elles sont bosselées extérieurement, & comme distinguées en différens lobes; chaque lobe répond à une petite cellule, ou conduit excréteur, & tous ces conduits vont enfin se réunir en un seul, qui s'ouvre dans l'urètre dans une fossette commune aux prostates & aux vaisseaux déférens. J'ai trouvé dans un bœuf de sept ans qui avoit été châtré très-jeune, ces glandes très-dures & comme squirrheuses: leur conduit, qui s'ouvre dans l'urètre, étoit cave, quoique en comprimant les glandes je n'en aie pu exprimer aucune humeur. Au contraire dans un taureau de neuf mois ces glandes étoient remplies d'une humeur obscure qu'on exprimoit en abondance dans l'urètre en les comprimant. Cet animal, attendu son âge trop jeune, ne laissoit pas encore entrevoir la moindre apparence de semence ni dans les testicules, ni dans les epididymes, ni dans les canaux déférens, preuve incontestable que l'humeur contenue dans les prostates, c'est-à-dire dans les prétendues vésicules séminales, n'y étoit pas venue de ces organes. Ces deux observations viennent aussi à l'appui de celles de Mr. Hunter, qui dit (*yyy*), comme il est vrai, que quoique la prostate dans l'hom-

(yyy) *pag.* 267.

me, ni dans les autres animaux ne contienne pas de la semence, néanmoins dans les animaux châtrés elle éprouve les mêmes changemens que les vésicules séminales, c'est-à-dire que comme celles-ci restent vides, ridées, & flasques (XVII), de même la prostate sépare très-peu d'humeur.

XXVIII Mr. Hunter croyant d'avoir prouvé incontestablement que les vésicules séminales ne servent nullement à reçevoir la semence séparée des testicules, est d'ailleurs persuadé qu'il faut un réceptacle, où cette humeur puisse s'accumuler au moins dans le tems du coït, jusqu'à ce qu'il y en ait une quantité suffisante pour faire l'éjaculation & il attribue cet usage au bulbe de l'urètre : *cette partie du canal* (dit-il (zzz)) *est considérablement élargie & forme une cavité... la semence à mesure qu'elle est séparée* (aaaa) *est pendant la copulation chassée par degrés le long des vaisseaux déférens dans le bulbe, & lorsque les testicules cessent de faire leur sécrétion, le paroxysme qui doit terminer l'opération, commence, & la semence agit comme stimulus sur la cavité du bulbe de l'urètre.* Je n'examinerai point cette opinion, qui dans la supposition même qu'il n'y eût dans aucune espèce d'animal aucune vésicule séminale, seroit sujette à mille difficultés. Je dirai seulement que pour y trouver au moins un air de vraisemblance, il faut présumer que Mr. Hunter entend sous le nom de *bulbe de l'urètre* la *partie membraneuse* de ce canal, que l'on connoît aussi sous le nom d'*isthme* de l'urètre, & qui est comprise entre le bord antérieur

---

(zzz) *pag.* 265. (aaaq) *pag.* 271.

de la prostate & le commencement du corps spongieux de l'urètre ; sans cette supposition, comme c'est le commencement de ce corps que l'on appelle communément le *bulbe de l'urètre*, ou le *bulbe cérasiforme*, si Mr. Hunter entendoit parler de ce corps, l'on ne sauroit comprendre par quelle voie il pourroit recevoir la semence & lui servir de réceptacle, puisqu'il n'y a aucune ouverture qui puisse de l'urètre la conduire dans le bulbe, & que le bulbe lui-même n'a aucune cavité distincte pour la contenir, ayant la même structure que le reste du corps spongieux.

XXIX. Quelque peu intéressantes que puissent paroître les observations que je viens de faire sur les vésicules séminales de l'homme & de divers animaux, je me flatte néanmoins que l'Académie ne les dédaignera pas entièrement, puisqu'elles servent à ôter les doutes que l'on avoit nouvellement jetés sur l'usage de ces parties, & à combattre quelques erreurs qui avoient été généralement reçues pour des vérités. La génération de l'homme & des animaux est encore un mystère malgré les travaux immenses des plus grands hommes de tous les siècles ; ce n'est qu'au flambeau de l'Anatomie, qui seul peut nous éclairer sur les véritables fonctions de chaque partie, que l'on a lieu d'espérer de faire quelques pas assurés dans l'obscurité de ce mystère.

Dans le Journal de Physique du mois de Février 1787. pag. 101. Mr. Chaptal a fait insérer un Mémoire, dans lequel *il se propose de faire voir que les vésicules séminales ne servent point de réservoir à la semence séparée par les testicules*: *on y établit un nouveau réservoir de cette liqueur*, *& l'on assigne un*

nouvel usage aux vésicules. Je me crois dispensé d'entrer dans aucun détail, pour répondre aux argumens qu'il produit en preuve de ses assertions, puisqu'ils sont les mêmes, que ceux de Mr. Hunter, sans pourtant qu'il paroisse avoir eû connoissance des travaux de ce dernier.

ANALYSE

CHIMIQUE ET COMPARÉE DE LA PLUPART DES SELS MARINS QU'ON DISTRIBUE AU PUBLIC DANS LES ÉTATS DE S. M.

PAR M. LE DOCTEUR BONVOISIN.

I. Chargé de faire l'analyse de quelques sels marins que l'on tire de différens endroits pour distribuer aux diverses Provinces de l'État, je l'achevai sans intention de la publier, parce que n'étant appuyée que sur des procédés connus, elle ne contenoit rien de nouveau relativement à la Physique & à la Chimie. Mais ayant ensuite réfléchi qu'il est important de faire connoître la nature intime d'une substance qui est devenue à l'homme d'un usage commun & presqu'indispensable, puisque sa pureté ou son mélange avec des parties hétérogènes peut influer beaucoup sur la santé, & sachant d'ailleurs que bien des Auteurs de distinction, entr'autres Lémery, Géoffroy, Hellot & Baumé, se sont occupés du même objet par rapport à leur pays, & qu'ils n'ont pas craint d'insérer dans leurs ouvrages le résultat de leurs travaux, je me suis déterminé à publier aussi mes expériences. Lû le 23 décemb. 1787.

2. Les sels que j'ai soumis à l'analyse étoient de ceux que l'on tire de Tripoli, de Trapani, d'Évisse, de la Matte, de Peccais, de Moutiers & de Sardaigne; ils m'ont été remis tels qu'on les distribue au Public, en autant de paquets cachetés.

3. Avant d'en faire connoître les divers principes constitutifs, je crois, en suivant l'ordre des expériences, devoir exposer la quantité & les qualités des parties qui leur sont étrangères, ou qui sont simplement mêlées, adhérentes & interposées dans leurs crystaux.

4. Il faut pourtant remarquer que la quantité & la proportion des parties hétérogènes qui salissent nos sels, peuvent varier & être plus ou moins fortes que celles que je détermine par mes expériences: car non seulement on peut avoir dans la même saline du sel beaucoup plus ou moins pur, mais encore la somme entière des impuretés peut considérablement varier selon les circonstances & les divers accidens dûs à la préparation du sel. L'analyse ne peut donc servir à cet égard qu'à donner une idée probable de la quantité des principes hétérogènes qui se trouvent ordinairement dans les sels de ces endroits. Quant à la partie de l'analyse qui regarde les principes combinés & constitutifs, elle me paroît plus constante par les raisons qu'on peut aisément apercevoir.

Examen des principes hétérogènes des sels.

5. Pour connoître les principes qui n'entrent point dans la composition des sels, mais qui y sont seulement mêlés, j'en ai dissous une once de chacun dans une suffisante quantité d'eau distillée, & en passant la dissolution par le filtre, j'ai obtenu une quantité plus ou moins forte de résidu terreux, savoir

Le sel de Peccais en a donné	o. ½	grains
Moutiers	1. o	
Sardaigne	4. o	
La Matte	7. o	
Trapani	9. ½	
Tripoli	10. o	
Évisse	14. o	

6. Entre ces sédimens terreux, ceux d'Évisse, de Tripoli, de Trapani & de Sardaigne avoient une couleur jaunâtre, & ceux de Moutiers & de Peccais étoient d'un gris fort pâle.

7. Le dépôt du sel d'Évisse contenoit la dixième partie d'un grain de fer, environ 9 grains de terre calcaire aérée & effervescente, & le reste étoit du sable ou de la terre silicieuse. La même qualité de principes & en proportion à peu près semblable formoit le dépôt des sels de Tripoli, de Trapani, de la Matte & de Sardaigne, aussi-bien que celui des sels de Moutiers & de Peccais, excepté que ces deux derniers n'étoient point ferrugineux.

Examen des principes salins ou intimement combinés.

8. Pour voir si outre l'acide & l'alkali marin ces sels ne contiendroient pas encore d'autres bases & d'autres principes, je me suis servi des réagens que j'ai instillés dans la dissolution aqueuse & saturée de chacun de ces sels, laquelle j'avois épurée auparavant par le filtre.

9. C'est ainsi qu'avec l'addition d'une petite quantité de terre pesante dissoute dans l'acide marin, j'ai eu dans tou-

tes ces dissolutions salines un léger précipité de spath pesant; c'est-à-dire qu'une once de chacun de ces sels marins dissoute dans 4 onces $\frac{1}{2}$ d'eau ne m'a donné qu'environ 2 grains de précipité en spath pesant, tandis qu'une pareille quantité d'eau commune des puits de Turin m'en a donné quelquefois jusqu'à 6 grains.

10. En versant sur les dissolutions aqueuses de tous ces sels marins une quantité déterminée d'alkali volatil caustique & pur, qui n'occasionoit aucune précipitation aux dissolutions de la terre calcaire pure dans les acides, j'ai eu les résultats suivans.

11. Les solutions des sels de Peccais & de Moutiers ont perdu leur transparence pour prendre une couleur blanchâtre & opaline.

12. Celle du sel de Trapani a aussi changé de couleur, mais moins sensiblement, conservant un peu plus de sa transparence.

13. Les solutions des sels de Tripoli & de la Matte se troublèrent encore moins, mais le précipité en étoit pourtant encore assez sensible.

14. Enfin la couleur opaline étoit presqu'imperceptible dans les dissolutions des sels d'Évisse & de Sardaigne que j'avois pareillement traités avec l'alkali volatil.

15. A toutes ces dissolutions salino-aqueuses mêlées avec de l'alkali volatil pur, & exactement débarrassées, au moyen du filtre, du précipité que je viens de décrire, j'ai ajouté une suffisante quantité d'acide du sucre neutralisé avec l'alckali fixe végétal, ou tartre saccarin.

16. Par ce mélange j'ai encore obtenu un autre précipité qui est, comme l'on voit, de la terre calcaire unie à l'acide du sucre que l'on nomme à présent chaux sucrée. Ce dernier dépôt étoit plus ou moins fort dans les diverses espèces de sels, & à peine sensible dans quelques-unes, de façon que la plus forte dose obtenue d'une once de dissolution saline étoit environ de 4 grains & la plus petite un peu moins de $\frac{1}{4}$ de grain, comme on peut le voir dans la table suivante, dans laquelle j'ai noté le précipité que j'ai retiré de 4 onces $\frac{1}{2}$ de dissolution, parce qu'ils répondent à 1 once de sel concret.

Le sel de Tripoli a fourni un précipité de	18 grains
de Sardaigne	17
de la Matte	16
d'Évisse	8
de Trapani	3
de Moutiers	1
de Peccais	1

17. On peut ainsi déduire des expériences & observations rapportées dans le §. 7. comme aussi de celles qui les précèdent, que les sels de Peccais & de Moutiers contiennent une bien plus petite quantité que les autres de principes terreux & étrangers à la cristallisation, & qu'ils ont par conséquent moins besoin d'être redissous & épurés par le filtre & par de nouvelles cristallisations.

18. Les expériences des §§. 9, 15 & 16 font voir que tous ces sels contiennent une petite quantité de sélénite qui est pourtant moindre dans une once saturée de

dissolution saline que dans un égal volume d'eau commune des puits de Turin.

19. Les autres expériences rapportées depuis le §. 10 jusqu'au §. 17 démontrent que les sels de Moutiers & de Peccais contiennent une plus petite quantité de terre calcaire, que les autres qui en sont plus ou moins chargés.

20. Il est également clair qu'ils contiennent au contraire une plus forte portion de terre magnésienne, que les autres qui en sont plus ou moins privés.

21. L'on peut enfin conclure de l'ensemble de toutes les expériences que j'ai rapportées & qui suffisent certainement pour manifester la nature intime des sels qui en sont l'objet, l'on peut, dis-je, conclure que l'usage ordinaire & modéré de chachun de ces sels ne peut absolument nuire à la santé ; car la petite quantité de terre qui en altère la pureté, ne sauroit être nuisible, puisqu'on en avale des quantités bien plus remarquables avec l'eau & la plupart des autres boissons & comestibles sans aucun dérangement de notre économie animale. Mais si toutefois l'on veut savoir auxquels de ces sels l'on doit donner la préférence, je n'hésiterai point à dire qu'elle est due à ceux de Moutiers & de Peccais ; car l'on voit par les expériences rapportées qu'ils sont plus purs & qu'ils contiennent moins de parties hétérogènes, que les autres qui en ont une quantité un peu plus forte, & qui exigent de nouvelles solutions & filtrations pour en être débarrassés. De plus, quoique je sois d'avis que la petite quantité de sélénite ou de terre calcaire contenue dans ces derniers, ne puisse aucunement nuire à notre santé, parce que l'on en prend, comme je

l'ai dit, bien plus & impunément dans les autres alimens, les premiers méritent néanmoins la préférence même à cet égard, puisqu'ils n'en contiennent presque point, & que la magnésie qu'ils ont doit être censée encore plus innocente que la terre calcaire, d'autant plus qu'elle s'y trouve en petite quantité & qu'elle est combinée & unie au même acide marin qui la neutralise.

Discussion de quelques questions, & de quelques préjugés touchant l'usage du sel commun.

22. Quoique d'après l'analyse & la connoissance des principes qui sont mêlés ou combinés dans le sel que l'on distribue au Public, l'on doive être tranquille sur son usage intérieur à l'égard de la santé, qu'il me soit néanmoins permis d'aller au devant de quelques préjugés populaires introduits dans certains esprits, qui ou pour être trop foibles, ou pour ne pas avoir des connoissances analogues, sont incapables de les dissiper.

23. Voyant que quelques maladies se sont rendues dans ces derniers tems plus universelles & plus communes, l'on a vulgairement cru les pouvoir attribuer à l'usage du sel : les dartres, les maladies nerveuses ou *contractions*, & les apoplexies mêmes sont de cette classe; j'ai quelquefois entendu soutenir que ces maladies ont empiré dans notre pays depuis qu'on fait usage du sel de Sardaigne. L'on n'a qu'à réfléchir qu'elles sont aujourd'hui plus communes, & beaucoup plus fréquentes qu'autresfois, non seulement dans nos contrées, mais encore dans tous les autres pays, où l'on n'use

point du sel de Sardaigne, pour voir que ce préjugé est absurde. C'est aussi dans ce siècle qu'elles se sont familiarisées à Paris, à Londres, à Naples, on n'use cependant point dans ces villes du sel de Sardaigne. On ne peut pas non plus généralement attribuer ces maladies au plus fréquent usage de toutes espèces de sels marins, puisqu'on n'en usoit pas moins autrefois. Il faut donc en chercher ailleurs la cause occasionelle.

24. Il est encore d'autres préjugés dans l'usage économique du sel. L'on croit que quelques espèces de sels marins sont plus propres que d'autres à donner le goût salé. Pour décider cette question il faudroit voir si quelqu'une de ces espèces n'auroit pas plus d'aptitude que les autres à retenir une plus forte quantité d'eau de cristallisation. Car il est clair que le même poids de sel contenant alors plus d'eau, il y auroit moins de parties salines & ne produiroit pas autant d'effet qu'un autre qui en auroit moins. L'on sait que les sels marins soit à base de terre magnésienne, soit à base de terre calcaire sont déliquescens; la déliquescence des sels sera donc en raison directe de la quantité qu'ils auront de ces sels terreux. Les sels qui sont plus purs, sont aussi un peu déliquescens, mais pas autant; on peut donc déjà conclure que les sels mêlés de sels à base terreuse ne salent pas autant que les autres parceque ils ont ordinairement sous le même poids, une plus forte quantité d'eau. Mais par rapport à cette question il faudroit voir si deux sels supposés de même nature & de même pureté ne seroient point susceptibles de retenir plus ou moins d'eau de cristallisation selon qu'ils auront été

faits dans des chaudières au feu par évaporation rapide, ou dans de grands récipiens excavés dans le sol & qu'ils se seront cristallisés par une évaporation très-lente & à une chaleur tempérée de l'atmosphère; je n'ai pas eu le tems de faire toutes les expériences qui auroient été nécessaires pour décider complétement cette question, mais par celles que j'ai pu tenter & que je rapporterai, il me paroît bien probable que l'évaporation lente ne donne pas un sel plus aqueux que la tumultueuse, ni celle-ci plus que la première.

25. En effet ayant pris une portion de toutes ces qualités de sels qui font l'objet de cette analyse & qui étant réduits en poudre avoient été exposés à un air plutôt humide, ils se sont réellement humectés de façon qu'ils ont même mouillé le papier où ils étoient renfermés. J'en ai pris autant de portions du poids d'une once, & les ayant tenus pendant 6 heures dans une étuve à la chaleur d'environ 40 degrés, j'ai pu juger de la diminution du poids de chacun, & de leur aptitude à la déliquescence. Car ces sels examinés même au microscope m'ont paru avoir atteint à un degré égal de siccité parfaite sans altération de texture de leur cristallisation. Le poids qu'ils ont perdu montoit depuis 7 jusqu'à 12 grains par once, & sa proportion m'a paru répondre à la plus ou moins forte quantité de sel terreux déliquescent, qui selon l'analyse étoit contenu dans chacun en particulier.

26. Ces sels séchés ainsi uniformément, exposés à la décrépitation sur le feu perdirent encore une autre portion de leur poids, mais cette perte ne fut pas plus forte dans les uns, que dans les autres; j'ai été surpris de voir que chaque sel avoit perdu environ 9 grains dans cette expérience.

27. Pour régler cette opération uniformément & pour ne point altérer un sel plus qu'un autre, je me suis servi de la méthode suivante. Le sel exactement pesé & séché, comme j'ai dit, je l'introduisois dans un matras de verre bien propre & à long col; je l'exposois ainsi sur des charbons allumés, où je le tenois en l'agitant jusqu'au dernier bruit de décrépitation (*a*). J'essuyois exactement le col du matras qui se mouilloit toujours en dedans dans cette opération, puis je retirois mon sel pour le peser. C'est ainsi que j'ai eu la perte de 9 grains dans chacun, & c'est d'après cette expérience qu'il me paroît pouvoir conclure que la cristallisation du sel au feu, ou sans feu n'influe pas sur la quantité d'eau de cristallisation. Pour m'en convaincre davantage j'ai pris deux portions égales de sel de Sardaigne, séché dans l'étuve pendant 6 heures, au degré de chaleur indiqué, j'ai dissous une de ces portions dans une suffisante quantité d'eau, puis je l'ai recristallisée dans un évaporatoire sur le feu jusqu'à une médiocre siccité; j'ai eu le soin de retirer absolument tout le sel & je l'ai soumis de nouveau au desséchement dans l'étuve, pendant le même espace de tems, & à la même chaleur. Une portion donnée d'eau a dissous à froid dans un vaisseau de verre fermé, une égale quantité de ces deux portions de sels, dont l'une s'étoit cristallisée à une évaporation lente & l'autre à une évaporation tumultueuse ;

(*a*) Je ne risquois point ainsi de perdre aucune parcelle de sel, ni d'y mêler aucune substance étrangère, comme cela arrive dans les creusets, & le dernier terme de décrépitation me servoit de point fixe pour ne pas altérer plus un sel qu'un autre.

par conséquent il est probable qu'une portion de ces sels ne contenoit pas plus d'eau de cristallisation que l'autre; car il est évident qu'il y auroit fallu moins d'eau en proportion pour la dissoudre; il est donc faux que la façon de faire le sel le rende plus ou moins propre à donner le goût salé; ce n'est que son mélange avec des sels terreux qui peut y contribuer.

28. Dans la décrépitation des sels j'ai observé un phénomène qui mérite d'être remarqué. Beaucoup de sels mis en expérience, outre une légère odeur d'acide marin qu'ils commencent à répandre sur la fin de l'opération, donnoient aussi manifestement une odeur empireumatique semblable à celle de la corne ou des poils brûlés. Ils en fournirent tous plus ou moins, excepté ceux de Moutiers dont l'odeur empireumatique ne me fut pas sensible. Cette odeur provient manifestement des parties animales qui se trouvent dissoutes dans l'eau salée de la mer & qui entrent encore dans la cristallisation des sels qui en proviennent & dont les eaux salées de fontaine sont plus dépourvues. Les sels de Moutiers doivent aussi avoir à cet égard la préférence.

29. Les sels qui ont une couleur rougeâtre, exposés à la décrépitation sont devenus noirâtres; ce phénomène est dû à la phlogistication du fer opérée par les parties animales contenues dans les sels maritimes; car c'étoit aussi le fer qui les coloroit en jaune.

30. Cette portion de fer paroît plutôt attachée à la terre non combinée & qui se trouve mêlée à quelques-uns des sels dont nous faisons usage; en effet par de nouvelles dissolutions, filtrations, & cristallisations on peut débarrasser les

sels de cette terre jaunâtre, & les avoir très-blancs: elle provient probablement du sol ferrugineux, où les salines maritimes sont naturellement creusées. Le sel de Moutiers n'a pas cet inconvénient non plus, & son usage mérite encore par cette raison d'être préféré. Ce sel est presqu'aussi blanc que ceux qu'on dépure artificiellement pour l'usage de la table; la pureté en est due en partie au mécanisme singulier dont on se sert pour débarasser sans feu la saumure naturelle de la plus forte portion d'eau qu'elle contient. Ce mécanisme est si bien entendu en Savoie qu'il y fait l'admiration des Physiciens.

31. Après avoir produit quelques réflexions contre les préjugés populaires, je me permettrai encore de donner quelques règles pour le véritable usage économique des différentes espèces de sel. L'on sait qu'on se sert du sel commun non seulement pour donner un goût savoreux & agréable à la plupart de nos alimens, mais encore pour préserver de la corruption beaucoup de comestibles tirés du règne végétal & animal qu'on veut conserver. En général dans l'un & dans l'autre cas le sel le plus pur & le moins déliquescent est toujours préférable; car le sel terreux est un peu amer, & il n'est pas aussi propre à préserver de la putréfaction. Il est donc sûr qu'on doit le préférer pour la préparation de tous les comestibles, qu'on conserve en saumure & pour les viandes des animaux qu'on conserve enfumées, salées & séchées. Il y a cependant des cas où les sels un peu terreux & déliquescens doivent avoir la préférence.

32. On prépare dans quelques parties de l'Italie des salés qui sont recherchés par les gourmands. Leur mérite est dû à une

souplesse & fraîcheur particulière qu'ils conservent toujours, & qui les rend plus tendres & délicats. L'on croit que ces comestibles réussissent ainsi meilleurs par rapport à l'air du climat: c'est le sel un peu déliquescent & dont on se sert dans ce pays, qui en est la cause. On pourra donc imiter ces préparations partout où l'on voudra, en usant de sel de pareille nature, artificiel ou naturel. C'est surtout pour la préparation des viandes dans lesquelles il entre beaucoup d'aromates, que ce sel un peu déliquescent réussit de préférence.

MÉMOIRES
DES
CORRESPONDANS

EXPÉRIENCES PHYSICO-CHIMIQUES

RELATIVES A LA PROPAGATION DU SON DANS QUELQUES FLUIDES AÉRIFORMES (*a*).

PAR M. PEROLLE

DOCTEUR EN MÉDECINE DE MONTPELLIER.

Dans un Mémoire communiqué à l'Académie des Sciences de Toulouse en 1781, j'exposai combien il seroit intéressant d'examiner de quelle manière le son se comporte avec différens gas. J'indiquai dans cet écrit quelques tentatives que j'avois faites dans cette vue, mais je ne pus alors donner, ni beaucoup d'étendue, ni assez de précision à mes recherches. Je me suis de nouveau occupé de ce travail & j'ai fait avec tout le soin dont je suis capable, quelques tentatives que je viens soumettre au jugement de cette illustre Compagnie.

Lu le 25 février 1787.

(*a*) M. Priestley s'est occupé du même objet, (voy. *Exp. & Obs. sur différents branches de la Phys.* &c. *part.* 3. *pag.* 355.) mais indépendamment de ce qu'il me seroit facile de prouver que j'ai commencé mon travail dans un tems où je ne pouvois profiter de ceux de ce célèbre Physicien, je pense que mes expériences auront encore quelque mérite auprès des Savans : 1.° parce que les moyens dont je me suis servi, sont de mon invention : 2.° parceque j'ai essayé l'air nitreux qui n'avoit pas été soumis à cette expérience · 3.° parce que j'ai fait attention à toutes les modifications du son, tandis que M. Priestley ne s'est occupé que de son intensité : 4.° Enfin parce que les expériences de l'Auteur Anglois & les miennes, donnent des résultats très-différens.

Avant d'exposer mon travail je crois indispensable de décrire l'appareil dont je me suis servi & qui n'est autre chose que l'appareil pneumato-chimique ordinaire auquel j'ai fait quelques changemens. J'espère de me faire entendre sans le secours des figures.

La planche horizontale située à deux ou trois pouces du bord supérieur du baquet & qui en couvre environ la moitié, doit être percée verticalement d'un trou tout près du bord qui répond à la partie découverte de ce vaisseau.

Ce trou qui est assez grand (*b*) n'est qu'à un pouce de distance d'une autre ouverture de forme quarrée située au milieu de la planche, tout près du même bord.

La planche qui couvre la moitié du baquet, est assez forte pour qu'on puisse loger dans son épaisseur une vis qui traverse dans son centre, l'ouverture circulaire dont nous avons parlé.

Cette vis sert à fixer à un point déterminé, une tige cylindrique de bois, qui glisse dans ce trou.

On peut se passer de la vis, en faisant sur la tige des trous d'espace en espace, une cheville pourra l'arrêter.

Au sommet de la tige, on voit une petite pièce de bois d'environ deux pouces de longueur & formant avec elle un angle droit. Elle est solidement fixée par un bout sur la tige.

L'extrémité de la pièce horizontale opposée à son point fixe, donne attache à une anse de fil qui soutient une petite sonnette.

(*b*) Il a 4 ou 5 lignes de diamètre.

Le manche de la sonnette est percé pour donner passage au fil qui doit l'attacher à la pièce horizontale & pour assujettir un petit morceau de bois cylindrique, qui étant situé horizontalement, est assez long pour déborder un peu la base de l'instrument.

A l'extrémité libre de ce petit cylindre de bois est attaché un fil, celui-ci traverse la planche horizontale en passant par l'ouverture quarrée.

Actuellement voici la manière de faire usage de ces machines. On fait descendre la tige en sorte que la pièce horizontale qui est à son sommet, porte sur la planche, & on a soin que l'eau déborde toutes les pièces au moins de trois ou quatre lignes. On observe que la base de la clochette ait été mise en haut dans l'eau, pour qu'il ne reste point d'air entre ses parois. On fait ensuite glisser par dessus ces machines, un récipient proportionné, dont l'ouverture soit en bas & dans lequel on a précédemment introduit, de la manière accoutumée (*c*) jusques à un point déterminé, le gas qu'on veut essayer.

On élève la tige en la poussant par dessous la planche, la pièce horizontale monte & entraîne la sonnette dans l'espace que le gas occupe.

On fixe la tige à une hauteur déterminée & connue en observant qu'elle n'ait aucune communication directe avec le récipient.

(*c*) La manière d'introduire de l'air ou un fluide aériforme dans un bocal à travers l'eau, est, si généralement connue, que je crois inutile de la décrire.

Il faut aussi faire attention que le corps sonore réponde au centre du vase, qu'il ne communique que par un fil à la pièce supérieure & par un autre fil à la main qui placée sous la planche doit la mettre en mouvement.

Il est évident que dans ce bocal (en prenant les précautions indiquées) les substances gazeuses y seront pures, sans mélange d'air extérieur & que le corps sonore sera isolé autant qu'il soit possible dans des pareils essais.

Après avoir décrit mon appareil & assigné l'usage des pièces qui le composent, je passe au détail de mes expériences.

J'ai recouvert la sonnette, jointe à tout l'appareil dont nous avons parlé, d'un récipient cylindrique renversé & dans lequel j'avois introduit de l'air atmosphérique, jusques à un point marqué à l'extérieur & au bas du bocal. La sonnette a alors été élevée dans le récipient, au moyen de la tige poussée par dessous la planche & quand la clochette a pu flotter librement dans l'air, elle a été fixée & ce point a été marqué sur la tige. J'ai fait ensuite sonner la clochette par mon aide au moyen du fil qui passoit par l'ouverture quarrée de la planche horizontale.

J'ai pris sur un violon le ton du son qu'elle produisoit ; j'ai observé l'espèce ou la qualité du son de près, je me suis enfin éloigné pour reconnoître le point où je cesserois de l'entendre. J'ai marqué ce point.

J'ai répéte la précédente expérience & les mêmes observations, en substituant de l'air fixe à l'air atmosphérique. J'ai successivement & avec les mêmes précautions essayé l'air déphlogistiqué, l'air nitreux & l'air inflammable.

J'ai eu différens résultats que j'ai consignés dans la Table suivante

Tableau des différences du son observées dans certains gas.

	Espèces de gas examinées	Ton du son dans les divers gas	Nature ou Espèce de son	Distance à laquelle on cesse d'entendre.
1.	Air atmosphérique servant de point de comparaison .	. . . . . .	. . . .	56 pieds 6 pouces
2.	Air fixe tiré de la craie par l'acide nitreux affoibli.	Paroît un peu plus bas que dans la précéd. expér.	Notablement plus sombre.	48 5
3.	Air vital tiré du précipité rouge.	Semble un peu plus aigu que dans l'air commun.	Plus clair que dans l'air atmosphérique renfermé dans le récipient (I.e Exp.e)	63
4.	Air nitreux produit par la dissolution nitreuse de l'étain.	Approche beaucoup du précédent	idem	idem
5.	Air inflammable provenant de l'action de l'acide vitriolique sur la limaille de fer.	Ne se distingue pas bien: il ressemble plutôt à un bruit très-foible qu'à un ton déterminé.	N'a aucun agrément, aucune force: il semble éteint. Le petit bruit sourd qu'on entend, ressemble plutôt à l'effet de la percussion sur un corps mou dépourvu d'élasticité, qu'à l'action ordinaire d'un corps très-sonore . . .	11 (*d*).

(*d*) Dans ces expériences le son ne parvenoit pas directement à notre oreille; il avoit une cloison de bois à traverser, mais comme tous ces essais ont été faits dans le même lieu, les rapports ne changent pas par cette circonstance.

Des expériences & observations rapportées on peut conclure, ce me semble:

1° Que tous les gas essayés propagent le son, mais avec des modifications remarquables: 2° que l'air fixe n'est pas un milieu aussi favorable aux mouvemens sonores que l'air de l'atmosphère: 3° que l'air déphlogistiqué & l'air nitreux propagent le son à peu près aussi bien l'un que l'autre & tous deux mieux que celui qui nous environne: 4° que dans ces deux milieux le son paroît monter un peu à l'aigu & devenir plus éclatant, tandis qu'il semble tendre au grave & devenir sombre dans l'air fixe: 5° que l'air inflammable le détruit presque entièrement.

Je remarquerai que mon aide ayant répété mes expériences, sans que je lui eusse fait part de mes observations, nous nous sommes trouvés d'accord sur les faits principaux, si nous avons différé quelquefois au sujet de la distance à laquelle le son cessoit de se faire entendre: il est aisé de voir que cela tient principalement à la différente sensibilité de l'organe & aux bruits accidentels dont il est presque impossible de se garantir en entier.

J'observerai encore que le son avoit dans mon bocal au moins deux pouces & demi de gas à traverser en tout sens.

Mes tentatives peuvent faire naître quelques difficultés que je ne crois pas devoir passer sous silence.

1° Le son se propage au moyen des fils tendus; il est donc possible qu'on attribue au gas ce qui n'est dû qu'aux vibrations communiquées par les fils aux corps solides qu'ils touchent, & par ceux-ci à l'air environnant.

2° Si le son éprouvé dans différens gas ne se propage pas de la même manière, n'y a-t-il pas lieu de croire que cela tient à l'inégalité du mouvement imprimé au corps sonore, plutôt qu'à la diversité des fluides aériformes? Chacune de ces objections aura sa réponse.

Il est bien vrai en premier lieu que les fils tendus peuvent propager le son, mais rien n'ayant varié dans nos expériences, excepté les fluides aériformes, il est clair que les différences observées dans les résultats ne peuvent être attribuées à une autre cause.

La dernière difficulté ne regarde ni la nature du son, ni l'espèce du ton, puisque ces effets ne varient point par une agitation plus ou moins forte du corps sonore; il n'en est pas tout-à-fait de même pour ce qui concerne son intensité, un corps sonore frappé plus fort se fait entendre de plus loin.

Quoique la position de la main & l'attention qu'on apporte au succès de l'expérience, ne semblent pas permettre une variation notable à cet égard, cependant pour plus de précision, j'ai substitué à la sonnette une montre à reveil (*e*) dont j'ai luté très-exactement toutes les jointures & toutes les ouvertures avec de la cire molle. Voici ce que j'ai observé.

(*e*) La montre à reveil étoit fixée à l'anse de fil au moyen d'un crochet qui tenoit à la montre. Je la mettois en place 5 à 6 minutes avant qu'elle dût sonner. Il est presque inutile de dire qu'il faut monter le reveil autant de fois qu'on essaye d'espèces d'air différentes.

Seconde Table contenant les essais faits avec une montre à reveil.

	Espèces de gas examinées.	Ton du son dans ces différens gas.	Nature ou espèce du son.	Distance à laquelle on cesse d'entendre.
1.	Air atmosphérique servant de point de comparaison. . . .	. . . . . .	. . . .	59 pieds pouc.
2.	Air fixe	Semble un peu plus bas que dans la précédente expérience.	Plus sombre que dans l'air atmosphérique . . .	48 4
3.	Air déphlogistiqué	Semble un peu plus aigu que dans l'air commun.	Plus clair, plus fort que dans l'air commun. .	56 5
4.	Air nitreux	Approche du précédent.	Idem	idem
5.	Air inflammable	Indéterminé.	Très-sombre, mais un peu moins que dans l'expérience correspondante de la sonnette; seroit-ce à raison de l'air renfermé dans le reveil ou du son plus continu?	13

Ces expériences servent, comme on voit, de réponse directe à la dernière objection proposée, puisque le mouvement du reveil est uniforme, & que les résultats s'accordent avec ceux que nous avoit donné la sonnette (*f*). Les autres conclusions sont également confirmées par ces tentatives.

(*f*) Les corps sonores employés dans les deux essais n'étant pas les mêmes il n'est pas étonnant qu'il y ait quelque légère différence relativement à la distance à laquelle ils se font entendre, mais il est aisé de voir que les résultats des deux tables s'accordent eu égard aux faits principaux.

Il seroit curieux sans doute de connoître la cause de la différence qui se trouve entre ces milieux relativement à la propagation du son. J'étois d'abord porté à croire en voyant que l'air inflammable & l'air fixe le propagent mal, que cette propriété dans ces gas étoit en raison inverse du phlogistique qu'ils contenoient (*g*); mais j'ai bientôt renoncé à cette idée, quand j'ai vu que l'air nitreux, qui paroît contenir en abondance le principe de l'inflammabilité, propage à peu près aussi-bien que l'air vital. J'avouerai donc que je ne sais au juste à quoi m'en tenir à ce sujet. Mais je me permettrai d'observer que la pesanteur des gas examinés est dans le rapport suivant :

	Espèces de gas.	Pesanteur du pied cube.
1.	Air fixe	. . . 1080 grains
2.	- - vital	. . . 765
3.	- - atmosphérique .	. . . 720
4.	- - nitreux . . .	. . . 698
5.	- - inflammable . .	. . . 72 (*h*)

Et dans nos Tables la force propagative du son suivant cette marche

(*g*) Je n'ignore pas que la doctrine du phlogistique a été ébranlée par des Membres célèbres de l'Académie de Paris ; mais comme bien des Savans y tiennent encore, j'ai cru pouvoir parler de phlogistique dans un ovrage où je ne cerche pas à approfondir la question qui divise les Chimistes.

(*h*) Voy. le dis. prélim. par M. de la Metherie. *Journ. de Phys. janv.* 1786.

1 . . . Air vital
2 . . . . . nitreux
3 . . . . . atmosphérique
4 . . . . . fixe
5 . . . . . inflammable

Il s'ensuit que Mr. Priestley n'a pas été fondé à avancer, que ces milieux propagent le son *en raison seulement de leur densité* (*i*). Ce n'est pas seulement par nos expériences que nous entreprendrons de renverser la conclusion du célèbre Auteur Anglois, nous aurons encore recours à des inductions que nous fournissent ses expériences.

Mr. Priestley avance que le son dans l'air inflammable, ne se propage pas mieux que dans un *vide assez exact* (*k*). Or quelle différence relativement à la densité n'y a-t-il pas entre le fluide qui est dans un vide assez exact & l'air inflammable? Si une différence aussi énorme dans la densité des deux fluides, n'apporte aucun changement notable dans le son, n'y a-t-il pas lieu de croire qu'un autre principe quel qu'il soit a de l'influence sur sa production?

(*i*) Voy. *Exp. & Obs. sur différentes branches de la Phys. &c. part.* 3. *pag.* 355. *& suiv.*

(*k*) Voy. l'ouvrage cité *eodem loco.*

VENUS LITHOPHAGA
DESCRIPTA
AB ANDREA JOHANNE RETZIO
PROFESSORE LUNDENSI.

Praeter varias Pholadis Linnaeanae species & Mytilum Lithophagum hucusque ignotum fuit conchas aliquas lapides terebrare illosque inhabitare. Verum inter mineralia nonnulla quae ab excellentissimo Domino Doctore D. C. Giovanelli Liburni Medicinam faciente, amico honoratissimo missa accepi, inveni quoque fragmentum Lapidis calcarei variis cellulis excavatum. In quatuor harum testas adhuc residuas reperi, quarum binas caute eximere potui. Mox vidi illas a Pholadibus & Mytilo lithophago diversissimas esse & ad Veneris genus amandandas, quamvis a charactere huic generi a magno nostro Doctore a Linné imposito abludere nonnihil videantur.

Circa Liburnum repertum fuisse Lapidem hunc nullus dubito, nam in Epistola simul accepta scribit humanissimus dator, se Liburni collegisse quaecunque miserat.

Ipse lapis quem inhabitant hae testae mere calcareus est, porosus, flavicans, e testaceis comminutis olim compositus videtur; sed simul suspicor illum muri alicujus fragmentum esse, nam ab uno latere caementum calcareum arena remixtum albumque adhaeret, ab altero superficies conspurcata, qualis esse solet in vetustis muris.

Apud Testaceologiae Auctores quos aut ipse possideo aut aliunde frui licet, scilicet a Linné, Gualtier, Argenville, Rumph, Regenfus, Schroeter, Plancus, frustra hanc

quaesivi concham, forte illam habet quem adhuc desidero BONANNI. *Illustr.* BARTALINI *in catalogo dei corpi marini fossili che si trovano intorno a Siena* qui adjungitur ejusdem *Catalogo delle piante che nascono spontaneamente intorno alla città di Siena MDCCLXXVI.* ad pag. 130. quatuor Pholadum species fossiles enumerat, & inter has *Pholadem pusillam Linnaei.* Ex mente *Clariss.* SPENGLERI in quarto Tomo *Occupation: Amicor: Nat: Curiosor: Berolinens:* (Berlinische Beschaeftig:) Pholas pusilla Linnaei & Pholas lignorum a Spenglero ibidem pag. 167. descripta & delineata eadem est concha, quod & credo; tunc autem ut quarta *illustr.* BARTALINI species a Pholade pusilla Linnaei distincta sit, necesse est; num vero ideo Venerem nostram lithophagam pro hac habuit, asseverare haud sustineo, suspicor tantum.

Quum itaque nullibi descriptam hanc Concham vidi, superfluum non fore hunc laborem credo; sed Testaceologis gratum. Sit quoque Vobis, Viri Excellentissimi, Illustrissimi, gratus & acceptus!

Cur *lithophagam* hanc *Venerem* vocavi, certe nemo quaerat; dum Lapides Pholadum lithophagorum more terebrat & inhabitat. Quomodo autem id perficit animal, quo instrumento, quo modo recens exclusum animalculum e materno carcere exitum invenit, ut sibi cellulam praeparet propriam, haec mihi mysteria sunt, quorum resolutionem dabit forte indefessus aliquis Italicum littus inhabitans observator.

Character specificus methodo Linnaeana compositus hic erit:

VENUS *Lithophaga* testa ovata reticulata utrinque hians, dentibus cardinalibus binis, alternis bifidis.

Descriptio

Concha inter parvas locum habet, nam longitudo 6. $\frac{1}{2}$ lineis Svecicis, latitudo vero 10 aequalis est. Harum linearum duodecim unciam efficit vel duodecimam pedis Svecici partem. Lineae vero 131 cum $\frac{6}{10}$ mensurae Parisinae pedem efficiunt Svecicum.

Testa bivalvis, tenuis admodum & fragilis, aequivalvis, aequilatera, ovata, superne & postice hians, antice compressa, postice gibba.

Valvulae reticulatae: longitudinalibus sulcis a cardine ad peripheriam decurrentibus, elevatis subundulatis: transversalibus minus regularibus; praeterea inter sulcos transversaliter subtilissime striatae.

Margo levissime denticulatus.

Vulva obsoleta, hymene clausa.

Anus nullus.

Nates parum recurvatae, approximatae, nonnihil detritae.

Valvulae dextrae dentes cardinales duo: *inferior* simplex, triangularis, acutus, reflexus.

superior bifidus, compressus, versus vulvam parum procumbens.

sub vulva *sulcus* longitudinalis, cujus margo interior versus nates elevatior in dentem compressum versus rimam flexum.

Valvulae sinistrae dentes cardinales duo: *inferior* praecise sub natium apice, longior, bifidus.

superior simplex, compressus, e basi lata acutus, brevior.

sub vulva *sulcus* & *dens* qualis in valvula dextra.

Color extus & intus albus. In recenti testa sine dubio Epidermis adest tenuis; reliquias enim ejus in uno exemplari vidi. In eodem exemplari interne sub vulva fuscus color incipit ac versus marginem superiorem properat, unde macula, quae animalis ad utramque testam sedem occupat. In alio specimine haec macula deest, & ejus loco flavi aliquid observatur.

Tertius dens reliquis binis approximatus deficit quidem, sed hoc in aliis Veneris speciebus etiam obvenit; hujus loco autem est *dens anticus* licet solito remotior & forma a reliquis diversus. Ceterum forma & habitus totius testae facit ut nulli generi aptius associetur. Saltem a Pholadibus longissime diversa Concha, & dentes illi duo cardinales qui adsunt, omnino genericum characterem habent.

Iconem vide in Tabula

Venus lithophaga

Fig. 1.

Fig. 2.

ubi Fig. 1. Integram Concham, &

Fig. 2. Valvulam dextram intus dedi, ut dentes cardinales appareant.